MATEMATICAS II
EXAMENES RESUELTOS



EVAU JULIO 2026
- Extraordinario -

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio



HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Julio 2026 (Extraordinario)

Ejercicio 1 (2 *puntos*)

En Navarra, aproximadamente un 1.4 % de la población es intolerante al gluten. Un test de intolerancia al gluten tiene una sensibilidad del 97 % (es decir, si se aplicase a 100 personas intolerantes al gluten, se espera que 97 darían positivo y 3 negativos). El mismo test tiene una especificidad del 96 % (aplicando el test a 100 personas sin intolerancia, 96 darían negativo y 4 positivo). Elegimos una persona al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el test le dé positivo?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que le dé negatvo?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que si le da positivo el test, sea intolerante al gluten?

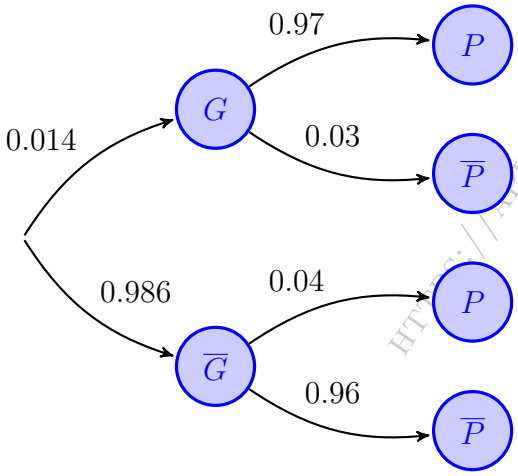
(Navarra - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción Única - Extraordinario)

Solución.

Sean los sucesos:

$G \equiv$ "La persona es intolerante al gluten"

$P \equiv$ "El test da positivo en intolerancia al gluten"



a) $P(P) = P\big((G \cap P) \cup (\overline{G} \cap P)\big)$

$= P(G \cap P) + P(\overline{G} \cap P)$

$= P(G) \cdot P(P \mid G) + P(\overline{G}) \cdot P(P \mid \overline{G})$

$= 0.014 \cdot 0.97 + 0.986 \cdot 0.04 = 0.053$

b) $P(\overline{P}) = 1 - P(P) = 1 - 0.053 = 0.947$

c) $P(G \mid P) = \dfrac{P(G \cap P)}{P(P)} = \dfrac{P(G) \cdot P(P \mid G)}{P(P)}$

$= \dfrac{0.014 \cdot 0.97}{0.053} = 0.2562$

HTTPS://APRENDEMATEMATICAS.COM

Ejercicio 2 (2 *puntos*)

Sea $y = f(x)$ la función positiva que cumple la ecuación $(x-1)^2 + y^2 = 1$.

a) Expresa y en función de x y demuestra que existe un punto c en su dominio tal que $f'(c) = -1$. Enuncia el resultado teórico utilizado, y justifica su uso.

b) ¿Cuánto vale el área comprendida entre la curva $y = f(x)$ y el eje OX?

(Navarra - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción Única - Extraordinario)

Solución.

a) $(x-1)^2 + y^2 = 1 \implies y = \sqrt{1-(x-1)^2} \implies f(x) = \sqrt{-x^2+2x}$

$\text{Dom}(f) = \{-x^2 + 2x \geq 0\} \implies -x \cdot (x-2) = 0 \implies x = \{0, 2\}$

	$(-\infty, 0)$	$(0, 2)$	$(2, +\infty)$
Signo $-x^2+2x$	-	+	-

Por lo tanto $\text{Dom}(f) = [0, 2]$ y cogemos el intervalo $[1, 2] \subset [0, 2]$ para aplicar el *Teorema del Valor Medio* que dice:
Sea $f(x) = \sqrt{-x^2+2x}$ una función continua en $[1, 2]$ y derivable en $(1, 2)$, entonces $\exists\, c \in (1, 2) \mid f'(c) = \dfrac{f(2)-f(1)}{2-1} = \dfrac{0-1}{2-1} = -1$ q.e.d.

b) La función $(x-1)^2 + y^2 = 1$ es una circunferencia de centro $(1, 0)$ y radio 1. Por lo tanto la parte positiva de esta gráfica es un semicírculo de mismos centro y radio. Por lo tanto:

$$\text{Área} = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = \frac{\pi}{2}\ u^2$$

———— ∘ ————

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 3 (2 *puntos*)

Encuentra la ecuación continua de la recta t que pasa por el punto $A(2,4,-2)$ y corta a las rectas

$$s \equiv \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1} \qquad \& \qquad r \equiv \begin{cases} x = -1+\lambda \\ y = -2 \\ z = 1+3\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

(Navarra - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción Única - Extraordinario)

Solución.

$$r \equiv \begin{cases} R(-1,-2,1) \\ \vec{d}_r = (1,0,3) \end{cases} \qquad \& \qquad s \equiv \begin{cases} S(2,-1,0) \\ \vec{d}_s = (-1,2,1) \end{cases}$$

Hallamos la recta t como intersección del plano π_1 que contiene a la recta r y pasa por A y el plano π_2 que contiene a la recta s y pasa por A.

$$\pi_1 \equiv \begin{cases} R(-1,-2,1) \\ \vec{d}_r(1,0,3) \\ \overrightarrow{AR} = (-3,-6,3) \approx (1,2,-1) \end{cases} \implies \pi_1 \equiv \begin{vmatrix} x+1 & y+2 & z-1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\implies -6\cdot(x+1)+4\cdot(y+2)+2\cdot(z-1)=0 \implies \pi_1 \equiv 3x-2y-z=0$$

$$\pi_2 \equiv \begin{cases} S(2,-1,0) \\ \vec{d}_s = (-1,2,1) \\ \overrightarrow{AS} = (0,-5,2) \end{cases} \implies \pi_2 \equiv \begin{vmatrix} x-2 & y+1 & z \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & -5 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\implies 9\cdot(x-2)+2\cdot(y+1)+5z-16=0 \implies \pi_2 \equiv 9x+2y+5z-16=0$$

$$\implies t \equiv \begin{cases} 3x-2y-z=0 \\ 9x+2y+5z-16=0 \end{cases} \Rightarrow t \equiv \begin{cases} T(0,-2,4) \\ \vec{d}_t = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -2 & -1 \\ 9 & 2 & 5 \end{vmatrix} = (-8,24,24) \approx (-1,3,3) \end{cases}$$

$$\implies \boxed{t \equiv \frac{x}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{3}}$$

HTTPS://APRENDECONMIGUELON.COM

Ejercicio 4A (2 *puntos*)

Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que sea compatible indeterminado:

$$\begin{cases} (a^2-4)x+(a+2)y+2z=4 \\ (4-a^2)x+z=2 \\ (a^2-4)x+(a+2)y+az=-4 \end{cases}$$

Menciona el resultado teórico empleado y justifica su uso.

(Navarra - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción A - Extraordinario)

Solución.

Escribimos el sistema en forma matricial:

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} a^2-4 & a+2 & 2 & 4 \\ 4-a^2 & 0 & 1 & 2 \\ a^2-4 & a+2 & a & -4 \end{array}\right)$$

Hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A.

$$|A| = \begin{vmatrix} a^2-4 & a+2 & 2 \\ 4-a^2 & 0 & 1 \\ a^2-4 & a+2 & a \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2+F_1 \\ F_3-F_1 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} a^2-4 & a+2 & 2 \\ 0 & a+2 & 3 \\ 0 & 0 & a-2 \end{vmatrix}$$

$$= (a^2-4)\cdot(a-2)\cdot(a+2) = (a^2-4)^2 = 0 \implies a^2-4=0 \implies a=\{-2,2\}$$

- Si $a \neq \{-2,2\}$ $\quad |A| \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 3 = \text{ran}(A^*) = \text{nº incóg.} \xrightarrow{Rouche}$ Sistema Compatible Determinado (Solución única).
- Si $a=-2 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & -4 \end{array}\right) \xrightarrow{S.C.I.} \boxed{\begin{array}{l} x=\lambda \\ y=\mu \\ z=2 \end{array} \ ,\lambda,\mu\in\mathbb{R}}$
- Si $a=2$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 4 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 2 & -4 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3-F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 4 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -8 \end{array}\right) \implies \texttt{Sist. Incompatible}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 4B (2 *puntos*)

Dadas las siguientes matrices A y B, calcula $|A \cdot B^{-1}|$ en función del parámetro t. ¿Para qué valores de t no existe $|A \cdot B^{-1}|$?

$$A = \begin{pmatrix} t+1 & t^2 & 2 \\ t+1 & t^2+t-2 & 2-t \\ t+1 & t^2 & 4 \end{pmatrix} \quad \& \quad B = \begin{pmatrix} t & 3t & t^2-1 \\ 0 & t & 2-t \\ t & 4t & t^2 \end{pmatrix}$$

(Navarra - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción B - Extraordinario)

Solución.

- $$|A| = \begin{vmatrix} t+1 & t^2 & 2 \\ t+1 & t^2+t-2 & 2-t \\ t+1 & t^2 & 4 \end{vmatrix} = (t+1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & t^2 & 2 \\ 1 & t^2+t-2 & 2-t \\ 1 & t^2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1 \end{bmatrix}$$

$$= (t+1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & t^2 & 2 \\ 0 & t-2 & -t \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot (t+1) \cdot (t-2)$$

$$|B| = \begin{vmatrix} t & 3t & t^2-1 \\ 0 & t & 2-t \\ t & 4t & t^2 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - F_2 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} t & 3t & t^2-1 \\ 0 & t & 2-t \\ 0 & t & 1 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - F_1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} t & 3t & t^2-1 \\ 0 & t & 2-t \\ 0 & 0 & t-1 \end{vmatrix} = t^2 \cdot (t-1) = 0 \Longrightarrow t = \{0, 1\}$$

$$|A \cdot B^{-1}| = |A| \cdot |B^{-1}| = |A| \cdot \frac{1}{|B|} = \frac{2 \cdot (t+1) \cdot (t-2)}{t^2 \cdot (t-1)} \; \forall t \neq \{0, 1\}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 5A (2 *puntos*)

Calcula la siguiente integral indefinida y el límite

$$\int \frac{e^2 \cdot e^{\tan x}}{4 \cdot \cos^2 x}\, dx \qquad \& \qquad \lim_{x \to -\infty} \frac{2^x - 2}{4^{\frac{x-2}{2x+1}} - 1}$$

(Navarra - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción A - Extraordinario)

Solución.

- $\displaystyle\int \frac{e^2 \cdot e^{\tan x}}{4 \cdot \cos^2 x}\, dx = \frac{e^2}{4} \int \underbrace{\frac{1}{\cos^2 x}}_{u'} \cdot \underbrace{e^{\tan x}}_{e^u}\, dx = \frac{e^2}{4} \cdot e^{\tan x} + C$

- $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} \frac{2^x - 2}{4^{\frac{x-2}{2x+1}} - 1} = \frac{e^{-\infty} - 2}{4^{1/2} - 1} = \frac{0 - 2}{\sqrt{4} - 1} = -2$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 5B (2 *puntos*)

Estudia las asíntotas y simetrías de la función $f(x)=\dfrac{3x^2+2}{x-2}$.

(Navarra - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción B - Extraordinario)

Solución.

- `Dominio:` $x-2=0 \implies \text{Dom}(f)=\mathbb{R}-\{2\}$
- `A. Vertical:` $\exists\, A.V.$ en $x=2$

$$\lim_{x\to 2} f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{3x^2+2}{x-2}=\left[\frac{14}{0}\right]=\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\left[\dfrac{14}{2^-}\right]=-\infty\\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\left[\dfrac{14}{2^+}\right]=+\infty\end{cases}$$

- `A. Horizontal:` $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x^2+2}{x-2}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]=\pm\infty \implies \nexists\, A.H._{x\to\pm\infty}$
- `A. Oblicua:` $\exists\, A.O.$ en $y=3x+6$
  - $m=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x^2+2}{x^2-2x}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]=\dfrac{3}{1}=3$
  - $n=\lim\limits_{x\to\pm\infty}[f(x)-mx]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{3x^2+2}{x-2}-3x\right)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\cancel{3x^2}+2-\cancel{3x^2}+6x}{x-2}$

$$=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{6x+2}{x-2}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\frac{6}{1}=6$$

- `Simetrías:` La función $f(x)$ no tiene simetría ni par ni impar.
  - $f(x)=\dfrac{3x^2+2}{x-2}$
  - $f(-x)=\dfrac{3(-x)^2+2}{-x-2}=\dfrac{3x^2+2}{-x-2}$
  - $-f(x)=-\dfrac{3x^2+2}{x-2}$

$f(x)\neq f(-x) \implies$ no es Par & $f(-x)\neq -f(x) \implies$ no es Impar

HTTPS://APRENDEMOSCONMIGO.COM