MATEMATICAS II
EXAMENES RESUELTOS



EVAU JULIO 2026
- Extraordinario -

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio



HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Julio 2026 (Extraordinario)

Ejercicio 1 (2 *puntos*)

Una empresa produce pequeñas cajas con piezas de fruta. Hay tres tipos de cajas, A, B y C. En las cajas de tipo A hay 1 manzana, 1 pera y 1 naranja. En las cajas de tipo de B hay 2 manzanas, 1 pera y 1 naranja. En las cajas de tipo C hay 1 manzana, 2 peras y 1 naranja. Un día prepararon x cajas de tipo A, y cajas de tipo B y z cajas de tipo C, y en total se usaron 400 manzanas, 500 peras y k naranjas.

a) *(1 punto) Plantee un sistema de ecuaciones para averiguar cuántas cajas de cada tipo se prepararon.*

b) *(1 punto) Discuta y resuelva, si se puede, el sistema, dando la solución en términos del parámetro k.*

(Región de Murcia - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción Única - Extraordinario)

Solución.

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

a) Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Nº de cajas de tipo } A\text{”}$$
$$y \equiv \text{“Nº de cajas de tipo } B\text{”}$$
$$z \equiv \text{“Nº de cajas de tipo } C\text{”}$$

Del enunciado tenemos:

	Caja tipo A	Caja tipo B	Caja tipo C	Total
Manzanas	1	2	1	400
Peras	1	1	2	500
Naranjas	1	1	1	k

$$\begin{cases} x + 2y + z = 400 \\ x + y + 2z = 500 \\ x + y + z = k \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema de ecuaciones por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 400 \\ 1 & 1 & 2 & 500 \\ 1 & 1 & 1 & k \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 400 \\ 0 & -1 & 1 & 100 \\ 0 & -1 & 0 & k - 400 \end{array}\right)$$

El sistema es Compatible Determinado (solución única)

$$\begin{array}{lll} \Rightarrow x + 2 \cdot (400 - k) + 500 - k = 400 & \Rightarrow & \boxed{x = 3k - 900} \\ \Rightarrow -(400 - k) + z = 100 & \Rightarrow & \boxed{y = 400 - k} \\ \Rightarrow -y = k - 400 & \Rightarrow & \boxed{z = 500 - k} \end{array}$$

Ejercicio 2 (2 *puntos*)

Sea $P(x, y)$ un punto del primer cuadrante que está en la gráficaa de la función $g(x) = \sqrt{x+1}$.

a) (0.5 puntos) Demuestre que la distancia de $P(x, y)$ al punto $A(2, 0)$ viene dada por la función $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 5}$.

b) (1 punto) Determine el valor de x para que la distancia a A sea mínima.

c) (0.5 puntos) Calcule esa distancia mínima.

(Región de Murcia - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción Única - Extraordinario)

Solución.

a) Sea $P(x, \sqrt{x+1})$ un punto genérico del primer cuadrante perteneciente a la gráfica de $g(x)$. La distancia entre los puntos A y P será:

$$d(AP) = \left|\overrightarrow{AP}\right| = \left|(x-2, \sqrt{x+1})\right| = \sqrt{(x-2)^2 + x + 1} = \sqrt{x^2 - 3x + 5} = f(x) \ \checkmark$$

b) $d(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 5} \implies d'(x) = \dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2 - 3x + 5}} = 0 \implies 2x - 3 = 0 \implies x = \dfrac{3}{2}$

	$(0, 3/2)$	$(3/2, +\infty)$
Signo $d'(x)$	$-$	$+$
$d(x)$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$

La distancia $d(x)$, entre A y P, es *decreciente* en $(0, 3/2)$ y *creciente* en $(3/2, +\infty)$, y tiene un *mínimo relativo* en el punto $(3/2, g(3/2)) = (3/2, \sqrt{10}/2)$.

c) La distancia mínima es $d(3/2) = \dfrac{\sqrt{10}}{2}\ u$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

———— ∘ ————

Ejercicio 3 (2 *puntos*)

Determine la ecuación del plano que contiene al punto $P(-2,2,-2)$ y a la recta r dada como intersección de dos planos:

$$r \equiv \begin{cases} 2x+y-z=4 \\ x+y-2z=3 \end{cases}$$

(Región de Murcia - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción Única - Extraordinario)

Solución.

$$r \equiv \begin{cases} R(1,2,0) \\ \vec{d}_r = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = (-1,3,1) \end{cases}$$

a) $\pi \equiv \begin{cases} R(1,0,-2) \\ \vec{d}_r = (-1,3,1) \\ \overrightarrow{PR} = (3,0,2) \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} x-1 & y & z+2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Longrightarrow \boxed{\pi \equiv 6x+5y-9z-16=0}$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 4A (2 *puntos*)

Justifique que la derivada de la función $f(x) = x \cdot \ln(x^2+1)$ *alcanza el valor* $\ln\left(\frac{25}{2}\right)$ *en algún punto del intervalo* $(1,2)$.

(Región de Murcia - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción A - Extraordinario)

Solución.

La función $f(x)$ es continua en $[0,2]$ pues es composición de una función polinómica y de un logaritmo cuyo argumento es mayor que cero en $\mathbb{R}$. Además es derivable en $(1,2)$, luego se cumplen las condiciones del *Teorema del valor medio* que dice que

$$\exists\, c \in (1,2) \mid f'(c) = \frac{f(2)-f(1)}{2-1} = 2\ln 5 - \ln 2 = \ln 25 - \ln 2 = \ln\left(\frac{25}{2}\right) \text{ q.e.d.}$$

———— ○ ————

Ejercicio 4B (2 *puntos*)

Considere la función $f(x) = \frac{1}{2} + \cos x$, *donde la variable* x *está expresada en radianes.*

a) *(0.5 puntos) Calcule la integral indefinida* $\int f(x)\,dx$.

b) *(1.5 puntos) Determine el área del recinto del plano limitado por la gráfica de la función* $f(x)$ *con el eje* X *y las rectas* $x = 0$ *y* $x = \pi$.

(Región de Murcia - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción B - Extraordinario)

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Solución.

a) $F(x) = \int f(x)\,dx = \int \left(\frac{1}{2} + \cos x\right) x = \frac{1}{2}x + \operatorname{sen} x + C$

b) Hallamos los puntos de corte de $f(x)$ y el eje OX entre las rectas $x = 0$ y $x = \pi$

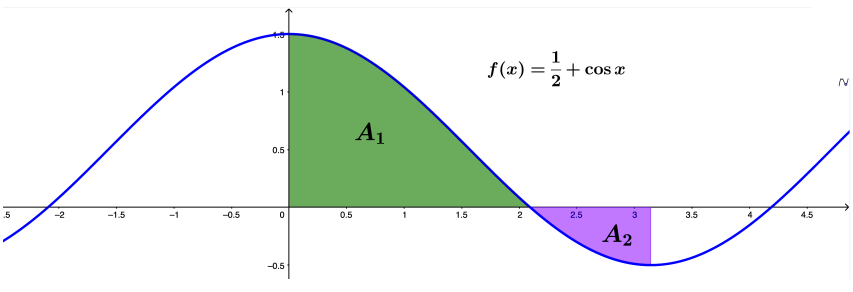
$$f(x) = \frac{1}{2} + \cos x = 0 \implies \cos x = -\frac{1}{2} \implies x = \frac{2\pi}{3}$$

Lo que define dos recintos de integración $A_1 : \left(0, \frac{2\pi}{3}\right)$ y $A_2 : \left(\frac{2\pi}{3}, \pi\right)$

$$A_1 = \int_0^{2\pi/3} f(x), dx = F\left(\frac{2\pi}{3}\right) - F(0) = \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 0 = \frac{2\pi + 3\sqrt{3}}{6}$$

$$A_2 = \int_{2\pi/3}^{\pi} f(x), dx = F(\pi) - F\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \left(\frac{\pi}{2} + 0\right) - \frac{2\pi + 3\sqrt{3}}{6} = \frac{\pi - 3\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Área} = |A_1| + |A_2| = \frac{2\pi + 3\sqrt{3}}{6} + \frac{-\pi + 3\sqrt{3}}{6} = \frac{\pi}{6} + \sqrt{3} \simeq 2.25\ u^2$$



———— ○ ————

Ejercicio 5A (2 *puntos*)

En la urna U_1 hay 5 bolas negras y 3 bolas blancas. En la urna U_2 hay 6 bolas negras y 2 bolas blancas. Se escoge una urna al azar y se extrae una bola.

a) *(1 punto) Calcule la probabilidad de que la bola sea blanca.*

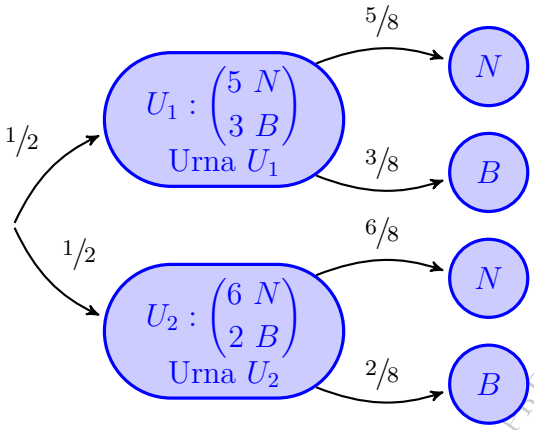
b) *(1 punto) Sabiendo que la bola ha salido blanca, calcule la probabilidad de que se haya extraído de la urna U_1.*

(Región de Murcia - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción A - Extraordinario)

Solución. Sean los sucesos:

$U_1 \equiv$ "Se elige la urna U_1" $\qquad U_2 \equiv$ "Se elige la urna U_2"

$N \equiv$ "La bola extarida es negra" $\qquad B \equiv$ "La bola extraida es blanca"



a) $$\begin{aligned} P(B) &= P\Big((U_1 \cap B) \cup (U_2 \cap B)\Big) \\ &= P(U_1 \cap B) + P(U_2 \cap B) \\ &= P(U_1)\cdot P(B \mid U_1) + P(U_2)\cdot P(B \mid U_2) \\ &= \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{8} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{8} = \frac{5}{16} = 0.3125 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} P(U_1 \mid B) &= \frac{P(U_1 \cap B)}{P(B)} \\ &= \frac{P(U_1)\cdot P(B \mid U_1)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{8}}{\frac{5}{16}} \\ &= \frac{3}{5} = 0.6 \end{aligned}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 5B (2 *puntos*)

La distribución de edades de un cierto conjunto de personas sigue una distribución normal $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$. Sabiendo que el 94.52 % tiene menos de 32 años, y un 21.19 % tiene menos de 20 años, calcule su media y su desviación típica.

(Región de Murcia - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción B - Extraordinario)

Solución.

$$X \equiv \text{“Edades del conjunto de personas”} \longrightarrow X : \mathcal{N}(\mu, \sigma)$$

$$P(X \leq 32) = P\left(Z \leq \frac{32-\mu}{\sigma}\right) = 0.9452 \implies \frac{32-\mu}{\sigma} = 1.6 \implies \text{⦿}\ \mu = 32 - 1.6\sigma$$

$$P(X \leq 20) = P\left(Z \leq \frac{20-\mu}{\sigma}\right) = 1 - P\left(Z \leq -\frac{20-\mu}{\sigma}\right) = 0.2119$$

$$\implies P\left(\frac{-20+\mu}{\sigma}\right) = 0.7881 \implies \frac{-20+\mu}{\sigma} = 0.8 \implies \circledast\ \mu = 20 + 0.8\sigma$$

$$\implies \begin{cases} \text{⦿}\ \mu = 32 - 1.6\sigma \\ \circledast\ \mu = 20 + 0.8\sigma \end{cases} \implies \boxed{\begin{array}{c} \mu = 24 \\ \sigma = 5 \end{array}} \implies X : \mathcal{N}(24, 5)$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM