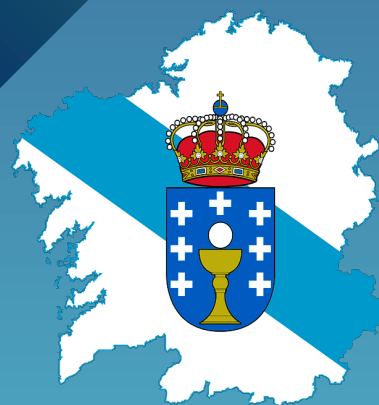


MATEMATICAS II

EXAMENES RESUELTOS



EVAU JULIO 2026

- Extraordinario -

<https://aprendeconmigomelon.com>

Iñigo Zunzunegui Monterrubio



Julio 2026 (Extraordinario)

Ejercicio 1 (2 puntos)

Los índices de lectura tanto de libros como de cómics están aumentando en los últimos años, con especial incidencia entre los adolescentes. Según un informe sobre hábitos de lectura, más del 60 % de la población leyó un libro o un cómic en los últimos tres meses.

Para promover el hábito de la lectura, dentro de la política cultural del ayuntamiento, los responsables municipales de una ciudad gallega están organizando una feria de cómics para el próximo mes de septiembre. Según los datos proporcionados por los organizadores de otras ferias similares, el tiempo que una persona va a pasar en dicha feria puede considerarse que sigue una distribución normal de media igual a 50 minutos y desviación típica igual a 19.5 minutos.

- a) Calcule la probabilidad de que un asistente pase entre 45 y 70 minutos en la feria.
- b) Si una persona entró a la feria a las 17 : 00, calcule la probabilidad de que salga antes de las 18 : 00 sabiendo que a las 17 : 45 aún estaba en la feria.

Nota: Algunos valores de la distribución $\mathcal{N}(0, 1)$ son:

$$\begin{aligned} P(Z \leq 0.1) &= 0.5398 & \& \quad P(Z \leq 0.26) = 0.6026 & \& \quad P(Z \leq 0.51) = 0.6950 \\ P(Z \leq 1.03) &= 0.8485 & \& \quad P(Z \leq 1.28) = 0.8997 & \& \quad P(Z \leq 2.33) = 0.9901 \end{aligned}$$

(Galicia - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción Unica - Extraordinario)

Solución.

$X \equiv$ "Tiempo que una persona pasará en la feria (min)" $\longrightarrow X : \mathcal{N}(50, 19.5)$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(45 \leq X \leq 70) &= P\left(\frac{45-50}{19.5} \leq Z \leq \frac{70-50}{19.5}\right) = P(-0.26 \leq Z \leq 1.03) \\ &= P(Z \leq 1.03) - P(Z \leq -0.26) = P(Z \leq 1.03) - P(Z \geq 0.26) \\ &= P(Z \leq 1.03) - [1 - P(Z \leq 0.26)] = 0.8485 - (1 - 0.6026) = 0.4511 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(X \leq 60 \mid X \geq 45) &= \frac{P((Z \leq 60) \cap (X \geq 45))}{P(X \geq 45)} = \frac{P(45 \leq X \leq 60)}{P(X \geq 45)} \\ &= \frac{P\left(\frac{45-50}{19.5} \leq Z \leq \frac{60-50}{19.5}\right)}{P\left(Z \geq \frac{45-50}{19.5}\right)} = \frac{P(-0.26 \leq Z \leq 0.51)}{P(Z \geq -0.26)} \\ &= \frac{P(Z \leq 0.51) - P(Z \leq -0.26)}{P(Z \leq 0.26)} = \frac{P(Z \leq 0.51) - P(Z \geq 0.26)}{0.6026} \\ &= \frac{P(Z \leq 0.51) - [1 - P(Z \leq 0.26)]}{0.6026} = \frac{0.6950 - (1 - 0.6026)}{0.6026} \\ &= 0.4939 \end{aligned}$$

_____ o _____



Ejercicio 2A (2 puntos)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ & $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide responder

las siguientes cuestiones:

a) Calcule las matrices $X = A \cdot A^T$ e $Y = A^T \cdot A$, siendo A^T la matriz traspuesta de A . ¿Son X o Y invertibles? Razone la respuesta y calcule las inversas en caso de que sea posible.

b) Calcule las matrices de la forma $M = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ tales que $B \cdot M = M$.

(Galicia - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción A - Extraordinario)

Solución.

$$\text{a) } X = A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{|X|=8 \neq 0} \exists X^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/4 \end{pmatrix}$$

$$Y = A^T \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{|Y|=0} \nexists Y^{-1}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } B \cdot M = M &\implies \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+c \\ b \\ a+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \\ &\implies \begin{cases} a+c=a \implies \boxed{c=0} \\ b=b \checkmark \\ a+c=c \implies \boxed{a=0} \end{cases} \implies M = \begin{pmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{pmatrix}, b \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 2B (2 puntos)

Discuta, según los valores del parámetro m , el sistema

$$\begin{cases} 2x + (2m - 2)y + (m + 6)z = 9 \\ x + (m - 2)y + 3z = 2 \\ 2y + (2m + 2)z = m - 5 \end{cases}$$

(Galicia - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción B - Extraordinario)

Solución.

Escribimos el sistema en forma matricial:

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2m-2 & m+6 & 9 \\ 1 & m-2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 2m+2 & m-5 \end{array} \right)$$

Hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A .

$$|A| = -2m - 4 = 0 \implies m = -2$$

- Si $m \neq -2$ $|A| \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 3 = \text{ran}(A^*) = n^\circ \text{ incóg.} \xrightarrow{\text{Rouche}} \text{SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO (Solución única).}$

- Si $m = -2 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -6 & 4 & 9 \\ 1 & -4 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & -7 \end{array} \right)$

$$|A| = 0 \implies \text{ran}(A) < 3 \text{ y como } \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -6 & 9 \\ 1 & -4 & 2 \\ 0 & 2 & -7 \end{vmatrix} = 24 \neq 0 \implies \text{ran}(A^*) = 3$$

$$\text{ran}(A) = 2 \neq \text{ran}(A^*) = 3 \xrightarrow{\text{Rouche}} \text{SISTEMA INCOMPATIBLE (\nexists \text{ solución})}$$

_____ o _____

Ejercicio 3A (2 puntos)

Dado el polinomio $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, calcule los coeficientes a , b , c y d si se sabe que p tiene un extremo relativo en $(1, -6)$ y que la ecuación de la recta tangente a la gráfica de p en $x = -1$ es $y = 4x + 2$.

(Galicia - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción A - Extraordinario)

Solución.

$$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad \& \quad p'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \quad \& \quad p''(x) = 6ax + 2b$$

- E. rel en $x = 1$: $p'(1) = 0 \implies \odot 3a + 2b + c = 0$
- Pasa por $(1, -6)$: $p(1) = -6 \implies \odot\odot a + b + c + d = -6$
- r.t. en $x = -1$ es $y = 4x + 2$:
 - $p'(-1) = 4 \implies \otimes 3a - 2b + c = 4$
 - $p(-1) = -4 + 2 = -2 \implies \otimes\otimes -a + b - c + d = -2$

$$\begin{cases} a + b + c + d = -6 \\ -a + b - c + d = -2 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 3a - 2b + c = 4 \end{cases} \implies \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & -6 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 0 & 4 \end{array} \right) \sim \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 + F_1 \\ F_3 - 3F_1 \\ F_4 - 3F_1 \end{array} \right]$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & -6 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & -8 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & 18 \\ 0 & -5 & -2 & -3 & 22 \end{array} \right) \sim \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ 2F_3 + F_2 \\ 2F_4 + 5F_2 \end{array} \right] \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & -6 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & -8 \\ 0 & 0 & -4 & -4 & 28 \\ 0 & 0 & -4 & 4 & 4 \end{array} \right) \sim \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 - F_3 \end{array} \right]$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & -6 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & -8 \\ 0 & 0 & -4 & -4 & 28 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & -24 \end{array} \right) \begin{array}{l} \Rightarrow a - 1 - 4 - 3 = -6 \\ \Rightarrow 2b + 2 \cdot (-3) = -8 \\ \Rightarrow -4c - 4 \cdot (-3) = 28 \\ \Rightarrow 8d = -24 \end{array} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} a = 2 \\ b = -1 \\ c = -4 \\ d = -3 \end{array}}$$

Comprobamos E. rel en $x = 1$: $p''(1) = 6a + 2b = 6 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) = 10 \neq 0 \checkmark$

_____ o _____

Ejercicio 3B (2 puntos)

Dibuje la gráfica de una función $f : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ que tenga las siguientes propiedades:

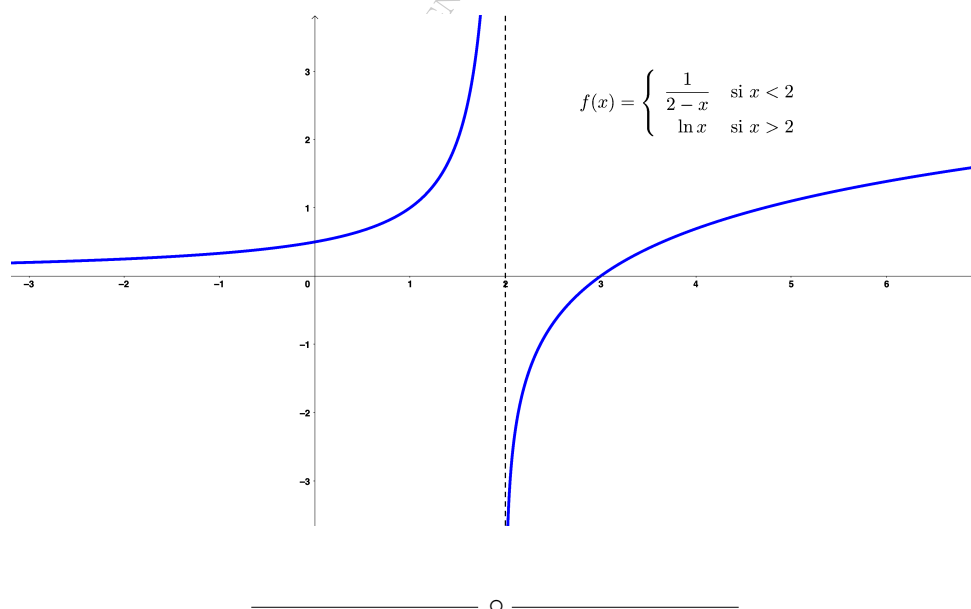
- f , f' y f'' tienen el mismo signo en el intervalo $(-1, 2)$ y
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$.

Luego, dé explicaciones relacionando el dibujo con la monotonía, la convexidad o concavidad y el concepto de asíntota.

(Galicia - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción B - Extraordinario)

Solución.

- $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{2\}$ & $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$, lo que significa que la función existe en todo punto menos en $x = 2$, en donde podría haber un agujero o una asíntota vertical. La Imagen es todo $\mathbb{R}$.
- En el intervalo $(-1, 2)$
 - $f(x) > 0 \implies$ la función está por encima del eje OX
 - $f'(x) > 0 \implies$ la función es creciente
 - $f''(x) > 0 \implies$ la función es *convexa* ($\cup$)
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$, luego a la derecha de $x = 2$ hay una asíntota vertical.



Ejercicio 3C (2 puntos)

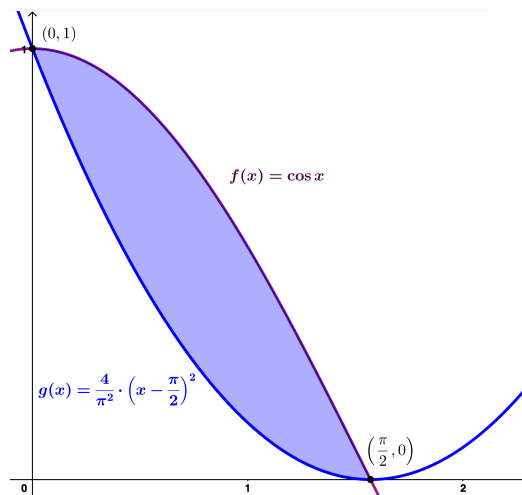
Dadas las funciones $f(x) = \cos x$ y $g(x) = \frac{4}{\pi^2} \cdot \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2$, dibuje la región encerrada por sus gráficas y calcule su área.

(Galicia - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción C - Extraordinario)

Solución.

- $f(x)$ es una función periódica con *máximos relativos* en $(2k\pi, 1)$ y *mínimos relativos* en $((2k+1)\pi, -1)$ y corta al eje OX en $\left(\frac{(2k+1)\pi}{2}, 0\right)$
- $g(x)$ es una parábola *convexa* ($\cup$) con vértice en $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$.
- $f(x) = g(x) \implies x = \left\{0, \frac{\pi}{2}\right\}$.

Lo que define un único recinto de integración $A : \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ donde $f(x)$ está por encima de $g(x)$.



$$\begin{aligned}\text{Área} &= \int_0^{\pi/2} [f(x) - g(x)] dx = \int_0^{\pi/2} \left[\cos x - \frac{4}{\pi^2} \cdot \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 \right] dx = \left[\sin x - \frac{4}{3\pi^2} \cdot \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^3 \right]_0^{\pi/2} \\ &= (1 - 0) - \left(0 + \frac{\pi}{6}\right) = 1 - \frac{\pi}{6} = \frac{6 - \pi}{6} \simeq 0.476 \text{ u}^2\end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 4A (2 puntos)

Considere la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{3}$.

- a) Calcule la ecuación implícita o general del plano π que contiene a la recta r y al punto $Q(2, -1, 1)$.
- b) Compruebe que la recta r es paralela al plano $\pi' \equiv x + y - z - 1 = 0$. Calcule la distancia de r a π' .

(Galicia - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción A - Extraordinario)

Solución.

$$r \equiv \begin{cases} R(1, 1, 0) \\ \vec{d}_r = (2, 1, 3) \end{cases}$$

$$a) \pi \equiv \begin{cases} R(1, 1, 0) \\ \vec{d}_r = (2, 1, 3) \\ \vec{RQ} = (1, -2, 1) \end{cases} \implies \pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y-1 & z \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\implies 7 \cdot (x-1) + (y-1) - 5z = 0 \implies \boxed{\pi \equiv 7x + y - 5z - 8 = 0}$$

$$b) r \parallel \pi' \implies \vec{d}_r \perp \vec{n}_{\pi'} \implies \vec{d}_r \cdot \vec{n}_{\pi'} = (2, 1, 3) \cdot (1, 1, -1) = 2 + 1 - 3 = 0 \checkmark$$

$$iR \in \pi'? \implies 1 + 1 - 0 - 1 = 1 \neq 0 \implies R \notin \pi' \implies r \parallel \pi'$$

_____ o _____

Ejercicio 4B (2 puntos)

Considere el punto $P(3, 0, -1)$.

- a) Calcule el punto P' simétrico de P con respecto al punto $Q(2, -1, 2)$.
- b) Calcule el punto P'' simétrico de P con respecto al plano $\pi \equiv x + 2y + z - 8 = 0$.

(Galicia - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción B - Extraordinario)

Solución.

$$a) Q = \frac{P + P'}{2} \implies P' = 2Q - P = 2 \cdot (2, -1, 2) - (3, 0, -1) \implies \boxed{P'(1, -2, 5)}$$

$$b) \text{ Hallamos } r \perp \pi \mid P \in r$$

$$r \equiv \begin{cases} P(3, 0, -1) \\ \vec{d}_r = \vec{n}_{\pi} = (1, 2, 1) \end{cases} \implies r \equiv \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 2\lambda \\ z = -1 + \lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

$$H = r \cap \pi \implies 3 + \lambda + 2 \cdot 2\lambda - 1 + \lambda - 8 = 0 \implies \lambda = 1 \implies H(4, 2, 0)$$

$$H = \frac{P + P''}{2} \implies P'' = 2H - P = 2 \cdot (4, 2, 0) - (3, 0, -1) \implies \boxed{P''(5, 4, 1)}$$

_____ o _____

