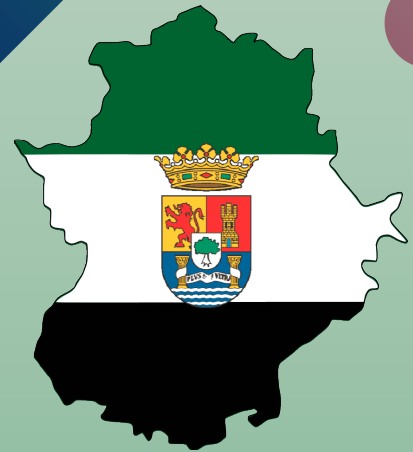


MATEMATICAS II

EXAMENES RESUELTOS



EVAU JULIO 2026

- Extraordinario -

<https://aprendeconmigomelon.com>

Iñigo Zunzunegui Monterrubio



Julio 2026 (Extraordinario)

Ejercicio 1A (2.5 puntos)

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} k & -1 & 1 \\ 1 & 0 & k \end{pmatrix} \quad \& \quad B = \begin{pmatrix} k & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \& \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) (0.75 puntos) Calcular el valor de k para el cual se verifica que $A^T \cdot B = C$.
- b) (1 punto) Calcular el valor o valores de k para los cuales existe la inversa de $A \cdot C$ y calcular la inversa de $A \cdot C$ para el caso $k = 0$.
- c) (0.75 puntos) Calcular el valor de k para el cual se cumple que $B^2 = B - I$ siendo I la matriz identidad de orden 2.

(Extremadura - Matemáticas II - Julio 2026) - Opción A - Extraordinario)

Solución.

$$\text{a) } A^T B = C \implies \begin{pmatrix} k & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & k \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k^2 - 1 & k \\ -k & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\implies \begin{cases} k^2 - 1 = 0 \implies k = \pm 1 \checkmark \\ \boxed{k = 1} \\ -k = -1 \implies k = 1 \checkmark \end{cases}$$

$$\text{b) } M = A \cdot C = \begin{pmatrix} k & -1 & 1 \\ 1 & 0 & k \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & k+2 \\ 0 & 1+k \end{pmatrix}$$

$$|M| = 1 + k \neq 0 \implies k \neq -1 \implies \exists M^{-1} \forall k \neq -1$$

$$\text{Para } k = 0 \implies M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \& \quad M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } B^2 = B - I \implies \begin{pmatrix} k & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} k & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\implies \begin{pmatrix} k^2 - 1 & k \\ -k & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k-1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\implies \begin{cases} k^2 - 1 = k - 1 \implies k^2 - k = 0 \implies k = \{0, 1\} \checkmark \\ \boxed{k = 1} \\ -k = -1 \implies k = 1 \checkmark \end{cases}$$

_____ o _____

Ejercicio 1B (2.5 puntos)

Dado el sistema:

$$\begin{cases} kx + 2y - z = 3k \\ 2x + ky - 2z = 6 \\ x - y + z = k \end{cases}$$

a) (1.5 puntos) Discute dicho sistema según los valores del parámetro k .

b) (1 punto) Resuelve el sistema para el valor $k = 3$.

(Extremadura - Matemáticas II - Julio 2026) - Opción B - Extraordinario)

Solución.

a) Escribimos el sistema en forma matricial:

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} k & 2 & -1 & 3k \\ 2 & k & -2 & 6 \\ 1 & -1 & 1 & k \end{array} \right)$$

Hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A .

$$|A| = k^2 - k - 6 = 0 \implies k = \{-2, 3\}$$

- Si $k \neq \{-2, 3\}$ $|A| \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 3 = \text{ran}(A^*) = \text{n}^\circ \text{ incóg.} \xrightarrow{\text{Rouche}} \text{SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO (Solución única).}$

- Si $k = -2 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 2 & -1 & -6 \\ 2 & -2 & -2 & 6 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{array} \right)$

$$|A| = 0 \implies \text{ran}(A) < 3 \text{ y como } \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & -2 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & -6 \\ -2 & -2 & 6 \\ -1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 40 \neq 0 \implies \text{ran}(A^*) = 3$$

$$\text{ran}(A) = 2 \neq \text{ran}(A^*) = 3 \xrightarrow{\text{Rouche}} \text{SISTEMA INCOMPATIBLE (\# solución)}$$

- Si $k = 3 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & 9 \\ 2 & 3 & -2 & 6 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{array} \right)$

$$|A| = 0 \implies \text{ran}(A) < 3 \text{ y como } \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 9 \\ 3 & -2 & 6 \\ -1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \implies \text{ran}(A^*) = 2$$

$$\text{ran}(A) = 2 = \text{ran}(A^*) \neq \text{n}^\circ \text{ incóg.} = 3 \xrightarrow{\text{Rouche}} \text{SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO (Infinitas soluciones)}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & 9 \\ 2 & 3 & -2 & 6 \end{array} \right) \sim \left[\begin{array}{c} F_1 \\ 3F_2 - 2F_1 \end{array} \right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & 9 \\ 0 & 5 & -4 & 0 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow 3x + 2 \cdot \frac{4\lambda}{5} - \lambda = 9 & \Rightarrow x = \frac{15-\lambda}{5} \\ \sim \Rightarrow 5y - 4\lambda = 0 & \Rightarrow y = \frac{4\lambda}{5} \\ \Rightarrow z = \lambda & \Rightarrow z = \lambda \end{array} \quad , \lambda \in \mathbb{R}$$

_____ O _____

Ejercicio 2A (2.5 puntos)

Dada la función $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$.

- a) (1.25 puntos) Determina los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$.
- b) (1.25 puntos) Calcula una primitiva de la función $g(x) = (x^2 - 3x) \cdot e^x$ que pase por el punto $P(0, 1)$.

(Extremadura - Matemáticas II - Julio 2026) - Opción A - Extraordinario

Solución.

a) $x - 1 = 0 \implies x = 1 \implies \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{1\}$

$$f'(x) = \frac{e^x \cdot (x-2)}{(x-1)^2} = 0 \implies e^x \cdot (x-2) = 0 \implies \begin{cases} e^x = 0 \Rightarrow \nexists \text{ Solución} \\ x - 2 = 0 \implies x = 2 \end{cases}$$

	$(-\infty, 1)$	$(1, 2)$	$(2, +\infty)$
Signo $f'(x)$	-	-	+
$f(x)$	Decreciente $\searrow$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$

La función $f(x)$ es *creciente* en $(2, +\infty)$ y *decreciente* en $(-\infty, 1) \cup (1, 2)$, y tiene un *mínimo relativo* en $(2, e^2)$.

$$\begin{aligned} \text{b) } G(x) &= \int g(x) dx = \int (x^2 - 3x) \cdot e^x dx = \left\{ \begin{array}{l} u = x^2 - 3x \Rightarrow du = (2x - 3) dx \\ dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x \end{array} \right\} \\ &= e^x \cdot (x^2 - 3x) - \int (2x - 3) \cdot e^x dx = \left\{ \begin{array}{l} u = 2x - 3 \Rightarrow du = 2 dx \\ dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x \end{array} \right\} \\ &= e^x \cdot (x^2 - 3x) - e^x \cdot (2x - 3) + \int 2e^x dx = e^x \cdot (x^2 - 3x) - e^x \cdot (2x - 3) + 2e^x + C \\ &= e^x \cdot (x^2 - 5x + 5) + C \end{aligned}$$

$$G(0) = 1 \implies 5 + C = 1 \implies C = -4 \implies \boxed{G(x) = e^x \cdot (x^2 - 5x + 5) - 4}$$

_____ o _____

Ejercicio 2B (2.5 puntos)

- a) (1.25 puntos) Justifica, indicando los teoremas en los que te basas, que la ecuación $x^3 - 2x^2 + 2x - 2 = 0$ tiene una única solución real y encuentra dicha solución con un error menor de una décima.
- b) (1.25 puntos) Dada la función $g(x) = -x^2 + 2x + 2$, determina el área de la región limitada por las gráficas de las funciones $g(x)$ y $g'(x)$.

(Extremadura - Matemáticas II - Julio 2026) - Opción B - Extraordinario

Solución.

- a) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 2$ es una función continua en $\mathbb{R}$ por ser un polinomio. Además $f(0) = -2 < 0$ y $f(2) = 2 > 0$. Utilizando el *Teorema de Bolzano* tenemos:

$f(x)$ es continua en $[0, 2]$. Además $f(0) < 0$ y $f(2) > 0 \implies \exists c \in (0, 2) \mid f(c) = 0$
Como $f'(x) = 3x^2 - 4x + 2 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \implies f(x)$ es *creciente* en dicho intervalo, lo que demuestra que la raíz es única.

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} f(0) < 0 \\ f(2) > 0 \end{array} \right\} & \xrightarrow[\text{en } [0,2]]{\text{Th. Bolz.}} c_1 = \frac{0+2}{2} = 1 & \Delta = 2 - 1 = 1 > 0.1 \\ \left. \begin{array}{l} f(1) < 0 \\ f(2) > 0 \end{array} \right\} & \xrightarrow[\text{en } [1,2]]{\text{Th. Bolz.}} c_2 = \frac{1+2}{2} = 1.5 & \Delta = 2 - 1.5 = 0.5 > 0.1 \\ \left. \begin{array}{l} f(1.5) < 0 \\ f(2) > 0 \end{array} \right\} & \xrightarrow[\text{en } [1.5,2]]{\text{Th. Bolz.}} c_3 = \frac{1.5+2}{2} = 1.75 & \Delta = 2 - 1.75 = 0.25 > 0.1 \\ \left. \begin{array}{l} f(1.5) < 0 \\ f(1.75) > 0 \end{array} \right\} & \xrightarrow[\text{en } [1.5,1.75]]{\text{Th. Bolz.}} c_4 = \frac{1.5+1.75}{2} = 1.625 & \Delta = 1.75 - 1.625 = 0.125 > 0.1 \\ \left. \begin{array}{l} f(1.5) < 0 \\ f(1.625) > 0 \end{array} \right\} & \xrightarrow[\text{en } [1.5,1.625]]{\text{Th. Bolz.}} c_5 = \frac{1.5+1.625}{2} = 1.5625 & \Delta = 1.625 - 1.5625 = 0.0625 < 0.1 \checkmark \end{aligned}$$

Por lo tanto podemos afirmar que, con un error inferior a $\Delta = 0.0625$, la solución de la ecuación $x^3 - 2x^2 + 2x - 2 = 0$ es $c_5 = 1.5625$.

- b) $g(x) = -x^2 + 2x + 2$ & $g'(x) = -2x + 2$

$g(x) \cap g'(x) \implies -x^2 + 2x + 2 = -2x + 2 \implies x^2 - 4x = 0 \implies x = \{0, 4\}$, que define un único recinto de integración $A_1 : (0, 4)$

$$A_1 = \int_0^4 [g(x) - g'(x)] dx = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left[-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right]_0^4 = -\frac{64}{3} + 32 = \frac{32}{3}$$

$$\text{Area} = |A_1| = \frac{32}{3} \simeq 10.67 \text{ u}^2$$

_____ o _____

Ejercicio 3A (2.5 puntos)

Dados los puntos $A(4, 3, 3)$, $B(3, 3, 4)$, $C(1, 0, 4)$ y $D(4, 0, 1)$,

- a) (1 punto) Justifica de forma razonada que los puntos A , B , C y D están en el mismo plano y halla la ecuación del plano que determinan.
- b) (0.75 puntos) Calcula el valor de k para que el punto $P(7, k, 2)$ esté en la recta r que pasa por los puntos A y C .
- c) (0.75 puntos) Calcula la distancia del punto B a la recta que pasa por A y C .

(Extremadura - Matemáticas II - Julio 2026) - Opción A - Extraordinario)

Solución.

- a) Hallamos el plano π que contiene a A , B y C y comprobamos que $D \in \pi$.

$$\pi \equiv \begin{cases} C(1, 0, 4) \\ \vec{AB} = (-1, 0, 1) \\ \vec{AC} = (-3, -3, 1) \end{cases} \implies \pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y & z-4 \\ -1 & 0 & 1 \\ -3 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$
$$\implies 3 \cdot (x-1) - 2y + 3 \cdot (z-4) = 0 \implies \boxed{\pi \equiv 3x - 2y + 3z - 15 = 0}$$

$$¿D \in \pi? \implies 3 \cdot 4 - 0 + 3 \cdot 1 - 15 = 0 \checkmark \implies D \in \pi$$

b) $r \equiv \begin{cases} C(1, 0, 4) \\ \vec{d}_r = \vec{AC} = (-3, -3, 1) \end{cases} \implies r \equiv \frac{x-1}{-3} = \frac{y}{-3} = z-4$

$$P(7, k, 2) \in r \implies \frac{7-1}{-3} = \frac{k}{-3} = 2-4 \implies \begin{cases} -18 = -3k \implies \boxed{k=6} \\ k = -2 \cdot -3 = 6 \checkmark \end{cases}$$

c) $d(B, r) = \frac{|\vec{d}_r \times \vec{BC}|}{|\vec{d}_r|} = \frac{\left| \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & -3 & 1 \\ -2 & -3 & 0 \end{vmatrix} \right|}{\sqrt{9+9+1}} = \frac{|(3-2, 3)|}{\sqrt{19}} = \frac{\sqrt{418}}{19} \simeq 1.08 \text{ u}$

_____ o _____

Ejercicio 3B (2.5 puntos)

Dados los planos $\pi_1 \equiv x + ky - 3z - 6 = 0$, $\pi_2 \equiv 2x - y - 5 = 0$ y el punto $A(2, 3, -4)$:

- a) (0.5 puntos) Calcula el valor de “ k ” para que los planos π_1 y π_2 sean perpendiculares.
- b) (1.5 puntos) Para $k = 2$, calcula el simétrico del punto A respecto del plano π_1 .
- c) (0.5 puntos) Para $k = 2$, calcula la distancia del punto A al plano π_1 .

(Extremadura - Matemáticas II - Julio 2026) - Opción B - Extraordinario)

Solución.

a) $\pi_1 \perp \pi_2 \iff \vec{n}_{\pi_1} \perp \vec{n}_{\pi_2} \iff \vec{n}_{\pi_1} \cdot \vec{n}_{\pi_2} = (1, k, -3) \cdot (2, -1, 0) = 2 - k + 0 = 0$
 $\implies \boxed{k = 2}$

b) Para $k = 2 \implies \pi_1 \equiv x + 2y - 3z - 6 = 0$ y hallamos $r \perp \pi_1 \mid A \in r$

$$r \equiv \begin{cases} A(2, 3, -4) \\ \vec{d}_r = \vec{n}_{\pi_1} = (1, 2, -3) \end{cases} \implies r \equiv \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 3 + 2\lambda \\ z = -4 - 3\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

$$O = r \cap \pi_1 \implies 2 + \lambda + 2 \cdot (3 + 2\lambda) - 3 \cdot (-4 - 3\lambda) - 6 = 0 \xrightarrow{\lambda=-1} O(1, 1, -1)$$

$$O = \frac{A + A'}{2} \implies A' = 2O - A = 2 \cdot (1, 1, -1) - (2, 3, -4) \implies \boxed{A'(0, -1, 2)}$$

c) Para $k = 2 \implies \pi_1 \equiv x + 2y - 3z - 6 = 0$

$$d(A, \pi_1) = \frac{|2 + 6 + 12 - 6|}{\sqrt{1 + 4 + 9}} = \frac{14}{\sqrt{14}} = \sqrt{14} \simeq 3.74 \text{ u}$$

_____ o _____

Ejercicio 4 (2.5 puntos)

El pasado mes de diciembre falleció el cantante extremeño Roberto Iniesta (Robe), considerado uno de los grandes iconos de la música española. Robe publicó, entre otros, 12 discos con su grupo Extremoduro y 4 discos en solitario. Nos hemos encontrado con un fan que nos ha dicho que se sabe el 70 % de las canciones de Extremoduro y el 80 % de las canciones de su etapa en solitario. Si ponemos una canción de uno de los discos de Robe:

- a) (1 punto) ¿Qué probabilidad hay de que ese fan se sepa la canción?
- b) (0.5 puntos) Si nos ha dicho que se sabe la canción que está sonando ¿qué probabilidad hay de que la canción sea de la etapa de Extremoduro?
- c) (1 punto) ¿Qué probabilidad hay de que la canción sea de su etapa en solitario o no la sepa?

(Extremadura - Matemáticas II - Julio 2026) - Opción Única - Extraordinario)

Solución.

Sean los sucesos:

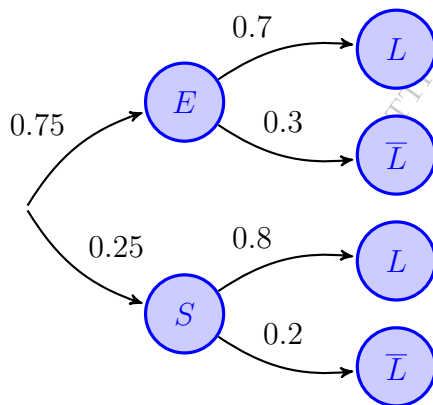
$E \equiv$ “La canción es con el grupo Extremoduro”

$S \equiv$ “La canción es en solitario”

$L \equiv$ “El fan se sabe la letra de la canción”

El enunciado tenemos:

$$P(E) = \frac{12}{16} = 0.75 \quad \& \quad P(S) = \frac{4}{16} = 0.25$$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(L) &= P((E \cap L) \cup (S \cap L)) \\ &= P(E \cap L) + P(S \cap L) \\ &= P(E) \cdot P(L | E) + P(S) \cdot P(L | S) \\ &= 0.75 \cdot 0.7 + 0.25 \cdot 0.8 = 0.725 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(E | L) &= \frac{P(E \cap L)}{P(L)} = \frac{P(E) \cdot P(L | E)}{P(L)} \\ &= \frac{0.75 \cdot 0.7}{0.725} = 0.7242 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(S \cup \bar{L}) &= P(S) + P(\bar{L}) - P(S \cap \bar{L}) = P(S) + [1 - P(L)] + P(S) \cdot P(\bar{L} | S) \\ &= 0.25 + (1 - 0.725) - 0.25 \cdot 0.2 = 0.475 \end{aligned}$$

_____ o _____