

MATEMATICAS II

EXAMENES RESUELTOS

EVAU JUNIO 2026

- Ordinario -

<https://aprendeconmigomelon.com>

Iñigo Zunzunegui Monterrubio



Junio 2026 (Ordinario)

Bloque Análisis

Ejercicio 1 (2 puntos)

Tras la erupción del volcán Tajogaite (La Palma, 2021) un equipo de ingenieros ha desarrollado un prototipo de barredora marítima para recoger la ceniza que llega al mar, con una capacidad de $0.5 \text{ km}^2/\text{hora}$. Para la construcción del prototipo, se ha modelizado mediante $f(t)$ la superficie afectada por la mancha de ceniza en km^2 , siendo t los días transcurridos desde que comienzan la monitorización de la mancha.

$$f(t) = \frac{10t + 5}{2t^2 + 4} + 5$$

- a) (1 punto) Estudiar el crecimiento y decrecimiento del modelo propuesto. ¿Existe algún valor extremo en el modelo? En caso afirmativo, ¿cuál es el tamaño de la mancha de ceniza en ese punto?
- b) (0.5 puntos) Un técnico del equipo afirma que no hará falta la intervención de medios de limpieza ya que pasado un tiempo la mancha desaparecerá. ¿Es cierta esta afirmación? Justificar la respuesta.
- c) (0.5 puntos) La barredora se pone en funcionamiento el cuarto día después de comenzar a monitorizar la mancha. Si la superficie de la mancha no recibiera más ceniza y se mantuviera constante a partir de ese día, ¿cuánto tiempo tardaría la barredora en eliminar la mancha de ceniza?

(Islas Canarias - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción Única - Bloque Análisis)

Solución.

$$\begin{aligned} \text{a) } f'(t) &= \frac{10 \cdot (2t^2 + 4) - (10t + 5) \cdot 4t}{(2t^2 + 4)^2} = \frac{-20t^2 - 20t + 40}{(2t^2 + 4)^2} = \frac{-20 \cdot (t^2 + t - 2)}{(2t^2 + 4)^2} = 0 \\ \implies -20t^2 - 20t + 40 &= 0 \implies t = -2 \text{ \& } t = 1. \end{aligned}$$

	$(0, 1)$	$(1, +\infty)$
Signo $f'(t)$	+	-
$f(t)$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$

La superficie afectada $f(t)$ es *creciente* en $(0, 1)$ y *decreciente* en $(1, +\infty)$, y tiene un *máximo relativo*, que es también *absoluto* en $t = 1$ día con una superficie afectada de $f(1) = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ km}^2$.

$$\text{b) } \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\frac{10t + 5}{2t^2 + 4} + 5 \right) = 5 \quad \& \quad f(0) = \frac{0 + 5}{0 + 4} + 5 = 6.25$$

Con el paso del tiempo el tamaño de la mancha tenderá a estabilizarse en 5 km^2 , por lo que el técnico no tiene razón.

$$\text{c) } f(4) = \frac{45}{36} + 5 = 6.25 \text{ km}^2. \text{ Como la barredora tiene un rendimiento de } 0.5 \text{ km}^2/h \text{ tardaría en limpiarla } t = \frac{6.25}{0.5} = 12.5 \text{ horas.}$$



Bloque Algebra

Ejercicio 2 (2 puntos)

$$\text{Dada la matriz } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Hallar dos matrices cuadradas de dimensión 3 tales que al sumar la primera con el doble de la segunda se obtiene la matriz A . Y, si se le resta a la primera el doble de la segunda se obtiene la inversa de A .

(Islas Canarias - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción Única - Bloque Algebra)

Solución.

Sean B y C las matrices pedidas. Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} B + 2C = A \Rightarrow B = A - 2C \\ B - 2C = A^{-1} \Rightarrow A - 2C - 2C = A^{-1} \Rightarrow A - A^{-1} = 4C \Rightarrow C = \frac{1}{4} \cdot (A - A^{-1}) \end{cases}$$

$$|A| = 1 \quad \& \quad \text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \& \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \frac{1}{4} \cdot (A - A^{-1}) = \frac{1}{4} \cdot \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right] \Rightarrow C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = A - 2C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

_____ o _____

Bloque Geometría

Ejercicio 3 (2 puntos)

En el espacio tridimensional se conocen el siguiente plano y punto:

$$\pi \equiv 2x + 3y = 0 \quad \& \quad P(1, -5, 1)$$

a) (0.5 puntos) Hallar la recta r perpendicular al plano π que pasa por el punto P .

b) (1.5 puntos) Estudiar la posición relativa de la recta $s \equiv \begin{cases} -x + 3y - 3z = -3 \\ 4x + 9y - 2z = -2 \end{cases}$ con el plano π .

(Islas Canarias - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción Única - Bloque Geometría)

Solución.

$$\text{a) } r \equiv \begin{cases} P(1, -5, 1) \\ \vec{d}_r = \vec{n}_\pi = (2, 3, 0) \end{cases} \implies r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = -5 + 3\lambda \\ z = 1 \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

$$\text{b) } s \equiv \begin{cases} S(0, 0, 1) \\ \vec{d}_s = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 3 & -3 \\ 4 & 9 & -2 \end{vmatrix} = (21, -14, -21) \approx (3, -2, -3) \end{cases} \implies s \equiv \begin{cases} x = 3\mu \\ y = -2\mu \\ z = 1 - 3\mu \end{cases}$$

$$\vec{d}_s \cdot \vec{n}_\pi = (3, -2, -3) \cdot (2, 3, 0) = 0 \implies \begin{cases} r \parallel \pi \\ r \subset \pi \end{cases} \xrightarrow{\text{¿} S \in \pi?} 0 + 0 = 0 \checkmark \implies s \subset \pi$$

_____ o _____

Bloque Análisis

Ejercicio 4A (2 puntos)

Calcular la siguiente integral definida:

$$\int_1^2 x \cdot e^x dx$$

(Islas Canarias - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción A - Bloque Análisis)

Solución.

$$\begin{aligned} I(x) &= \int x \cdot e^x dx = \left\{ \begin{array}{ll} u = x & \Rightarrow du = dx \\ dv = e^x dx & \Rightarrow v = e^x \end{array} \right\} = x \cdot e^x - \int e^x dx \\ &= x \cdot e^x - e^x + C = (x - 1) \cdot e^x + C \end{aligned}$$

$$\int_1^2 x \cdot e^x dx = I(2) - I(1) = e^2 - 0 = e^2$$

_____ o _____

Ejercicio 4B (2 puntos)

Dada la siguiente función $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{a}{x-2} & , \text{ si } x < 1 \\ a + \frac{b}{\sqrt{x}} & , \text{ si } x \geq 1 \end{cases}, \text{ con } a \text{ y } b \in \mathbb{R}$$

Estudiar para qué valores de a y b la función $f(x)$ es continua y derivable en todo $\mathbb{R}$.
Dar la expresión de la función resultante.

(Islas Canarias - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción B - Bloque Análisis)

Solución.

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{a}{x-2} & , \text{ si } x < 1 \\ a + \frac{b}{\sqrt{x}} & , \text{ si } x \geq 1 \end{cases} \implies f'(x) = \begin{cases} -\frac{a}{(x-2)^2} & , \text{ si } x < 1 \\ -\frac{b}{2x \cdot \sqrt{x}} & , \text{ si } x > 1 \end{cases}$$

■ Continuidad:

- Si $x \neq 1 \implies f(x)$ es continua pues las ramas son funciones racionales que se anulan respectivamente en 2 y 0, esto es, fuera de la correspondiente rama.

- Si $x = 1$

- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(1 + \frac{a}{x-2} \right) = 1 - a$
- $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(a + \frac{b}{\sqrt{x}} \right) = a + b$
- $f(1) = a + \frac{b}{\sqrt{1}} = a + b$

$$f(x) \text{ es continua en } x = 1 \iff \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \xrightarrow{1-a=a+b} \textcircled{\bullet} 2a + b = 1$$

■ Derivabilidad:

- Si $x \neq 1 \implies f(x)$ es derivable por los mismos motivos expuestos en la continuidad

- Si $x = 1$

- $f'(1^-) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(-\frac{a}{(x-2)^2} \right) = -a$
- $f'(1^+) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(-\frac{b}{2x \cdot \sqrt{x}} \right) = -\frac{b}{2}$

$$f(x) \text{ derivable en } x = 1 \iff f'(1^-) = f'(1^+) \Rightarrow -a = -\frac{b}{2} \implies \textcircled{*} 2a - b = 0$$

Para que la función sea continua y derivable en todo $\mathbb{R}$ se tiene que cumplir:

$$\begin{cases} \textcircled{\bullet} 2a + b = 1 \\ \textcircled{*} 2a - b = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} a = 1/4 \\ b = 1/2 \end{cases} \implies f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{1}{4 \cdot (x-2)} & , \text{ si } x < 1 \\ \frac{2 + \sqrt{x}}{4\sqrt{x}} & , \text{ si } x \geq 1 \end{cases}$$

Bloque Probabilidad

Ejercicio 5A (2 puntos)

Un reciente estudio de bienestar tecnológico ha analizado el tiempo total diario (en minutos) que los estudiantes de 2º de Bachillerato utilizan auriculares. Se asume que este tiempo diario de uso se puede modelizar mediante una variable aleatoria con distribución normal, de media 74 minutos y desviación típica de 20 minutos. El Servicio Canario de la Salud considera que los jóvenes hacen un “uso moderado” de los auriculares cuando lo utilizan menos de 50 minutos diarios.

- a) (1.25 puntos) Si a la actual convocatoria de la PAU se presentan 4000 estudiantes, estimar cuántos de ellos utilizan auriculares entre 70 y 80 minutos diarios.
- b) (0.75 puntos) Determina el porcentaje de estudiantes que se presentaron a la PAU que hacen un “uso moderado” de los auriculares.

(Islas Canarias - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción A - Bloque Probabilidad)

Solución.

$X \equiv$ “Tiempo de uso de los auriculares (min.)” $\rightarrow X : \mathcal{N}(74, 20)$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(70 \leq X \leq 80) &= P\left(\frac{70 - 74}{20} \leq Z \leq \frac{80 - 74}{20}\right) = P(-0.2 \leq Z \leq 0.3) \\ &= P(Z \leq 0.3) - P(Z \leq -0.2) = P(Z \leq 0.3) - P(Z \geq 0.2) \\ &= P(Z \leq 0.3) - [1 - P(Z \leq 0.2)] = 0.6170 - (1 - 0.5793) \\ &= 0.1963 \Rightarrow 4000 \cdot 0.1963 \simeq 785 \text{ estudiantes.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(X \leq 50) &= P\left(Z \leq \frac{50 - 74}{20}\right) = P(Z \leq -1.2) = P(Z \geq 1.2) = 1 - P(Z \leq 1.2) \\ &= 1 - 0.8849 = 0.1151 \Rightarrow 11.51 \% \text{ con uso moderado.} \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 5B (2 puntos)

El área e Medio Ambiente del Cabildo ha diseñado un plan de reforestación para las zonas de cumbre afectadas por incendios. El plan incluye una técnica innovadora que garantiza que tres de cada cinco semillas de pino canario germinan y sobrevive el primer año. Para validar la eficacia de esta técnica, se han plantado 150 semillas en una parcela experimental. Se supone que la suervivencia de la semilla es independiente del resto.

- a) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que, en la parcela experimental, germinen y sobrevivan entre 82 y 94 semillas el primer año.
- b) (0.75 puntos) Los técnicos del Cabildo han decidido que, si tras el primer año de estudio de la parcela experimental, germinan y sobreviven más de 80 semillas con una probabilidad superior al 90 %, se incorporará esta técnica innovadora al plan de reforestación. En base a los datos, ¿incluirán esta técnica en el plan de reforestación?

(Islas Canarias - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción B - Bloque Probabilidad)

Solución.

$X \equiv$ "Nº de semillas de pino que germinan de entre 150" $\longrightarrow X : \mathcal{B}(150, 3/5) = \mathcal{B}(150, 0.6)$

$$\text{a) } X : \mathcal{B}(150, 0.6) \implies \left\{ \begin{array}{l} n = 150 > 20 \checkmark \\ np = 90 > 5 \checkmark \\ nq = 60 > 5 \checkmark \end{array} \right\} \implies Y : \mathcal{N}(np, \sqrt{npq}) = \mathcal{N}(90, 6)$$

$$\begin{aligned} P(82 \leq Y \leq 94) &= P(81.5 \leq Y \leq 94.5) = P\left(\frac{81.5 - 90}{6} \leq Z \leq \frac{94.5 - 90}{6}\right) \\ &= P(-1.42 \leq Z \leq 0.75) = P(Z \leq 0.75) - P(Z \leq -1.42) \\ &= P(Z \leq 0.75) - P(Z \geq 1.42) = P(Z \leq 0.75) - [1 - P(Z \leq 1.42)] \\ &= 0.7734 - (1 - 0.9222) = 0.5956 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(X > 80) &= P(Y \geq 80.5) = P\left(Z \geq \frac{80.5 - 90}{6}\right) = P(Z \geq -1.58) = P(Z \leq 1.58) \\ &= 0.9429 > 0.9 \implies \text{se incluirá la técnica innovadora.} \end{aligned}$$

_____ o _____