

MATEMATICAS II

EXAMENES RESUELTOS

EVAU JULIO 2026
- Extraordinario -

<https://aprendeconmigomelon.com>

Iñigo Zunzunegui Monterrubio



Julio 2026 (Extraordinario)

Bloque Análisis

Ejercicio 1 (2 puntos)

Una ultramaratón internacional realizada en Gran Canaria atraviesa espacios naturales protegidos muy sensibles, como el Parque Natural de Tamadaba o el Parque Rural del Nublo. El Cabildo Insular ha establecido la cantidad máxima de 7500 participantes para poder garantizar la conservación de los parques por los que discurre la prueba.

Siguiendo datos de otros años, se propone un modelo matemático dado por la función $f(t)$, que mide el número total de corredores inscritos (expresados en miles) transcurrido el tiempo t (en meses) desde la apertura de las inscripciones.

$$I(t) = \begin{cases} 5e^{0.8t-4} & , \text{ si } 0 \leq t \leq 5 \\ \frac{14t - 65}{2t - 9} & , \text{ si } t > 5 \end{cases}$$

- a) (1.5 puntos) Indicar si el modelo es continuo y derivable en su dominio de definición.
- b) (0.5 puntos) El modelo propuesto, ¿garantiza que no se superará el número máximo de inscripciones permitidas? Justificar la respuesta.

(Islas Canarias - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción Unica - Análisis)

Solución.

$$I(t) = \begin{cases} 5e^{0.8t-4} & , \text{ si } 0 \leq t \leq 5 \\ \frac{14t - 65}{2t - 9} & , \text{ si } t > 5 \end{cases} \quad \& \quad I'(t) = \begin{cases} 4e^{0.8t-4} & , \text{ si } 0 < t < 5 \\ \frac{4}{(2t - 9)^2} & , \text{ si } t > 5 \end{cases}$$

a) ■ Continuidad de $I(t)$:

- Si $t \neq 5 \implies I(t)$ es continua pues la primera rama es una exponencial y la segunda una racional cuyo denominador no se anula en la rama.

- Si $t = 5$

- $\lim_{t \rightarrow 5^-} I(t) = \lim_{t \rightarrow 5} 5e^{0.8t-4} = 5$
- $\lim_{t \rightarrow 5^+} I(t) = \lim_{t \rightarrow 5} \frac{14t - 65}{2t - 9} = 5$
- $I(5) = 5e^{4-4} = 5$

$$\lim_{t \rightarrow 5^-} I(t) = \lim_{t \rightarrow 5^+} I(t) = I(5) \implies I(t) \text{ es continua en } t = 5.$$

Luego $I(t)$ es continua en su dominio $[0, +\infty)$.

■ Derivabilidad de $I(t)$:

- Si $t \neq 5$ la función es derivable pues $\text{Dom } I'(t) = \mathbb{R} - \{5\}$
- Si $t = 5$:

- $I'(5^-) = \lim_{t \rightarrow 5^-} I'(t) = \lim_{t \rightarrow 5} 4e^{0.8t-4} = 4$



$$\circ \quad I'(5^-) = \lim_{t \rightarrow 5^-} I'(t) = \lim_{t \rightarrow 5} \frac{4}{(2t-9)^2} = 4$$

$$I'(5^-) = I'(5^+) \implies I(t) \text{ es derivable en } t = 5.$$

Luego $I(t)$ es continua en su dominio $[0, +\infty)$ y derivable en $(0, +\infty)$.

b) $I'(t) > 0 \quad \forall t \in \text{Dom}(I) \implies f(t)$ es creciente en su dominio $[0, +\infty)$. Como

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} I(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{14t-65}{2t-9} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \frac{14}{2} = 7 \implies 7000 \text{ participantes}$$

las inscripciones nunca superarán las 7500 permitidas.

_____ o _____

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Bloque Algebra

Ejercicio 2 (2 puntos)

Dada la siguiente matriz $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}$ con $k \in \mathbb{R}$:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -k & 0 \\ 1 & 2 & k \\ k & 0 & k \end{pmatrix}$$

- a) (0.75 puntos) Averiguar los valores de k para los que la matriz A tiene inversa.
b) (1.25 puntos) Calcular la matriz inversa de A , cuando $k = 1$.

(Islas Canarias - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción Unica - Algebra)

Solución.

a) $|A| = -k^3 + k^2 + 6k = -k \cdot (k^2 - k - 6) = 0 \Rightarrow k = \{-2, 0, 3\} \Rightarrow \exists A^{-1} \forall k \neq \{-2, 0, 3\}$

b) Para $k = 1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ & $|A| = 6$ & $\text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ -1 & -3 & 7 \end{pmatrix}$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj } A^T = \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -3 \\ -2 & -1 & 7 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/6 & -1/6 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \\ -1/3 & -1/6 & 7/6 \end{pmatrix}$$

_____ o _____

Bloque Geometría

Ejercicio 3 (2 puntos)

En el espacio tridimensional, se conoce que el siguiente plano y recta son secantes:

$$\pi \equiv x + 3y + 2z = 10 \quad \& \quad r \equiv \frac{x+21}{11} = 3 - y = \frac{5-z}{2}$$

a) (1 punto) Averiguar el punto de corte entre el plano π y la recta r .

b) (1 punto) Calcular el ángulo generado por el plano π y la recta r .

(Islas Canarias - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción Unica - Geometría)

Solución.

$$r \equiv \begin{cases} R(-21, 3, 5) \\ \vec{d}_r = (11, -1, -2) \end{cases} \implies r \equiv \begin{cases} x = -21 + 11\lambda \\ y = 3 - \lambda \\ z = 5 - 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

$$\text{a) } P = r \cap \pi \implies -21 + 11\lambda + 3 \cdot (3 - \lambda) + 2 \cdot (5 - 2\lambda) = 10 \xRightarrow{\lambda=3} \boxed{P = (12, 0, -1)}$$

$$\text{b) } \sin \alpha = \frac{|\vec{d}_r \cdot \vec{n}_\pi|}{|\vec{d}_r| \cdot |\vec{n}_\pi|} = \frac{|(11, -1, -2) \cdot (1, 3, 2)|}{\sqrt{126} \cdot \sqrt{14}} = \frac{|11 - 3 - 4|}{42} = \frac{2}{21} \implies \boxed{\alpha = 5.47^\circ}$$

_____ o _____

Bloque Análisis

Ejercicio 4A (2 puntos)

Calcular la siguiente integral indefinida:

$$\int \sqrt{7x+5} \, dx$$

(Islas Canarias - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción A - Análisis)

Solución.

$$\int \sqrt{7x+5} \, dx = \frac{1}{7} \int \underbrace{7}_{u'} \cdot \underbrace{(7x+5)^{1/2}}_{u^{1/2}} \, dx = \frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3} \cdot (7x+5)^{3/2} + C = \frac{2\sqrt{(7x+5)^3}}{21} + C$$

Ejercicio 4B (2 puntos)

Dada la siguiente función:

$$f(x) = x^2 \cdot e^{1-x}$$

- a) (1.25 puntos) Averiguar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.
- b) (0.75 puntos) Estudiar la tendencia de $f(x)$ cuando se aproxima a $\pm\infty$ ¿Qué se puede afirmar en relación a la asíntota horizontal de $f(x)$?

(Islas Canarias - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción B - Análisis)

Solución.

$$a) \quad f'(x) = e^{1-x} \cdot (2x - x^2) = 0 \implies \begin{cases} e^{1-x} = 0 \implies \nexists \text{ Solución} \\ 2x - x^2 = 0 \implies x = \{0, 2\} \end{cases}$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, 2)$	$(2, +\infty)$
Signo $f'(x)$	—	+	—
$f(x)$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$

La función $f(x)$ es *creciente* en $(0, 2)$ y *decreciente* en $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$, y tiene un *mínimo relativo* en $(0, 0)$ y un *máximo relativo* en $(2, 4/e)$.

$$b) \quad \begin{aligned} \blacksquare \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \cdot e^{1-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \cdot e^{1+x} = +\infty \\ \blacksquare \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \cdot e^{1-x} = [\infty \cdot 0] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^{x-1}} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] \stackrel{\text{L'Hôp}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{e^{x-1}} \\ &= \left[\frac{\infty}{\infty} \right] \stackrel{\text{L'Hôp}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{e^{x-1}} = 0 \end{aligned}$$

Por lo tanto $\exists A.H.$ en $y = 0$, mientras que $\nexists A.H.$ en $x \rightarrow -\infty$.



Bloque Probabilidad

Ejercicio 5A (2 puntos)

La playa de Famara (Lanzarote) es muy famosa por la calidad de sus olas para la realización de Surf. La academia de surf “FaMa-t-Surf” ofrece cursos para quienes quieren iniciarse en este deporte y garantiza que, tras sus sesiones de formación, un surfista principiante surfeará la ola con un 70 % de posibilidades.

- a) (1.25 puntos) Se elige al azar un surfista que ha seguido las clases de esta academia. Si intenta surfear 5 olas, ¿cuál es la probabilidad de que logre surfear alguna de ellas?
- b) (0.75 puntos) Para contratar un nuevo monitor se evalúa a un surfista experimentado que tiene un 90 % de probabilidad de surfear una ola. Se contrata si logra surfear al menos 14 de 15 olas, ¿cuál es la probabilidad de que consiga el puesto?

(Islas Canarias - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción A - Probabilidad)

Solución.

- a) $X \equiv \text{“Nº de olas surfeadas de entre 5”} \longrightarrow X : \mathcal{B}(5, 0.7)$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{5}{0} \cdot 0.7^0 \cdot 0.3^5 = 1 - 0.0024 = 0.9976$$

- b) $Y \equiv \text{“Nº de olas surfeadas de entre 15”} \longrightarrow Y : \mathcal{B}(15, 0.9)$

$$P(Y \geq 14) = P(Y = 14) + P(Y = 15) = \binom{15}{14} \cdot 0.9^{14} \cdot 0.1^1 + \binom{15}{15} \cdot 0.9^{15} \cdot 0.1^0 = 0.549$$

————— o —————

Ejercicio 5B (2 puntos)

El servicio de instrumentación del Roque de los Muchachos (La Palma) recibe un lote de 120 sensores de luz. De estos 20 sensores de luz son de ultra-alta sensibilidad destinados al telescopio LST-1, y el resto son de sensibilidad estándar y se reparten por igual entre los telescopios MAGIC I y MAGIC II.

Tras el largo transporte por carretera hasta la cumbre, la probabilidad de que un sensor de los MAGIC sufra un micro-desajuste y se deba recalibrar en el laboratorio, es del 1.6 %. Mientras que los sensores del LST-1 están en embalajes más reforzados y el micro-desajuste sucede el 0.9 % de las veces.

Antes de instalarlos, el jefe de operaciones elige al azar un sensor del lote para comprobar su estado.

- a) (1 punto) Calcular la probabilidad de que el sensor de luz elegido deba ser recalibrado.
- b) (1 punto) Elegido un sensor de luz que no requiere recalibración, justificar razonadamente si la probabilidad de que pertenezca al telescopio MAGIC-II es superior al doble de la probabilidad de que proceda del telescopio LST-1.

(Islas Canarias - Matemáticas II - Julio 2026 - Opción B - Probabilidad)

Solución.

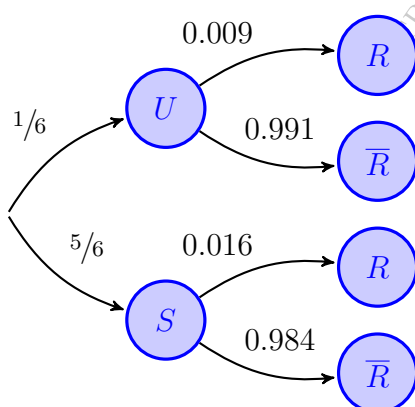
Sean los sucesos:

$U \equiv$ “El sensor es de ultra-alta sensibilidad para el LST-1”

$S \equiv$ “El sensor es de sensibilidad estándar para los MAGIC”

$R \equiv$ “El sensor debe ser recalibrado por un desajuste en el transporte”

Del enunciado tenemos: $P(U) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$ & $P(S) = 1 - P(U) = \frac{5}{6}$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(R) &= P((U \cap R) \cup (S \cap R)) \\ &= P(U \cap R) + P(S \cap R) \\ &= P(U) \cdot P(R | U) + P(S) \cdot P(R | S) \\ &= \frac{1}{6} \cdot 0.009 + \frac{5}{6} \cdot 0.016 = 0.0148 \end{aligned}$$

b) Sea $MII \equiv$ “El sensor es para el MAGIC-II”

$$P(MII) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{12}$$

$$P(\bar{R} | MII) = P(\bar{R} | MII) = 0.984$$

$$P(MII | \bar{R}) = \frac{P(MII \cap \bar{R})}{P(\bar{R})} = \frac{P(MII) \cdot P(\bar{R} | MII)}{1 - P(R)} = \frac{\frac{5}{12} \cdot 0.984}{1 - 0.0148} = 0.4162$$

$$P(U | \bar{R}) = \frac{P(U \cap \bar{R})}{P(\bar{R})} = \frac{P(U) \cdot P(\bar{R} | U)}{1 - P(R)} = \frac{\frac{1}{6} \cdot 0.991}{1 - 0.0148} = 0.1676$$

En efecto $P(MII | \bar{R}) = 0.4162 > 2 \cdot P(U | \bar{R}) = 2 \cdot 0.1676 = 0.3352$