

MATEMATICAS II

EXAMENES RESUELTOS



EVAU JUNIO 2026

- Ordinario -

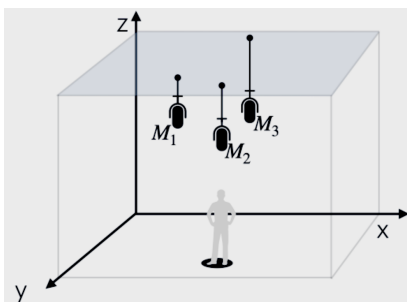
<https://aprendeconmigomelon.com>

Iñigo Zunzunegui Monterrubio



Junio 2026 (Ordinario)

Ejercicio 1 (2 puntos)



En un estudio de grabación se han colocado tres micrófonos colgados del techo con cables de distintas longitudes para grabar un concierto acústico.

Considerando un sistema de referencia en el que el origen se encuentra en el suelo de la sala, el techo del estudio se sitúa a una altura de 7 m, tal como se muestra en la figura.

Los micrófonos se colocan en las siguientes posiciones:

- **Micrófono 1 (M_1)** : Coordenadas $x = 2$, $y = 3$, colgado del techo con un cable de longitud 1 m.
- **Micrófono 2 (M_2)** : Coordenadas $x = 4$, $y = 4$, colgado del techo con un cable de longitud 2 m.
- **Micrófono 3 (M_3)** : Coordenadas $x = 5$, $y = 1$, colgado del techo con un cable de longitud 3 m.

Durante el ensayo, un músico se sitúa en el punto $P(4, 3, 0)$, que representa su posición sobre el escenario.

- a) (1 punto) Determina las coordenadas de los tres micrófonos y calcula la ecuación del plano que los contiene.
- b) (1 punto) Sea π el plano que contiene los micrófonos M_1 , M_2 y M_3 . Con el fin de mejorar la calidad del sonido, se desea colocar un cuarto micrófono M_4 de manera que sea la proyección ortogonal del punto P sobre el plano π . Determina las coordenadas de este cuarto micrófono.

(Islas Baleares - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción Única)

Solución.

$$a) \quad M_1(2, 3, 7 - 1) = (2, 3, 6) \quad M_2(4, 4, 7 - 2) = (4, 4, 5) \quad M_3(5, 1, 7 - 3) = (5, 1, 4)$$

$$\pi \equiv \begin{cases} M_1(2, 3, 6) \\ \overrightarrow{M_1 M_2} = (2, 1, -1) \\ \overrightarrow{M_1 M_3} = (3, -2, -2) \end{cases} \quad \pi \equiv \begin{vmatrix} x - 2 & y - 3 & z - 6 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\implies -4 \cdot (x - 2) + y - 3 - 7 \cdot (z - 6) \implies \boxed{\pi \equiv 4x - y + 7z - 47 = 0}$$

$$b) \quad \begin{cases} r \equiv \begin{cases} P(4, 3, 0) \\ \vec{d}_r = \vec{n}_\pi = (4, -1, 7) \end{cases} \implies r \equiv \begin{cases} x = 4 + 4\lambda \\ y = 3 - \lambda \\ z = 7\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad M_4 = r \cap \pi &\implies 4 \cdot (4 + 4\lambda) - (3 - \lambda) + 7 \cdot 7\lambda - 47 = 0 \xrightarrow{\lambda = 17/33} \boxed{M_4 \left(\frac{200}{33}, \frac{82}{33}, \frac{119}{33} \right)} \\ &\quad \text{-----} \circ \text{-----} \end{aligned}$$

Ejercicio 2 (2 puntos)

Sea $f(x) = \frac{4x^3}{x^2 + 1} \cdot \ln x$. Calcula $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

(Islas Baleares - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción Única)

Solución.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x^3}{x^2 + 1} \cdot \ln x = [0 \cdot \infty] = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\frac{x^2 + 1}{4x^3}} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] \stackrel{\text{L'Hôp}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-4x^4 - 12x^2}{16x^6}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-x^2 - 3}{4x^4}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x^4}{x \cdot (-x^2 - 3)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x^3}{-x^2 - 3} = \frac{0}{0 - 3} = 0\end{aligned}$$

_____ o _____

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 3 (2 puntos)

Una plataforma de streaming de videojuegos ha analizado los hábitos de sus usuarios durante un año. El estudio muestra que el 40 % de los usuarios juegan principalmente a juegos competitivos en línea. De entre estos usuarios competitivos, el 30 % participa habitualmente en torneos oficiales. En cambio, de entre los usuarios que no juegan principalmente a juegos competitivos, se sabe que el 20 % también participa en torneos oficiales.

- a) (0.5 puntos) Si se selecciona aleatoriamente un usuario que no juega principalmente a juegos competitivos, ¿cuál es la probabilidad de que no participe en torneos oficiales?
- b) (1.5 puntos) Si se selecciona aleatoriamente un usuario y se sabe que participa en torneos oficiales, ¿qué es más probable, que juegue principalmente a juegos competitivos o que no?

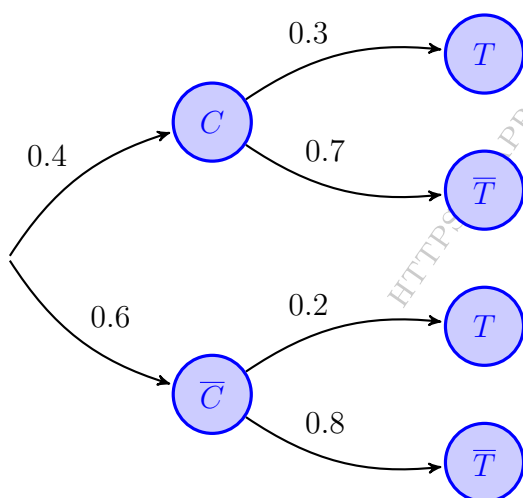
(Islas Baleares - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción Única)

Solución.

Sean los sucesos:

$C \equiv$ “El usuario juega a juegos competitivos en línea”

$T \equiv$ “El usuario participa en torneos oficiales”



a) $P(\bar{T} | \bar{C}) = 0.8$

b)
$$\begin{aligned} P(T) &= P((C \cap T) \cup (\bar{C} \cap T)) \\ &= P(C \cap T) + P(\bar{C} \cap T) \\ &= P(C) \cdot P(T | C) + P(\bar{C}) \cdot P(T | \bar{C}) \\ &= 0.4 \cdot 0.3 + 0.6 \cdot 0.2 = 0.24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(C | T) &= \frac{P(C \cap T)}{P(T)} = \frac{P(C) \cdot P(T | C)}{P(T)} \\ &= \frac{0.4 \cdot 0.3}{0.24} = 0.5 \end{aligned}$$

$$P(\bar{C} | T) = 1 - P(C | T) = 1 - 0.5 = 0.5$$

Los dos sucesos son equiprobables

Ejercicio 4A (2 puntos)

Se pretende estudiar la intensidad de la señal eléctrica registrada por un electrodo implantado en un área de la corteza cerebral. La intensidad de la señal $I(t)$ (en microvoltios) en función del tiempo t (en milisegundos) después de un estímulo viene dada por la función

$$I(t) = 50t \cdot e^{-0.2t}, \quad t \geq 0$$

- a) (1 punto) Calcula en qué instante de tiempo la intensidad de la señal es máxima y cuál es dicha intensidad.
- b) (1 punto) Calcula una primitiva de la función $I(t)$, es decir, determina $\int I(t) dt$.

(Islas Baleares - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción A)

Solución.

$$\text{a) } I'(t) = 50 \cdot e^{-0.2t} - 10t \cdot e^{-0.2t} = (50 - 10t) \cdot e^{-0.2t} = 0 \implies \begin{cases} e^{-0.2t} = 0 \implies \nexists \text{ Solución} \\ 50 - 10t = 0 \implies t = 5 \end{cases}$$

	$(0, 5)$	$(5, +\infty)$
Signo $I'(t)$	+	-
$I(t)$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$

La intensidad de la señal $I(t)$ es *creciente* en $(0, 5)$ y *decreciente* en $(5, +\infty)$, y tiene un *máximo relativo*, que es también *absoluto*, en $t = 5$ milisegundos, con una intensidad de $I(5) = \frac{250}{e} \simeq 91.97$ microvoltios.

$$\begin{aligned} \text{b) } \int I(t) dt &= \int 50t \cdot e^{-0.2t} dt = \left\{ \begin{array}{ll} u = 50t & \Rightarrow du = 50 dt \\ dv = e^{-0.2t} & \Rightarrow v = -5 \cdot e^{-0.2t} \end{array} \right\} \\ &= -250t \cdot e^{-0.2t} + \int 250 \cdot e^{-0.2t} dt = -250t \cdot e^{-0.2t} + 250 \cdot \frac{1}{-0.2} \int \underbrace{-0.2}_{u'} \cdot \underbrace{e^{-0.2t}}_{e^4} dt \\ &= -250t \cdot e^{-0.2t} - 1250 \cdot e^{-0.2t} + C = -250 \cdot (t + 5) \cdot e^{-0.2t} + C \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 4B (2 puntos)

La desviación vertical de un dron, $y(t)$ (en metros), respecto de una altura de referencia tras una perturbación inicial, se describe a lo largo del tiempo t (en segundos) como

$$y(t) = \frac{t^3 + t^2 + 2t - 1}{t^4 + 2}, \quad t \geq 0$$

donde los valores positivos de $y(t)$ indican que el dron se encuentra por encima de la altura de referencia, mientras que los valores negativos indican que se encuentra por debajo de esta.

Demuestra que existe al menos un instante de tiempo t en el que el dron se encuentra exactamente a la altura de referencia.

(Islas Baleares - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción B)

Solución.

La función que mide la altura del dron $y(t)$ es continua en $[0, \infty)$ pues es una función racional cuyo denominador no se anula en ningún punto.

Buscamos un intervalo donde poder aplicar el *Teorema de Bolzano*

$$y(0) = -\frac{1}{2} < 0 \quad \& \quad y(1) = 1 > 0$$

Por lo tanto $y(t)$ es una función continua en $[0, 1]$ y cumple que $y(0) < 0$ e $y(1) > 0$. Por el *Teorema de Bolzano* $\exists c \in (0, 1) \mid y(c) = 0$ q.e.d.

_____○_____

Ejercicio 5A (2 puntos)

Sean A y B dos matrices 3×3 tales que A es invertible y

$$AB + A + I = 2A$$

con I la matriz identidad de dimensión 3×3 .

a) (1 punto) Calcula la inversa de A en función de I y B .

b) (1 punto) Sean

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \& \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

calcula x tal que $Ax = b$, donde A cumple la igualdad del enunciado.

(Islas Baleares - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción A)

Solución.

$$a) \quad AB + A + I = 2A \implies I = 2A - A - AB = A - AB = A \cdot (I - B) \implies \boxed{A^{-1} = I - B}$$

$$b) \quad Ax = b \implies \underbrace{A^{-1} \cdot A}_I x = A^{-1} \cdot b \implies x = A^{-1} \cdot b \implies \boxed{x = (I - B) \cdot b}$$

$$x = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\implies \boxed{x = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}}$$

_____ o _____

Ejercicio 5B (2 puntos)

En un estudio de mezclas químicas se preparan tres componentes químicos utilizando tres sustancias diferentes. Las cantidades (en litros) de cada sustancia utilizada son x , y y z .

Las condiciones experimentales imponen las siguientes relaciones:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + y + z = 4 \\ x + y + mz = 3 \end{cases}$$

donde $m \geq 0$ es un parámetro real que depende de la concentración de un catalizador. Discute, según los valores del parámetro m , si se pueden determinar o no las cantidades de cada sustancia.

(Islas Baleares - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción B)

Solución.

Escribimos el sistema en forma matricial:

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & m & 3 \end{array} \right)$$

Hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A .

$$|A| = -m + 1 = 0 \implies m = 1$$

- Si $m \neq 1$ $|A| \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 3 = \text{ran}(A^*) = \text{n}^\circ \text{ incóg.} \xrightarrow{\text{Rouche}} \text{SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO (Solución única).}$

- Si $m = 1 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{array} \right)$

$$|A| = 0 \implies \text{ran}(A) < 3 \text{ y como } \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \implies \text{ran}(A^*) = 2$$

$$\text{ran}(A) = 2 = \text{ran}(A^*) \neq \text{n}^\circ \text{ incóg.} = 3 \xrightarrow{\text{Rouche}} \text{SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO (Infinitas soluciones)}$$

En definitiva si $m \neq 1$ se puede determinar de manera única las cantidades de cada sustancia. Mientras que si $m = 1$ hay infinitas combinaciones de sustancias que cumplen las condiciones experimentales.

_____ o _____