

MATEMATICAS II

EXAMENES RESUELTOS



EVAU JUNIO 2026

- Ordinario -

<https://aprendeconmigomelon.com>

Iñigo Zunzunegui Monterrubio



Junio 2025 (Ordinario)

Ejercicio 1 (2 puntos)

Darío y Cayetana están organizando un pequeño negocio y deciden invertir dinero en tres cosas: x miles de euros en publicidad, y miles de euros en materiales, z miles de euros en logística. El reparto depende de un parámetro positivo, k , que representa una estrategia de ajuste económico según la situación del mercado. Se sabe que la suma de todo lo invertido es en total 12 mil euros. Darío propone que la inversión en publicidad más el doble de la inversión en materiales sea igual a la inversión en logística más k . Cayetana quiere que el doble de la inversión en publicidad menos la inversión en materiales más la inversión en logística sea igual a 4 mil euros.

- a) (0.75 puntos) Plantee un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas que refleje los datos del problema.
- b) (1.25 puntos) Discuta el correspondiente sistema. En caso de existir solución única, encuéntrela y exprese la en función de k si es necesario.

(Región de Murcia - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción Única)

Solución.

- a) Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x + y + z = 12 \\ x + 2y = z + k \\ 2x - y + z = 4 \end{cases} \implies \begin{cases} x + y + z = 12 \\ 2x - y + z = 4 \\ x + 2y - z = k \end{cases}$$

- b) Escribimos el sistema en forma matricial:

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 12 \\ 2 & -1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 & k \end{array} \right)$$

Hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A .

$|A| = 7 \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 3 = \text{ran}(A^*) = \text{n}^\circ \text{ incóg.} \xrightarrow{\text{Rouche}} \text{SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO (Solución única)}.$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss.

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 12 \\ 2 & -1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 & k \end{array} \right) &\sim \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 - 2F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array} \right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 12 \\ 0 & -3 & -1 & -20 \\ 0 & 1 & -2 & k - 12 \end{array} \right) \sim \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ 3F_3 + F_2 \end{array} \right] \\ &\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 12 \\ 0 & -3 & -1 & -20 \\ 0 & 0 & -7 & 3k - 56 \end{array} \right) \begin{aligned} &\Rightarrow x + 4 + \frac{1}{7}k + 8 - \frac{3}{7}k = 12 \Rightarrow x = \frac{2}{7}k \\ &\Rightarrow -3y - \left(8 - \frac{3}{7}k\right) = -20 \Rightarrow y = 4 + \frac{1}{7}k \\ &\Rightarrow -7z = 3k - 56 \Rightarrow z = 8 - \frac{3}{7}k \end{aligned} \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 2 (2 puntos)

Considere un punto P de coordenadas (a, b) que está en el primer cuadrante, sobre una circunferencia de radio 10 centrada en el origen $O(0, 0)$. Sea x el ángulo que forma el radio OP con el eje horizontal (o eje X), medido en radianes.

- a) (0.75 puntos) Demuestre que el área del rectángulo de vértices $O(0, 0)$, $A(a, 0)$, $B(0, b)$ y $P(a, b)$ viene dada por la función $f(x) = 100 \cdot \sin x \cdot \cos x$.
- b) (1.25 puntos) Calcule el ángulo x (en radianes) para que el área del rectángulo sea máxima.

(Región de Murcia - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción Única)

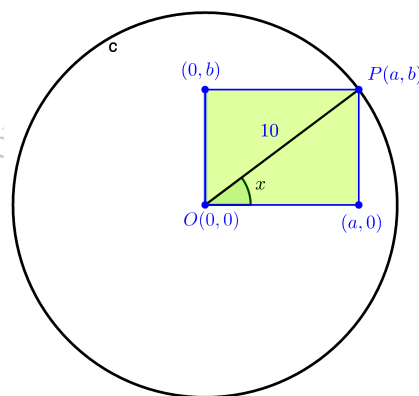
Solución.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} S(a, b) = ab \\ a = 10 \cdot \cos x \\ b = 10 \cdot \sin x \end{array} \right\} \Rightarrow S(x) = 100 \cdot \sin x \cdot \cos x$$

$$\text{b) } S'(x) = 100 \cdot (\cos^2 x - \sin^2 x) = 0$$

$$\Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \Rightarrow \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = \cos x \Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow x = \pi/4 \\ \sin x = -\cos x \Rightarrow \tan x = -1 \Rightarrow x = 3\pi/4 \end{cases}$$



Comprobamos que en $x = \pi/4$ el área es máxima.

	$(0, \pi/4)$	$(\pi/4, \pi/2)$
Signo $f'(x)$	+	-
$f(x)$	Creciente ↗	Decreciente ↘

El área del rectángulo $f(x)$ es *creciente* en $(0, \pi/4)$ y *decreciente* en $(\pi/4, \pi/2)$, y, en efecto, tiene un *máximo relativo*, que es también *absoluto* en $x = \pi/4$.

_____ o _____

Ejercicio 3 (2 puntos)

Considere el plano $\pi \equiv 2x - y + 3z - 5 = 0$ y la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$

- a) (0.75 puntos) Estudie la posición relativa de r y π .
- b) (1.25 puntos) Si r corta a π en un solo punto, calcule dicho punto y el ángulo que forma r con π . Si r es paralela a π , calcule la distancia de r a π .

(Región de Murcia - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción Única)

Solución.

$$r \equiv \begin{cases} R(1, -1, 2) \\ \vec{d}_r = (2, 1, -1) \end{cases} \quad \& \quad r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = 2 - \lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

a) $\vec{d}_r \cdot \vec{n}_\pi = (2, 1, -1) \cdot (2, -1, 3) = 4 - 1 - 3 = 0 \implies \vec{d}_r \perp \vec{n}_\pi$

$\xrightarrow{R \in \pi?} 2 - (-1) + 3 \cdot 2 - 5 = 4 \neq 0 \xrightarrow{R \notin \pi} r \parallel \pi$

b) $d(r, \pi) = d(R, \pi) = \frac{|2 - (-1) + 3 \cdot 2 - 5 - 5|}{\sqrt{4 + 1 + 9}} = \frac{4}{\sqrt{14}} = \frac{2\sqrt{14}}{7} u$

_____ o _____

Ejercicio 4A (2 puntos)

Justifique que la derivada de la función $f(x) = e^x \cdot (x - 1) + 1 - x$ se anula en algún punto del intervalo $(0, 1)$.

(Región de Murcia - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción A)

Solución.

$f'(x) = e^x \cdot (x - 1 + 1) - 1 = x \cdot e^x - 1$ es una función continua en $[0, 1]$ pues es composición de exponencial y polinomio. Además $f'(0) = -1 < 0$ y $f'(1) = e - 1 > 0$. Por el Teorema de Bolzano $\exists c \in (0, 1) \mid f'(c) = 0$. q.e.d.

Solución alternativa: La función $f(x)$ es continua en $[0, 1]$ y derivable en $(0, 1)$ pues es composición de un polinomio y de la función exponencial. Además $f(0) = 0 = f(1)$, luego por el Teorema de Rolle $\exists c \in (0, 1) \mid f'(c) = 0$. q.e.d.

_____ o _____

Ejercicio 4B (2 puntos)

a) (1.5 puntos) Calcule la integral indefinida $\int \frac{1}{x \cdot (\ln x)^2} dx$.

b) (0.5 puntos) Determine la primitiva de la función $f(x) = \frac{1}{x \cdot (\ln x)^2}$ cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas $(e, 1)$.

(Región de Murcia - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción B)

Solución.

$$\begin{aligned} \text{a) } F(x) &= \int \frac{1}{x \cdot (\ln x)^2} dx = \int \frac{1}{(\ln x)^2} \cdot \frac{1}{x} dx = \left\{ \begin{array}{l} u = \ln x \\ du = \frac{1}{x} dx \end{array} \right\} = \int \frac{1}{u^2} du = \int u^{-2} du \\ &= -u^{-1} + C = -\frac{1}{u} + C = -\frac{1}{\ln x} + C \end{aligned}$$

$$\text{b) } F(e) = 1 \implies -\frac{1}{\ln e} + C = 1 \implies C = 2 \implies \boxed{F(x) = -\frac{1}{\ln x} + 2}$$

_____ o _____

Ejercicio 5A (2 puntos)

En una fábrica hay tres máquinas, A , B y C , que producen el mismo tipo de pieza. La máquina A fabrica el 50 % de las piezas, y el 3 % de ellas son defectuosas. La máquina B fabrica el 30 % de las piezas, y el 4 % de ellas son defectuosas. La máquina C fabrica el 20 % de las piezas, y el 5 % de ellas son defectuosas. Se elige una pieza al azar de la producción total.

- a) (0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que la pieza sea defectuosa.
- b) (0.75 puntos) Sabiendo que la pieza elegida es defectuosa, calcule la probabilidad de que haya sido fabricada por la máquina B .
- c) (0.5 puntos) Calcule la probabilidad de que la pieza no sea defectuosa sabiendo que procede de la máquina C .

(Región de Murcia - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción A)

Solución.

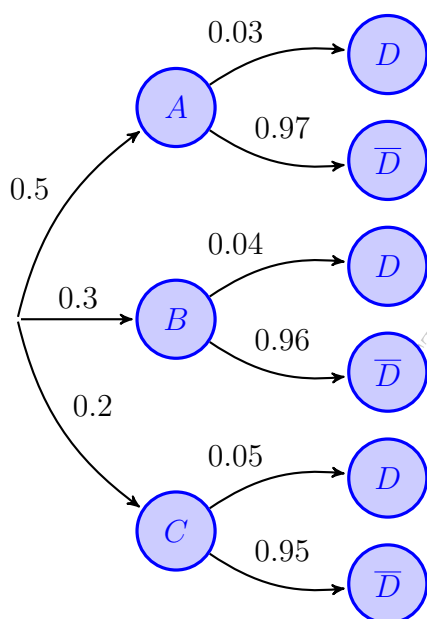
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "La pieza es de la máquina A "

$C \equiv$ "La pieza es de la máquina C "

$B \equiv$ "La pieza es de la máquina B "

$D \equiv$ "La pieza es defectuosa"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(D) &= P((A \cap D) \cup (B \cap D) \cup (C \cap D)) \\ &= P(A \cap D) + P(B \cap D) + P(C \cap D) \\ &= P(A) \cdot P(D | A) + P(B) \cdot P(D | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(D | C) = 0.5 \cdot 0.03 \\ &\quad + 0.3 \cdot 0.04 + 0.2 \cdot 0.05 = 0.037 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(B | D) &= \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{P(B) \cdot P(D | B)}{P(D)} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.04}{0.037} = 0.3241 \end{aligned}$$

$$\text{c) } P(\bar{D} | C) = 0.95$$

Ejercicio 5B (2 puntos)

Una fábrica produce bombillas y se sabe que el 5 % son defectuosas.

- a) (0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que en 9 bombillas escogidas al azar haya exactamente 3 bombillas defectuosas.
- b) (1.25 puntos) Calcule la probabilidad de que en 200 bombillas escogidas al azar haya al menos 10 bombillas defectuosas.

(Región de Murcia - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción B)

Solución.

- a) $X \equiv \text{"Nº de bombillas defectuosas de entre 9"} \rightarrow X : \mathcal{B}(9, 0.05)$

$$P(X = 3) = \binom{9}{3} \cdot 0.05^3 \cdot 0.95^6 = 0.0077$$

- b) $X \equiv \text{"Nº de bombillas defectuosas de entre 200"} \rightarrow X : \mathcal{B}(200, 0.05)$

$$X : \mathcal{B}(200, 0.05) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n = 200 > 20 \checkmark \\ np = 10 > 5 \checkmark \\ nq = 190 \checkmark \end{array} \right\} \Rightarrow Y : \mathcal{N}(np, \sqrt{npq}) = \mathcal{N}(10, 3.08)$$

$$P(X \geq 10) = P(Y \geq 9.5) = P\left(Z \geq \frac{9.5 - 10}{3.08}\right) = P(Z \geq -0.16) = P(Z \leq 0.16) \\ = 0.5636$$

_____ o _____