

MATEMATICAS APLICADAS A LAS CCSS EXAMENES RESUELTOS



EVAU JULIO 2026 - Extraordinario -

<https://aprendeconmigomelon.com>

Iñigo Zunzunegui Monterrubio



Julio 2026 (Extraordinario)

Ejercicio 1 (2.5 puntos)

Se está realizando un estudio sobre las ventas de mochilas de una marca deportiva en los pequeños establecimientos de una gran ciudad. Esta marca tiene dos tipos de mochilas, unas realizadas con material impermeable, que están indicadas, preferentemente para deportes acuáticos, y otras fabricadas en lona no impermeable.

- a) (1.3 puntos) Se supone que el precio de las mochilas sigue una distribución normal con desviación típica de 25 euros. Si se ha seleccionado una muestra de 50 comercios y se ha obtenido que el precio medio de venta de estas mochilas es de 43.55 euros, obtenga un intervalo de confianza al 97.8 % para la media de la distribución.
- b) (1.2 puntos) Si se desea saber cuál es la proporción de clientes que prefieren las mochilas realizadas con material impermeable, ¿cuál es el número de comercios necesario para que dicha proporción tenga un error de muestreo inferior al 5 %? Utilice un nivel de confianza del 95 %. Considere el caso más conservador en el que $p = q = 0.5$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2026 - Opción Única)

Solución.

a) $X \equiv \text{"Precio de las mochilas (€)"} \longrightarrow X : \mathcal{N}(\mu, 25)$

$$X : \mathcal{N}(\mu, 25) \xrightarrow{n=50} \bar{x} = 43.55 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.978$$

$$1 - \alpha = 0.978 \Rightarrow \alpha = 0.022 \Rightarrow \alpha/2 = 0.011 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.989 \xrightarrow{\text{Tabla}} z_{\alpha/2} = 2.29$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.29 \cdot \frac{25}{\sqrt{50}} = 8.096$$

$$I.C._{97.8\%}(\mu) = (\bar{x} - E; \bar{x} + E) \Rightarrow \boxed{I.C._{97.8\%}(\mu) = (35.454; 51.646)}$$

b) $n = ? \quad \& \quad E < 0.05 \quad \& \quad p = q = 0.5 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.95$

$$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow \alpha/2 = 0.025 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.975 \xrightarrow{\text{Tabla}} z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.5 \cdot 0.5}{n}} < 0.05 \Rightarrow n \geq \left(\frac{1.96}{0.05}\right)^2 \cdot 0.5 \cdot 0.5 = 384.16$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 385}$$

_____ o _____

Ejercicio 2A (2.5 puntos)

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \& \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \& \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

a) (1 punto) Calcule, si existe, la matriz $D = (AB + I)^{-1}$, donde M^{-1} significa la matriz inversa de M e I es la matriz identidad.

b) (1.5 puntos) Obtenga, si existe, el valor de k para que se verifique

$$AA^T - kB^TB = C$$

, donde M^T representa la matriz transpuesta de la matriz M .

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2026 - Opción A)

Solución.

$$\text{a) } AB + I = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$|AB + I| = 2 \neq 0 \implies \exists (AB + I)^{-1} \implies D = (AB + I)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 5/2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } AA^T - kB^TB &= \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} - k \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 11 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2k & k \\ k & 2k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 - 2k & 3 - k \\ 3 - k & 5 - 2k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\implies \begin{cases} 11 - 2k = 5 \implies 11 - 2 \cdot 3 = 5 \checkmark \\ 3 - k = 0 \implies \boxed{k = 3} \\ 3 - k = 0 \implies 3 - 3 = 0 \checkmark \\ 5 - 2k = -1 \implies 5 - 2 \cdot 3 = -1 \checkmark \end{cases}$$

_____ o _____

Ejercicio 2B (2.5 puntos)

Se considera el siguiente sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} 3x + ay = 1 \\ 2x - y + az = 1 \\ x - 3y + 2z = 1 \end{cases}$$

a) (1.5 puntos) Discuta la solución del sistema para los diferentes valores de a .

b) (1 punto) Resuelva el sistema para el valor $a = 3$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2026 - Opción B)

Solución.

a) Escribimos el sistema en forma matricial:

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & a & 0 & 1 \\ 2 & -1 & a & 1 \\ 1 & -3 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

Hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A .

$$|A| = a^2 + 5a - 6 = 0 \implies a = \{-6, 1\}$$

- Si $a \neq \{-6, 1\}$ $|A| \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 3 = \text{ran}(A^*) = n^\circ$ incóg. $\xrightarrow{\text{Rouche}}$ SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO (Solución única).

- Si $a = -6 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -6 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -6 & 1 \\ 1 & -3 & 2 & 1 \end{array} \right)$

$$|A| = 0 \implies \text{ran}(A) < 3 \text{ y como } \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -6 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 4 \neq 0 \implies \text{ran}(A^*) = 3$$

$$\text{ran}(A) = 2 \neq \text{ran}(A^*) = 3 \xrightarrow{\text{Rouche}} \text{SISTEMA INCOMPATIBLE } (\nexists \text{ solución})$$

- Si $a = 1 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 2 & 1 \end{array} \right)$

$$|A| = 0 \implies \text{ran}(A) < 3 \text{ y como } \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \implies \text{ran}(A^*) = 2$$

$\text{ran}(A) = 2 = \text{ran}(A^*) \neq n^\circ \text{ incóg.} = 3 \xrightarrow{\text{Rouche}} \text{SISTEMA COMPATIBLE INDE-TERMINADO (Infinitas soluciones)}$

- b) Resolvemos el sistema para $a = 3$ por el método de Gauss teniendo en cuenta que se trata de un S.C.D.

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 & | & 1 \\ 2 & -1 & 3 & | & 1 \\ 1 & -3 & 2 & | & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{bmatrix} F_1 \\ 3F_2 - 2F_1 \\ 3F_3 - F_1 \end{bmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 & | & 1 \\ 0 & -9 & 9 & | & 1 \\ 0 & -12 & 6 & | & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ 3F_3 - 4F_2 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 & | & 1 \\ 0 & -9 & 9 & | & 1 \\ 0 & 0 & -18 & | & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} 3x + 3 \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) = 1 \\ -9y + 9 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 1 \\ -18z = 2 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 5/9 \\ y = -2/9 \\ z = -1/9 \end{array}$$

————— o —————

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 3A (2.5 puntos)

Se está realizando un estudio sobre la utilización de IA por parte de los estudiantes universitarios en la elaboración de trabajos académicos. En dicho estudio participan un 30 % de estudiantes de Humanidades, un 45 % de estudiantes de Ciencias y un 25 % de estudiantes de Derecho. Además, por estudios anteriores, se estima que en Humanidades el 15 % de los estudiantes, utiliza la IA, en Ciencias el 5 % y en Derecho el 25 %.

- (0.9 puntos) Obtenga la probabilidad de que, elegido un trabajo al azar, haya sido realizado con la IA.
- (0.8 puntos) Si se selecciona un trabajo que no ha sido realizado con la IA, obtenga la probabilidad de que pertenezca a un estudiante de Derecho.
- (0.8 puntos) En la Facultad de Derecho, el detector de IA utilizado para este estudio tiene un 90 % de probabilidad de detectar los trabajos que realmente fueron realizados con IA, mientras que en un 8 % de las ocasiones, clasifica los trabajos como realizados con la IA cuando realmente no se han realizado con dicha herramienta. Si al pasar un trabajo de un estudiante de Derecho por el detector este señala que se ha realizado con la IA, ¿cuál es la probabilidad de que efectivamente se haya realizado con la IA?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2026 - Opción A)

Solución.

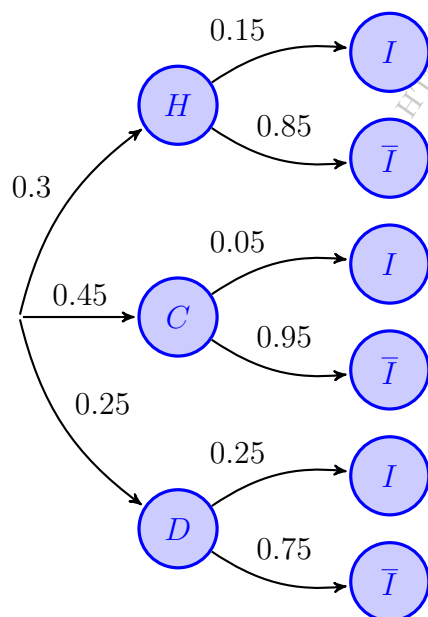
Sean los sucesos:

$H \equiv$ "El estudiante es de Humanidades"

$C \equiv$ "El estudiante es de Ciencias"

$D \equiv$ "El estudiante es de Derecho"

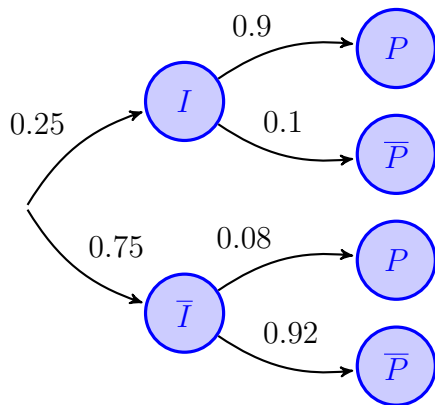
$I \equiv$ "El estudiante utiliza la IA"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(I) &= P((H \cap I) \cup (C \cap I) \cup (D \cap I)) \\ &= P(H \cap I) + P(C \cap I) + P(D \cap I) \\ &= P(H) \cdot P(I | H) + P(C) \cdot P(I | C) \\ &\quad + P(D) \cdot P(I | D) = 0.3 \cdot 0.15 \\ &\quad + 0.45 \cdot 0.05 + 0.25 \cdot 0.25 = 0.13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(D | \bar{I}) &= \frac{P(D \cap \bar{I})}{P(\bar{I})} = \frac{P(D) \cdot P(\bar{I} | D)}{1 - P(I)} \\ &= \frac{0.25 \cdot 0.75}{1 - 0.13} = 0.2155 \end{aligned}$$

c) Llamamos $P \equiv$ El programa da positivo en trabajo realizado con IA



$$\begin{aligned}
 \blacksquare P(P) &= P((I \cap P) \cup (\bar{I} \cap P)) \\
 &= P(I \cap P) + P(\bar{I} \cap P) \\
 &= P(I) \cdot P(P | I) + P(\bar{I}) \cdot P(P | \bar{I}) \\
 &= 0.25 \cdot 0.9 + 0.75 \cdot 0.08 = 0.285 \\
 \blacksquare P(I | P) &= \frac{P(I \cap P)}{P(P)} = \frac{P(I) \cdot P(P | I)}{P(P)} \\
 &= \frac{0.25 \cdot 0.9}{0.285} = 0.7894
 \end{aligned}$$

Ejercicio 3B (2.5 puntos)

Se consideran dos sucesos A y B tales que

$$P(A \cap B) = 0.1 \quad \& \quad P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.7 \quad \& \quad P(A | B) = 0.4$$

Resuelva las siguientes preguntas:

- | | |
|-------------------------------|---|
| a) (0.5 puntos) $P(B)$ | d) (0.5 puntos) $P(\bar{A} \bar{B})$ |
| b) (0.5 puntos) $P(A \cup B)$ | e) (0.5 puntos) ¿son independientes los sucesos A y B ? Justifica la respuesta. |
| c) (0.5 puntos) $P(A)$ | |

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2026 - Opción B)

Solución.

$$a) P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.1}{P(B)} = 0.4 \implies \boxed{P(B) = 0.25}$$

$$b) P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0.7 \implies \boxed{P(A \cup B) = 0.3}$$

$$c) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0.3 = P(A) + 0.25 - 0.1 \implies \boxed{P(A) = 0.15}$$

$$d) P(\bar{A} | \bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{1 - P(B)} = \frac{0.7}{1 - 0.25} \implies \boxed{P(\bar{A} | \bar{B}) = 0.9333}$$

$$e) P(A) \cdot P(B) = 0.15 \cdot 0.25 = 0.0375 \neq P(A \cap B) \implies \text{los sucesos } A \text{ y } B \text{ no son independientes.}$$

Ejercicio 4A (2.5 puntos)

Considere la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-3x+2} & , \text{ si } x < 0 \\ \frac{x^2 - 4x + 2}{x + 1} & , \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) (0.5 puntos) Determine razonadamente el dominio de la función.
- b) (1 punto) Estudie la continuidad de la función en $x = 0$.
- c) (1 punto) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. ¿Existe algún extremo de esta función?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2026 - Opción A)

Solución.

- a) Dominio: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$ pues $f_1(x)$ es una exponencial y $f_2(x)$ una racional cuyo denominador no se anula en la rama.

- b) Continuidad en $x = 0$:

$$\blacksquare \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} e^{-3x+2} = e^2$$

$$\blacksquare \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4x + 2}{x + 1} = 2$$

$$\blacksquare f(0) = \frac{2}{1} = 2$$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \implies$ la función $f(x)$ tiene una discontinuidad inevitable de salto finito en $x = 0$.

$$\text{c) } f'(x) = \begin{cases} -3e^{-3x+2} < 0 & , \text{ si } x < 0 \\ \frac{x^2 + 2x - 6}{(x + 1)^2} = 0 \Rightarrow x = -1 - \sqrt{7} \text{ \& } x = -1 + \sqrt{7} & , \text{ si } x > 0 \end{cases}$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, -1 - \sqrt{7})$	$(-1 + \sqrt{7}, +\infty)$
Signo $f'(x)$	-	-	+
$f(x)$	Decreciente $\searrow$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$

La función $f(x)$ es *decreciente* en $(-\infty, 0) \cup (0, -1 + \sqrt{7})$ y *creciente* en $(-1 + \sqrt{7}, +\infty)$, y tiene un *mínimo relativo* en $x = -1 + \sqrt{7}$.

_____ o _____

Ejercicio 4B (2.5 puntos)

Considere la función real de variable real:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$$

- a) (1 punto) Obtenga los valores de a y b para que la recta tangente a la función en el punto $(1, 2)$ sea horizontal.
- b) (1.5 puntos) Si $a = -10$ y $b = 0$, calcule el área delimitada por la función, el eje horizontal y las rectas $x = 1$ y $x = 3$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2026 - Opción B)

Solución.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b \quad \& \quad f'(x) = 3x^2 + 6x + a$$

a) ■ Tgte. horizontal en $x = 1$: $f'(1) = 0 \Rightarrow 9 + a = 0 \Rightarrow \boxed{a = -9}$

■ Pasa por $(1, 2)$: $f(1) = 2 \xrightarrow{a=-9} 1 + 3 - 9 + b = 0 \Rightarrow \boxed{b = 7}$

b) Para $a = -10$ y $b = 0 \Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 - 10x$ y hallamos los cortes con OX

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 10x = x \cdot (x - 2) \cdot (x + 5) = 0 \Rightarrow x = \{-5, 0, 2\}$$

Que junto con las rectas $x = 1$ y $x = 3$ definen dos recintos de integración $A_1 : (1, 2)$ y $A_2 : (2, 3)$

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (x^3 + 3x^2 - 10x) dx = \frac{x^4}{4} + x^3 - 5x^2 + C$$

$$A_1 = \int_1^2 f(x) dx = F(2) - F(1) = (4 + 8 - 20) - \left(\frac{1}{4} + 1 - 5\right) = -\frac{17}{4}$$

$$A_2 = \int_2^3 f(x) dx = F(3) - F(2) = \left(\frac{81}{4} + 27 - 45\right) - (4 + 8 - 20) = \frac{41}{4}$$

$$\text{Área} = |A_1| + |A_2| = \frac{17}{4} + \frac{41}{4} = \frac{58}{4} = \frac{29}{2} \simeq 14.5 \text{ u}^2$$

