

MATEMATICAS APLICADAS A LAS CCSS EXAMENES RESUELTOS



EVAU JULIO 2026 - Extraordinario - (Coincidentes)

<https://aprendeconmigomelon.com>

Iñigo Zunzunegui Monterrubio



Julio 2026 (coincidentes)

Ejercicio 1 (2.5 puntos)

Susana dejó su trabajo como CEO de una multinacional cosmética que utiliza productos químicos por discrepancias con el director general de la empresa. Empleó su indemnización para montar una pequeña empresa de fabricación y distribución de cosmética 100 % natural.

- a) (1.5 puntos) Para hacer un preparado de crema hidratante necesita hacer un pedido de aceite de argán, usado en cosmética por sus propiedades hidratantes. Susana trabaja con dos distribuidoras de materias primas, Saviah y Naturaelis. Saviah puede suministrarle como máximo 9 litros de aceite de argán y Naturaelis un máximo de 5 litros. Además, ha firmado un acuerdo con Saviah por el que se compromete a comprar, en cada pedido, como mínimo 2 litros más de aceite que los que compre a Naturaelis. Se ha comprometido a comprar a Naturaelis como mínimo 1 litro de aceite de argán en cada pedido. Susana tiene aceite de argán de un pedido anterior, por lo que, en este momento, solo puede comprar como máximo 13 litros de aceite de argán para poder conservarlo en óptimas condiciones. En cada pedido, Saviah le regala 3 litros de agua destilada por cada litro de aceite de argán que compre y Naturaelis 2 litros por cada litro de aceite de argán que compre. Determine la cantidad de aceite de argán que debe comprar a cada una de las distribuidoras de materias primas naturales para obtener como regalo la mayor cantidad de agua destilada.
- b) (1 punto) Además de aceite de argán necesita un total de 18 litros de aceite de rosa mosqueta, entre el que tiene almacenado y el que comprará a Saviah y Naturaelis. A Naturaelis compra el doble de aceite de rosa mosqueta del que tiene almacenado. El aceite que compra a Saviah es tanto como el que tiene almacenado más el que compra a Naturaelis. Determine la cantidad de aceite de rosa mosqueta que compra a cada una de las distribuidoras de materias primas, así como la cantidad que tiene almacenada.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2026 - Opción Única - Coincidentes)

Solución.

- a) ■ Incógnitas: $x \equiv$ "Aceite de argán comprado a Saviah (ℓ)"
 $y \equiv$ "Aceite de argán comprado a Naturaelis (ℓ)"
- Restricciones: Escribimos las restricciones y los puntos necesarios para su representación

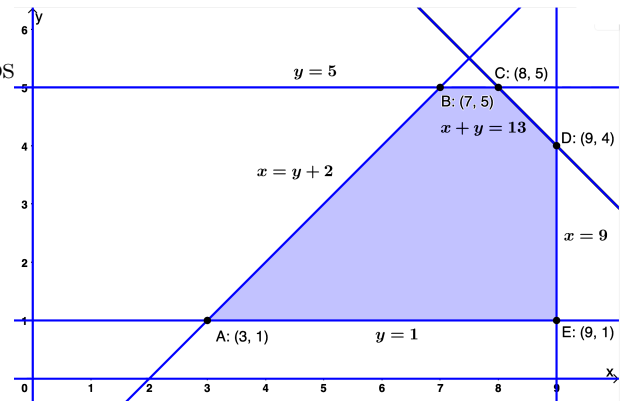
$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} \ x + y \leq 13 \rightarrow (0, 13) \ \& \ (13, 0) \\ \textcircled{2} \ x \geq y + 2 \rightarrow (0, -2) \ \& \ (2, 0) \\ \textcircled{3} \ x \leq 9 \rightarrow (9, 0) \\ \textcircled{4} \ 1 \leq y \leq 5 \rightarrow (0, 1) \ \& \ (0, 5) \\ x, y \geq 0 \end{array} \right.$$

- Función objetivo

$$f(x, y) = 3x + 2y \ (\ell \text{ de agua destilada})$$

- **Región factible** Representamos la región y calculamos los vértices.
- **Optimización de F.O.** Evaluamos $f(x, y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x, y)$
A	3	1	11
B	7	5	31
C	8	5	34
D	9	4	35
E	9	1	29



La *máxima* cantidad de agua destilada es de 35 litros y la obtendrá haciendo un pedido de 9 litros de aceite de argán a *Saviah* y de 4 litros a *Naturaelis*.

b) Sean las incógnitas:

$x \equiv$ "Aceite de rosa mosqueta comprado a *Saviah* (ℓ)"

$y \equiv$ "Aceite de rosa mosqueta comprado a *Naturaelis* (ℓ)"

$z \equiv$ "Aceite de rosa mosqueta almacenado (ℓ)"

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x + y + z = 18 \\ y = 2z \\ x = z + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 18 \\ y - 2z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 18 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{array} \right) \sim \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - F_1 \end{array} \right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 18 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & -18 \end{array} \right) \sim \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 + 2F_2 \end{array} \right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 18 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & -18 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{cases} x + 6 + 3 = 18 \\ y - 2 \cdot 3 = 0 \\ -6z = -18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 6 \\ z = 3 \end{cases}$$

Por lo tanto será necesario comprar 9 ℓ de aceite de rosa mosqueta a la compañía *Saviah*, 6 ℓ a *Naturaelis* a parte de los 3 ℓ que tiene almacenados.

_____ o _____

Ejercicio 2A (2.5 puntos)

Se considera la función real de variable real, definida por las siguientes expresión:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x}{x - a} & , \text{ si } x \leq 3 \\ 2x^2 + 1 & , \text{ si } x > 3 \end{cases}$$

- a) (1.5 puntos) Para $a = 1$ calcule el dominio y las asíntotas de la función.
- b) (1 punto) Para $a = 2$ obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisas $x = 0$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2026 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

a) Para $a = 1 \implies f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x}{x - 1} & , \text{ si } x \leq 3 \\ 2x^2 + 1 & , \text{ si } x > 3 \end{cases}$

- Dominio: $x - 1 = 0 \implies x = 1 \in (-\infty, 3]$ y como la segunda rama es un polinomio tenemos que $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{1\}$.

- A. Vertical: $\exists A.V.$ en $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x}{x - 1} = \left[\frac{2}{0} \right] = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \left[\frac{2}{0^-} \right] = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \left[\frac{2}{0^+} \right] = +\infty \end{cases}$$

- A. Horizontal: $\nexists A.H.$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x}{-x - 1} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^2 + 1) = +\infty$$

- A. Oblicua: $\exists A.O.$ en $y = x + 2$. Cuando $x \rightarrow +\infty$ hay una rama parabólica

$$\bullet m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x}{x^2 - 1} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \frac{1}{1} = 1$$

$$\bullet n = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 + x}{x - 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x - x^2 + x}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{-x - 1} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \frac{-2}{-1} = 2$$

b) Para $a = 2 \implies f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x}{x - 2} & , \text{ si } x \leq 3 \\ 2x^2 + 1 & , \text{ si } x > 3 \end{cases}$

- $x_0 = 0 \implies y_0 = f_1(x_0) = f_1(0) = 0 \implies (x_0, y_0) = (0, 0)$

- $f'_1(x) = \frac{(2x + 1) \cdot (x - 2) - (x^2 + x)}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x - 2}{(x - 2)^2}$

- $m_r = f'_1(x_0) = f'_1(0) = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

- $r \equiv y - y_0 = m_r \cdot (x - x_0) \implies y - 0 = -\frac{1}{2} \cdot (x - 0) \implies r \equiv y = -\frac{1}{2}x$

Ejercicio 2B (2.5 puntos)

Se considera la función real de variable real, dada por la siguiente expresión:

$$f(x) = -2x^3 + 9x^2 - 12x + a$$

- a) (1 punto) Determine el valor del parámetro real a para que la función $f(x)$ tenga una primitiva, $F(x)$, que verifique $F(0) = 0$ y $F(2) = 4$.
- b) (1.5 puntos) Para $a = 9$ determine los cortes con los ejes de coordenadas, así como los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos relativos de la función $f(x)$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2026 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

a) $F(x) = \int f(x) dx = \int (-2x^3 + 9x^2 - 12x + a) dx = -\frac{x^4}{2} + 3x^3 - 6x^2 + ax + C$

$$F(0) = 0 \implies C = 0$$

$$F(2) = 4 \implies -8 + 24 - 24 + 2a + 0 = 4 \implies \boxed{a = 6}$$

b) Para $a = 9 \implies f(x) = -2x^3 + 9x^2 - 12x + 9$

■ Corte con OX : $f(x) = -2x^3 + 9x^2 - 12x + 9 = 0 \xRightarrow{\odot} x = 3 \implies (3, 0)$

$$\odot \quad 3 \quad \left| \begin{array}{cccc} -2 & 9 & -12 & 9 \\ & -6 & 9 & -9 \\ \hline -2 & 3 & -3 & 0 \end{array} \right. \implies -2x^2 + 3x - 3 = 0 \implies \nexists \text{ Solución}$$

■ Corte con OY : $x = 0 \implies y = 9 \implies (0, 9)$

■ Monotonía:

$$f'(x) = -6x^2 + 18x - 12 = 0 \implies x = \{1, 2\}$$

	$(-\infty, 1)$	$(1, 2)$	$(2, +\infty)$
Signo $f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$

La función $f(x)$ es *creciente* en $(1, 2)$ y *decreciente* en $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$, y tiene un *mínimo relativo* en $(1, 4)$ y un *máximo relativo* en $(2, 5)$.

_____ o _____

Ejercicio 3A (2.5 puntos)

De dos sucesos A y B se sabe que

$$P(A) = 0.5 \quad \& \quad P(A | B) = \frac{1}{3} \quad \& \quad P(A \cup B) = 0.9$$

- a) (1 punto) Obtenga la probabilidad de que ocurra el suceso B .
- b) (1 punto) Calcule la probabilidad de que ocurra el suceso B pero no el suceso A .
- c) (0.5 puntos) Determine razonadamente si los sucesos A y B son independientes. Justifique si son incompatibles.

(Madrid - Matemáticas CCSS - [A]Julio 2026 - Coincidentes)

Solución.

$$\text{a) } P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{3} \implies P(A \cap B) = \frac{1}{3} \cdot P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + P(B) - \frac{1}{3} \cdot P(B) = 0.9 \implies \boxed{P(B) = 0.6}$$

$$\text{b) } P(A \cap B) = \frac{1}{3} \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot 0.6 = 0.2$$

$$P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B) = 0.6 - 0.2 \implies \boxed{P(B \cap \bar{A}) = 0.4}$$

$$\text{c) } P(A) \cdot P(B) = 0.5 \cdot 0.6 = 0.3 \neq P(A \cap B) \implies \text{los sucesos } A \text{ y } B \text{ no son independientes.}$$

Como $P(A \cap B) = 0.2 \neq 0 \implies$ los sucesos A y B no son incompatibles.

_____ o _____

Ejercicio 3B (2.5 puntos)

Susana tiene dos cuentas en una red social: una personal y la otra de su marca de cosmética natural. Solo el 20 % de las publicaciones las hace en su cuenta personal. En la cuenta de la marca de cosmética solo el 50 % de las publicaciones, recibe más de 100 likes, mientras que este porcentaje es 70 % en su cuenta personal.

- a) (1.3 puntos) Una clínica estética se ha puesto en contacto con ella para ofrecerle una promoción por el porcentaje de sus publicaciones que obtienen más de 100 likes. Determine cuál es dicho porcentaje.
- b) (1.2 puntos) Obtenga la probabilidad de que una publicación que no haya recibido más de 100 likes hubiera sido publicada en su cuenta personal.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2026 - Opción B - Coincidentes)

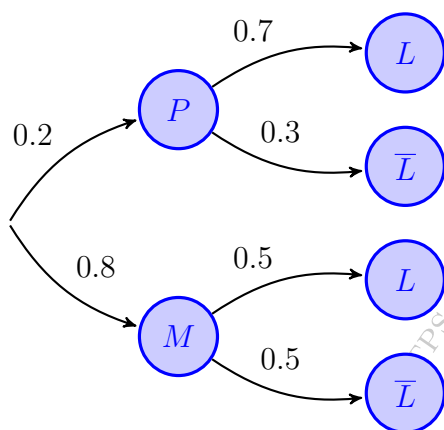
Solución.

Sean los sucesos:

$P \equiv$ “La cuenta en la red social es personal”

$M \equiv$ “La cuenta en la red social es de su marca de cosmética natural”

$L \equiv$ “La publicación recibe más de 100 likes”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(L) &= P((P \cap L) \cup (M \cap L)) \\ &= P(P \cap L) + P(M \cap L) \\ &= P(P) \cdot P(L | P) + P(M) \cdot P(L | M) \\ &= 0.2 \cdot 0.7 + 0.8 \cdot 0.5 = 0.54 \implies 54\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(P | \bar{L}) &= \frac{P(P \cap \bar{L})}{P(\bar{L})} = \frac{P(P) \cdot P(\bar{L} | P)}{1 - P(L)} \\ &= \frac{0.2 \cdot 0.3}{1 - 0.54} = 0.1304 \end{aligned}$$

Ejercicio 4A (2.5 puntos)

La cosmética natural se sitúa como un segmento relevante y en expansión en el mercado cosmético español. Una investigación realizada por Susana sugiere que el 83 % de los clientes de una plataforma de comercio electrónico especializada en productos cosméticos, manifiestan preferencia por productos de cosmética natural.

- a) (1.2 puntos) Determine el número mínimo de clientes de la plataforma que Susana debería seleccionar en una muestra aleatoria simple para estimar esta proporción, de manera que, con un nivel de confianza del 98.8 %, el margen de error en la estimación no supere el 4 %.
- b) (1.3 puntos) Se selecciona una muestra aleatoria de 100 clientes de la plataforma de comercio electrónico para estudiar sus hábitos de compra. Asumiendo que la proporción poblacional es $p = 0.8$, y utilizando la aproximación por la distribución normal calcule la probabilidad de que al menos el 70 %, pero menos de $3/4$ de los clientes seleccionados en dicha muestra tengan preferencia en sus compras por productos de cosmética natural.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2026 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

$$\text{a) } n = ? \quad \& \quad E < 0.04 \quad \& \quad p = 0.83 \quad \& \quad q = 1 - p = 0.17 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.988$$

$$1 - \alpha = 0.988 \Rightarrow \alpha = 0.012 \Rightarrow \alpha/2 = 0.006 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.994 \xrightarrow{\text{Tabla}} z_{\alpha/2} = 2.51$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 2.51 \cdot \sqrt{\frac{0.83 \cdot 0.17}{n}} < 0.04 \Rightarrow n \geq \left(\frac{2.51}{0.04}\right)^2 \cdot 0.83 \cdot 0.17 = 555.59$$
$$\Rightarrow \boxed{n = 556}$$

$$\text{b) } X \equiv \text{"Nº de clientes que prefieren cosmética natural de entre 100"} \rightarrow X : \mathcal{B}(100, 0.8)$$

$$X : \mathcal{B}(100, 0.8) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n = 100 > 20 \checkmark \\ np = 80 > 5 \checkmark \\ nq = 20 > 5 \checkmark \end{array} \right\} \Rightarrow Y : \mathcal{N}(np, \sqrt{npq}) = \mathcal{N}(80, 4)$$

$$\begin{aligned} P\left(0.7 \cdot 100 \leq X < \frac{3}{4} \cdot 100\right) &= P(70 \leq X < 75) = P(69.5 \leq Y \leq 74.5) \\ &= P\left(\frac{69.5 - 80}{4} \leq Z \leq \frac{74.5 - 80}{4}\right) = P(-2.63 \leq Z \leq -1.38) \\ &= P(1.38 \leq Z \leq 2.63) = P(Z \leq 2.63) - P(Z \leq 1.38) = 0.9957 - 0.9162 \\ &= 0.0795 \end{aligned}$$

————— o —————

Ejercicio 4B (2.5 puntos)

La plataforma de comercio electrónico especializada en productos cosméticos que ha investigado Susana sabe que el gasto anual de sus clientes se puede aproximar por una distribución normal de media μ euros y desviación típica $\sigma = 25$ euros.

- a) (1.3 puntos) Se toma una muestra aleatoria simple de 81 clientes de la plataforma, resultando ser su gasto medio mensual de 310 euros. Obtenga un intervalo de confianza para estimar el gasto medio de todos los clientes, con un nivel de confianza del 99.4 %.
- b) (1.2 puntos) Suponiendo que el verdadero valor del parámetro es $\mu = 300$ euros, calcule la probabilidad de que, elegido al azar, un cliente de la plataforma, su gasto mensual esté comprendido entre 260 y 330 euros (ambos incluidos).

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2026 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

a) $X : \mathcal{N}(\mu, 25) \xrightarrow{n=81} \bar{x} = 310 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.994$
 $1 - \alpha = 0.994 \Rightarrow \alpha = 0.006 \Rightarrow \alpha/2 = 0.003 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.997 \xrightarrow{\text{Tabla}} z_{\alpha/2} = 2.75$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.75 \cdot \frac{25}{\sqrt{81}} = 7.64$$

$$I.C._{99.4\%}(\mu) = (\bar{x} - E; \bar{x} + E) \Rightarrow I.C._{99.4\%}(\mu) = (302.36; 317.64)$$

b) $X : \mathcal{N}(300, 25)$

$$\begin{aligned} P(260 \leq X \leq 330) &= P\left(\frac{260 - 300}{25} \leq Z \leq \frac{330 - 300}{25}\right) = P(-1.6 \leq Z \leq 1.2) \\ &= P(Z \leq 1.2) - P(Z \leq -1.6) = P(Z \leq 1.2) - P(Z \geq 1.6) \\ &= P(Z \leq 1.2) - [1 - P(Z \leq 1.6)] = 0.8849 - (1 - 0.9452) \\ &= 0.8301 \end{aligned}$$

————— ○ —————