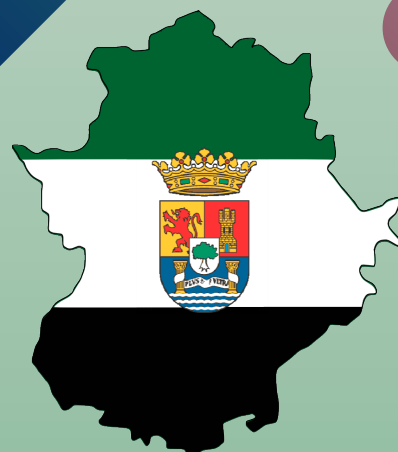


MATEMATICAS II

EXAMENES RESUELTOS



EVAU JUNIO 2026

- Ordinario -

<https://aprendeconmigomelon.com>

Iñigo Zunzunegui Monterrubio



Junio 2026 (Ordinario)

Ejercicio 1A (2.5 puntos)

Considera el siguiente sistema de ecuaciones, donde $k \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + y + kz = k \\ kx + (k-1)y + z = 2 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

a) (1.5 puntos) Discutir el sistema en función del parámetro k .

b) (1 punto) Resolverlo para el caso $k = 2$.

(Extremadura - Matemáticas II - Junio 2026) - Opción A)

Solución.

a) Escribimos el sistema en forma matricial: $A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & k & k \\ k & k-1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$

Hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A .

$$|A| = k - 1 = 0 \implies k = 1$$

■ Si $k \neq 1$ $|A| \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 3 = \text{ran}(A^*) = \text{n}^\circ \text{ incóg.} \xrightarrow{\text{Rouche}} \text{SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO (Solución única).}$

■ Si $k = 1 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$

$$|A| = 0 \implies \text{ran}(A) < 3 \text{ y como } \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \implies \text{ran}(A^*) = 2$$

$\text{ran}(A) = 2 = \text{ran}(A^*) \neq \text{n}^\circ \text{ incóg.} = 3 \xrightarrow{\text{Rouche}} \text{SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO (Infinitas soluciones)}$

b) Resolvemos el sistema para $k = 2$ por el método de Gauss, teniendo en cuenta que se trata de un S.C.D.

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \sim \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 - 2F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array} \right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x - 1 + 2 &= 2 & \Rightarrow x &= 1 \\ \Rightarrow -y - 3 &= -2 & \Rightarrow y &= -1 \\ \Rightarrow -z &= -1 & \Rightarrow z &= 1 \end{aligned}$$

Ejercicio 1B (2.5 puntos)

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \& \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) (1.25 puntos) Resolver la ecuación matricial $AX = B^T - 2X$ donde B^T es la traspuesta de la matriz B .

b) (1.25 puntos) Resolver el sistema matricial de ecuaciones:

$$2X + 3Y = A \quad \& \quad X - 2Y = B$$

(Extremadura - Matemáticas II - Junio 2026) - Opción B)

Solución.

$$\text{a) } AX = B^T - 2X \implies AX + 2X = B^T \implies (A + 2I) \cdot X = B^T$$

$$\implies \underbrace{(A + 2I)^{-1} \cdot (A + 2I)}_I \cdot X = (A + 2I)^{-1} \cdot B^T \implies \boxed{X = (A + 2I)^{-1} \cdot B^T}$$

$$A + 2I = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \quad \& \quad (A + 2I)^{-1} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$X = (A + 2I)^{-1} \cdot B^T = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \implies \boxed{X = \begin{pmatrix} 5/3 & -2/3 \\ -1/3 & 1/3 \end{pmatrix}}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2X + 3Y = A \xrightarrow{X=B+2Y} 2 \cdot (B + 2Y) + 3Y = A \implies Y = \frac{1}{7} \cdot (A - 2B) \\ X - 2Y = B \implies X = B + 2Y \end{cases}$$

$$Y = \frac{1}{7} \cdot (A - 2B) = \frac{1}{7} \cdot \left[\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \right] \implies \boxed{Y = \begin{pmatrix} 0 & 9/7 \\ -3/7 & -2/7 \end{pmatrix}}$$

$$X = B + 2Y = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 9/7 \\ -3/7 & -2/7 \end{pmatrix} \implies \boxed{X = \begin{pmatrix} -1 & -3/7 \\ 1/7 & 10/7 \end{pmatrix}}$$

_____ o _____

Ejercicio 2A (2.5 puntos)

Dada la función $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$

- a) (1 punto) Estudiar y obtener las asíntotas de la función f .
- b) (1 punto) Determinar los máximos y mínimos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.
- c) (0.5 puntos) Con los datos obtenidos, representar de forma aproximada la gráfica de $f(x)$.

(Extremadura - Matemáticas II - Junio 2026) - Opción A)

Solución.

a) ■ Dominio: $x - 2 = 0 \implies x = 2 \implies \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{2\}$

■ A. Vertical: $\exists A.V.$ en $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2} = \left[\frac{4}{0} \right] = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \left[\frac{4}{0^-} \right] = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \left[\frac{4}{0^+} \right] = +\infty \end{cases}$$

■ A. Horizontal: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \mp\infty \implies \nexists A.H.$

■ A. Oblicua: $\exists A.O.$ en $y = x$

• $m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \frac{1}{1} = 1$

• $n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2} - x \right)$

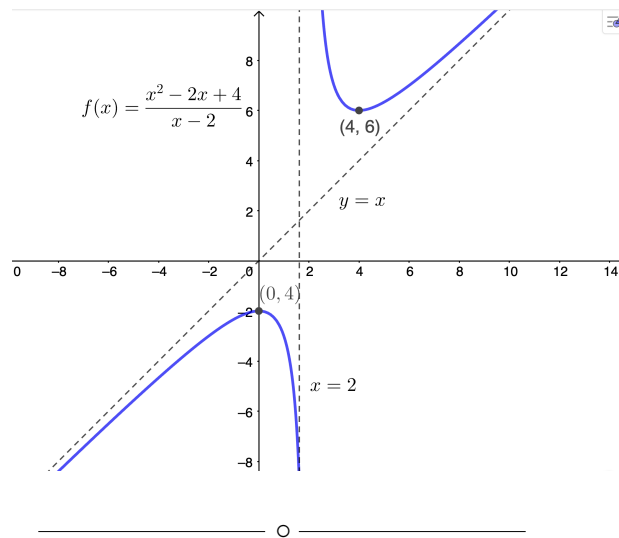
$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 2x + 4 - x^2 + 2x}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4}{x - 2} = 0$$

b) $f'(x) = \frac{(2x - 2) \cdot (x - 2) - (x^2 - 2x + 4)}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2} = 0 \implies x = \{0, 4\}$

	$(-\infty, 0)$	$(0, 2)$	$(2, 4)$	$(4, +\infty)$
Signo $f'(x)$	+	-	-	+
$f(x)$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$

La función $f(x)$ es *creciente* en $(-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$ y *decreciente* en $(0, 2) \cup (2, 4)$, y tiene un *mínimo relativo* en $(4, 6)$ y un *máximo relativo* en $(0, -2)$.

- c) Dibujamos la gráfica de la función con los datos obtenidos en los apartados anteriores:



Ejercicio 2B (2.5 puntos)

Dadas las funciones $f(x) = 8 - 8x$ & $g(x) = x^3 - 4x$.

- a) (1.25 puntos) Calcular $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx$.
- b) (1.25 puntos) Calcular el área del recinto limitado por $g(x)$ y el eje OX .

(Extremadura - Matemáticas II - Junio 2026) - Opción B)

Solución.

$$a) \int \frac{f(x)}{g(x)} dx = \int \frac{8 - 8x}{x^3 - 4x} dx \stackrel{(*)}{=} \int \frac{-2}{x} dx + \int \frac{-1}{x-2} dx + \int \frac{3}{x+2} dx$$

$$= -2 \cdot \ln|x| - \ln|x-2| + 3 \cdot \ln|x+2| + C$$

$$(*) \quad x^3 - 4x = x \cdot (x-2) \cdot (x+2)$$

$$\frac{8-8x}{x^3-4x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x+2} = \frac{A(x-2) \cdot (x+2) + Bx(x+2) + Cx(x-2)}{x^3-4x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \langle x=0 \rangle & 8 = -4A & \Rightarrow A = -2 \\ \langle x=-2 \rangle & 24 = 8C & \Rightarrow C = 3 \\ \langle x=2 \rangle & -8 = 8B & \Rightarrow B = -1 \end{cases}$$

- b) $g(x) = x^3 - 4x = x \cdot (x-2) \cdot (x+2) = 0 \Rightarrow x = \{-2, 0, 2\}$. Estos cortes con el eje OX definen dos recintos de integración $A_1 : (-2, 0)$ y $A_2 : (0, 2)$

$$G(x) = \int g(x) dx = \int (x^3 - 4x) dx = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + C$$

$$A_1 = \int_{-2}^0 g(x) dx = G(0) - G(-2) = 0 - (4 - 8) = 4$$

$$A_2 = \int_0^2 g(x) dx = G(2) - G(0) = (4 - 8) - 0 = -4$$

$$\text{Área} = |A_1| + |A_2| = 4 + 4 = 8 \text{ u}^2$$

Ejercicio 3A (2.5 puntos)

- a) (1 punto) Sean los puntos $A(1, 3, -2)$ y $B(3, -1, 2)$, calcular la ecuación del plano perpendicular al vector $\overrightarrow{AB}$ y que pasa por el punto que divide el segmento $\overline{AB}$ en dos partes iguales.
- b) (0.75 puntos) Calcular la distancia del punto A al plano $\pi \equiv 2x - y + 2z - 4 = 0$.
- c) (0.75 puntos) Obtener la ecuación del plano paralelo al plano π y que pasa por el punto B .

(Extremadura - Matemáticas II - Junio 2026) - Opción A)

Solución.

$$\text{a) } \pi' \equiv \begin{cases} M_{AB} = \frac{A+B}{2} = (2, 1, 0) \\ \vec{n}_{\pi'} = \overrightarrow{AB} = (2, -4, 4) \approx (1, -2, 2) \end{cases} \implies \pi' \equiv x - 2y + 2z + D = 0$$

$$\xRightarrow{M \in \pi'} 2 - 2 + 0 + D = 0 \implies D = 0 \implies \boxed{\pi' \equiv x - 2y + 2z = 0}$$

$$\text{b) } d(A, \pi) = \frac{|2 - 3 + 2 \cdot (-2) - 4|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = \frac{|-9|}{\sqrt{9}} = \frac{9}{3} = 3 \text{ u}$$

$$\text{c) } \pi'' \parallel \pi \implies \pi'' \equiv 2x - y + 2z + K = 0 \xRightarrow{B \in \pi''} 2 \cdot 3 + 1 + 2 \cdot 2 + K = 0 \implies K = -11$$

$$\implies \boxed{\pi'' \equiv 2x - y + 2z - 11 = 0}$$

_____ o _____

Ejercicio 3B (2.5 puntos)

- a) (0.75 puntos) Dados los vectores $\vec{u} = (0, 3, -4)$ y $\vec{v} = (12, 4, 3)$, comprobar que el paralelogramo que forman es rectángulo y calcular su área.
- b) (0.75 puntos) Hallar la ecuación del plano formado por los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ y el punto $(1, 0, 0)$.
- c) (1 punto) Obtener un vector perpendicular a los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ de módulo 13.

(Extremadura - Matemáticas II - Junio 2026) - Opción B)

Solución.

a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = (0, 3, -4) \cdot (12, 4, 3) = 12 - 12 = 0 \implies \vec{u} \perp \vec{v}$

$$\text{Área} = |\vec{u} \times \vec{v}| = \left| \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 3 & -4 \\ 12 & 4 & 3 \end{vmatrix} \right| = |(25, -48, -36)| = \sqrt{625 + 2304 + 1296} = 65 \text{ u}^2$$

b) $\pi \equiv \begin{cases} P(1, 0, 0) \\ \vec{u} = (0, 3, -4) \\ \vec{v} = (12, 4, 3) \end{cases} \implies \pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y & z \\ 0 & 3 & -4 \\ 12 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 0 \implies \boxed{\pi \equiv 25x - 48y - 36z - 25 = 0}$

c) $\vec{w} = \lambda \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = \lambda \cdot (25, -48, -36)$

$$|\vec{w}| = 65 \cdot |\lambda| = 13 \implies \lambda = \frac{1}{5} \implies \boxed{\vec{w}_1 = \left(5, -\frac{48}{5}, -\frac{36}{5}\right)} \quad \& \quad \boxed{\vec{w}_2 = \left(-5, \frac{48}{5}, \frac{36}{5}\right)}$$

_____ o _____

Ejercicio 4 (2.5 puntos)

En un estudio realizado por una empresa hotelera se ha obtenido que la distribución del tiempo de estancia del viajero en el hotel es una ley normal de media 3.7 días y desviación típica 1.5 días. Calcular:

- a) (0.75 puntos) ¿Qué probabilidad habrá de que un viajero permanezca en el hotel entre 2 y 5 días?
- b) (0.75 puntos) Si se contabilizan 1000 viajeros, ¿cuántos han estado en el hotel más de 7 días?
- c) (1 punto) La empresa quiere bonificar con un descuento a los viajeros que permanezcan muchos días. Después de hacer un estudio del presupuesto con el que cuenta la empresa, solo se puede aplicar al 10 % de los viajeros. ¿A partir de qué número de días de permanencia se le podrá aplicar el descuento?

(Extremadura - Matemáticas II - Junio 2026) - Opción Única)

Solución.

$X \equiv \text{"Duración de la estancia (días)"} \rightarrow X : \mathcal{N}(3.7, 1.5)$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(2 \leq X \leq 5) &= P\left(\frac{2 - 3.7}{1.5} \leq Z \leq \frac{5 - 3.7}{1.5}\right) = P(-1.13 \leq Z \leq 0.87) \\ &= P(Z \leq 0.87) - P(Z \leq -1.13) = P(Z \leq 0.87) - P(Z \geq 1.13) \\ &= P(Z \leq 0.87) - [1 - P(Z \leq 1.13)] = 0.8078 - (1 - 0.8708) = 0.6786 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(X \geq 7) &= P\left(Z \geq \frac{7 - 3.7}{1.5}\right) = P(Z \geq 2.2) = 1 - P(Z \leq 2.2) = 1 - 0.9861 \\ &= 0.0139 \xrightarrow{n=1000 \text{ viajeros}} 13.9 \simeq 14 \text{ viajeros} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(X \geq a) &= P\left(Z \geq \frac{a - 3.7}{1.5}\right) = 1 - P\left(Z \leq \frac{a - 3.7}{1.5}\right) = 0.1 \\ \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{a - 3.7}{1.5}\right) &= 0.9 \xrightarrow{\text{Tabla}} \frac{a - 3.7}{1.5} = 1.28 \Rightarrow \boxed{a = 5.62} \end{aligned}$$

Por lo tanto habría que aplicar el descuento a las estancias con al menos 6 días de duración. Si las aplicasemos a los 5 días no tendrían presupuesto para pagarlo.

————— o —————