

MATEMATICAS II

EXAMENES RESUELTOS



EVAU JUNIO 2026

- Ordinario -

<https://aprendeconmigomelon.com>

Iñigo Zunzunegui Monterrubio



Junio 2026 (Ordinario)

Ejercicio 1 (2 puntos)

Dada la matriz real $A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda - 2 & \lambda \\ 0 & 1 & \lambda - 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

- a) (1 punto) Discutir el rango de A en función del parámetro λ .
- b) (1 punto) Para el caso $\lambda = 2$, resolver la ecuación matricial $A^2 - AX = I$, donde I es la matriz identidad de orden 3.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción Única)

Solución.

a) $|A| = \lambda^2 - 4\lambda + 3 = 0 \implies \lambda = \{1, 3\}$

▪ Si $\lambda \neq \{1, 3\} \implies |A| \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 3$

▪ Si $\lambda = \{1, 3\} \implies |A| = 0 \implies \text{ran}(A) < 3$, y como $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 2$

b) $A^2 - AX = I \implies AX = A^2 - I \implies \underbrace{A^{-1} \cdot A \cdot X}_I = A^{-1} \cdot (A^2 - I) \implies \boxed{X = A - A^{-1}}$

Si $\lambda = 2 \implies A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ & $|A| = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$

$\text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \implies A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj } A^T = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$X = A - A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \implies \boxed{X = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}}$

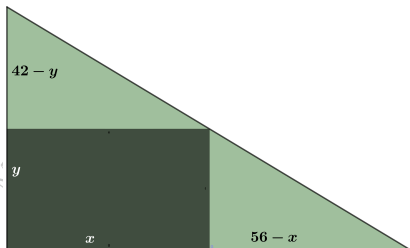
_____ o _____

Ejercicio 2 (2 puntos)

Se quiere enlosar un jardín con forma de triángulo rectángulo de catetos 42 m y 56 m. Dentro del jardín se va a diferenciar un espacio rectangular techado de forma que dos de sus lados sean paralelos a los catetos del triángulo, un vértice coincida con el vértice del ángulo recto del triángulo y el vértice opuesto esté sobre su hipotenusa. Alicatar la parte cubierta cuesta 30 €/m² y la parte no techada, 50 €/m² pues las baldosas llevan un tratamiento especial resistente al agua. Calcule las dimensiones de la parte techada que hacen que el coste de instalar el suelo en el jardín sea mínimo.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción Única)

Solución.

$$\left. \begin{aligned} C(x, y) &= 30xy + 50 \cdot \left(\frac{42 \cdot 56}{2} - xy \right) = 58800 - 20xy \\ \frac{42}{56} &= \frac{y}{56 - x} \implies y = \frac{2352 - 42x}{56} = \frac{168 - 3x}{4} \end{aligned} \right\}$$

$$C(x) = 58800 - 20x \cdot \frac{168 - 3x}{4} = 15x^2 - 840x + 58800$$

$$C'(x) = 30x - 840 = 0 \implies x = 28 \implies y = \frac{168 - 3 \cdot 28}{4} = 21$$

$$C''(x) = 30 \implies C''(28) = 30 > 0 \stackrel{(u)}{\implies} \text{Mínimo en } x = 28$$

Por lo tanto las dimensiones de la parte techada que minimizan el coste de enlosar el patio son de 28 m de largo por 21 m de ancho. En dicho caso el coste ascenderá a $C(28) = 47040$ €.

_____ o _____

Ejercicio 3 (2 puntos)

Dados el plano $\pi \equiv 2x + 2y - z = 13$ y la recta $r \equiv \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{4}$.

a) (1 punto) Halle el punto simétrico del punto $P(2, 0, 0)$ respecto al plano π .

b) (1 punto) Responda solo a uno de los dos apartados siguientes:

b.1) Halle la distancia entre el plano π y la recta r .

b.2) Halle una ecuación del plano que contiene a la recta r y es ortogonal al plano π .

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción Única)

Solución.

$$r \equiv \begin{cases} R(2, 0, 0) \\ \vec{d}_r = (1, 1, 4) \end{cases}$$

$$\text{a) } s \equiv \begin{cases} P(2, 0, 0) \\ \vec{d}_s = \vec{n}_\pi = (2, 2, -1) \end{cases} \implies s \equiv \begin{cases} x = 2 + 2\lambda \\ y = 2\lambda \\ z = -\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

$$O = s \cap \pi \implies 2 \cdot (2 + 2\lambda) + 2 \cdot 2\lambda - (-\lambda) = 13 \xrightarrow{\lambda=1} O(4, 2, -1)$$

$$O = \frac{P + P'}{2} \implies P' = 2O - P = 2 \cdot (4, 2, -1) - (2, 0, 0) \implies \boxed{P'(6, 4, -2)}$$

$$\text{b) b.1) } \vec{d}_r \cdot \vec{n}_\pi = (1, 1, 4) \cdot (2, 2, -1) = 2 + 2 - 4 = 0 \implies \vec{d}_r \perp \vec{n}_\pi \xrightarrow{R \notin \pi} r \parallel \pi$$

$$d(r, \pi) = d(R, \pi) = \frac{|2 \cdot 2 + 0 - 0 - 13|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \frac{|-9|}{3} = 3 \text{ u}$$

$$\text{b.2) } \pi' \equiv \begin{cases} R(2, 0, 0) \\ \vec{d}_r = (1, 1, 4) \\ \vec{n}_\pi = (2, 2, -1) \end{cases} \implies \pi' \equiv \begin{vmatrix} x-2 & y & z \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\implies -9 \cdot (x - 2) + 9y = 0 \implies \boxed{\pi' \equiv x - y - 2 = 0}$$

_____ o _____

Ejercicio 4A (2 puntos)

El proveedor de una fábrica de móviles proporciona baterías cuya duración sigue una distribución normal con media $\mu = 24$ horas y desviación típica $\sigma = 3$ horas. A efectos de control de calidad, se considera que una batería es defectuosa si su duración es inferior a 21 horas.

- a) (1 punto) Se elige un teléfono al azar de la línea de producción. Calcule la probabilidad de que su batería sea considerada defectuosa.
- b) (1 punto) Un distribuidor recibe un lote de 10 teléfonos. Suponiendo independencia entre ellos, ¿cuál es la probabilidad de que en ese lote haya al menos 9 teléfonos con la batería no defectuosa?

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción A)

Solución.

$$X \equiv \text{"Duración de la batería (h)"} \longrightarrow X: \mathcal{N}(24, 3)$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(D) &= P(X \leq 21) = P\left(Z \leq \frac{21 - 24}{3}\right) = P(Z \leq -1) = P(Z \geq 1) \\ &= 1 - P(Z \leq 1) = 1 - 0.8413 = 0.1587 \end{aligned}$$

$$\text{b) } X \equiv \text{"Nº de teléfonos con batería no defectuosa"} \longrightarrow X \equiv \mathcal{B}(10, \underbrace{0.8413}_{1-0.1587})$$

$$\begin{aligned} P(X \geq 9) &= P(X = 9) + P(X = 10) = \binom{10}{9} \cdot 0.8413^9 \cdot 0.1587^1 \\ &+ \binom{10}{10} \cdot 0.8413^{10} \cdot 0.1587^0 = 0.5127 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 4B (2 puntos)

Sabiendo que

$$P(B) = 0.4 \quad \& \quad P(\overline{A \cup B}) = 0.4 \quad \& \quad P(B | A) = 0.2$$

calcule las siguientes probabilidades:

- a) (1 punto) $P(\overline{A})$ y $P(A \cap B)$.
- b) (1 punto) $P((A \cap B) | (A \cup B))$.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción B)

Solución.

$$\text{a) } P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0.4 \implies P(A \cup B) = 0.6$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0.2 \implies \odot P(A \cap B) = 0.2 \cdot P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \stackrel{\odot}{=} P(A) + 0.4 - 0.2 \cdot P(A) = 0.6 \Rightarrow P(A) = 0.25$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.25 \Rightarrow \boxed{P(\bar{A}) = 0.75}$$

$$P(A \cap B) = 0.2 \cdot P(A) = 0.2 \cdot 0.25 \Rightarrow \boxed{P(A \cap B) = 0.05}$$

$$\text{b) } P((A \cap B) \mid (A \cup B)) = \frac{P((A \cap B) \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cup B)} = \frac{0.05}{0.6} = \frac{1}{12} \simeq 0.0833$$

————— o —————

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 5A (2 puntos)

Sea $f(x) = \ln(x)$. Halle el área de la región acotada por la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y la recta $x = e$.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción A)

Solución.

El corte con el eje OX es $f(x) = \ln x = 0 \implies x = 1$, que junto con la recta vertical $x = e$ define un único recinto de integración $A_1 : (1, e)$, en donde la función neperiano es siempre positiva.

$$\begin{aligned} F(x) &= \int f(x) dx = \int \ln x dx = \left\{ \begin{array}{l} u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \\ dv = dx \Rightarrow v = x \end{array} \right\} = x \cdot \ln x - \int \frac{1}{x} \cdot x dx \\ &= x \cdot \ln x - \int dx = x \cdot \ln x - x + C \end{aligned}$$

$$\text{Área} = \int_1^e f(x) dx = F(e) - F(1) = (e \cdot \overset{1}{\ln e} - e) - (\overset{0}{\ln 1} - 1) = 1 \text{ u}^2$$

_____ o _____

Ejercicio 5B (2 puntos)

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - \sin(ax) + b & , \text{ si } x < 0 \\ \frac{2e^x}{1+x^2} & , \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) (1 punto) Calcule los valores de a y b para que la función sea continua y derivable en $x = 0$.
- b) (1 punto) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 2$.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2026 - Opción B)

Solución.

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - \sin(ax) + b & , \text{ si } x < 0 \\ \frac{2e^x}{1+x^2} & , \text{ si } x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 6x - a \cdot \cos(ax) & , \text{ si } x < 0 \\ \frac{2e^x \cdot (1 - 2x + x^2)}{(1+x^2)^2} & , \text{ si } x > 0 \end{cases}$$

a) Continuidad en $x = 0$:

- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (3x^2 - \sin(ax) + b) = b$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2e^x}{1+x^2} = 2$
- $f(0) = \frac{2}{1+0} = 2$

$$f(x) \text{ es continua en } x = 0 \iff \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) \implies \boxed{b = 2}$$

b) Derivabilidad en $x = 0$:

- $f'(0^-) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} [6x - a \cdot \cos(ax)] = -a$
- $f'(0^+) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2e^x \cdot (1 - 2x + x^2)}{(1+x^2)^2} = 2$

$$f(x) \text{ es derivable en } x = 0 \iff f'(0^-) = f'(0^+) \implies -a = 2 \implies \boxed{a = -2}$$

c) ▪ $x_0 = 2 \implies y_0 = f_2(x_0) = f_2(2) = \frac{2e^2}{5} \implies (x_0, y_0) = (2, \frac{2e^2}{5})$

- $f'_2(x) = \frac{2e^x \cdot (1 - 2x + x^2)}{(1+x^2)^2}$

- $m_r = f'_2(x_0) = f'_2(2) = \frac{2e^2}{25}$

- $r \equiv y - y_0 = m_r \cdot (x - x_0) \implies y - \frac{2e^2}{5} = \frac{2e^2}{25} \cdot (x - 2) \implies \boxed{r \equiv y = \frac{2e^2}{25}x + \frac{6e^2}{25}}$