MATEMATICAS APLICADAS A LAS CCSS
EXAMENES RESUELTOS

EVAU JUNIO 2026
- Ordinario -

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Junio 2026 (Ordinario)

Ejercicio 1 (2.5 *puntos*)

El barómetro de octubre de 2025 del Centro de Investigaciónes Sociológicas (CIS) recoge las entrevistas realizadas a una muestra de 4029 personas. La Pregunta 10R plantea al entrevistado: "¿Cuál es, a su juicio, el principal problema que existe actualmente en España? ¿Y el segundo? ¿Y el tercero?" De los 333 entrevistados entre 18 y 24 años, un 35.5 % mencionan como alguno de los tres problemas "la vivienda", un 26.7 % "la inmigración" y un 25.1 % "los problemas relacionados con la calidad del empleo". En los barómetros de septiembre y julio de 2025, "la vivienda" fue mencionada como respuesta a la Pregunta 10R por el 31.9 % y el 29.3 % de los jóvenes en la misma franja de edad, respectivamente.

a) *(1.5 puntos) Calcule el intervalo de confianza al 95 % para la proporción de jóvenes de 18 a 24 años que consideran la vivienda como uno de los tres principales problemas de España en octubre de 2025.*

b) *(1 punto) Para el barómetro de noviembre se desea volver a estimar la proporción de jóvenes de 18 a 24 años que consideran la vivienda como uno de los tres principales problemas de España. Se quiere que esta estimación tenga un margen de error de cinco puntos porcentuales y un nivel de confianza del 97 %. Calcule el tamaño de muestra que sería necesario asumiendo que la proporción es $p = 0.355$.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2026 - Opción Unica)

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Solución.

a) $n = 333 \quad \& \quad \hat{p} = 0.355 \quad \& \quad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 0.645 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.95$

$1-\alpha = 0.95 \implies \alpha = 0.05 \implies \alpha/2 = 0.025 \implies 1-\alpha/2 = 0.975 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.96$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.355 \cdot 0.645}{333}} = 0.0514$$

$$I.C._{95\,\%}(p) = (\hat{p} - E; \hat{p} + E) \implies \boxed{I.C._{95\,\%}(p) = (0.3036; 0.4064)}$$

b) $n = ? \quad \& \quad p = 0.355 \quad \& \quad E < 0.05 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.97$

$1-\alpha = 0.97 \implies \alpha = 0.03 \implies \alpha/2 = 0.015 \implies 1-\alpha/2 = 0.985 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.17$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 2.17 \cdot \sqrt{\frac{0.355 \cdot 0.645}{n}} < 0.05$$

$$\implies n \geq \left(\frac{2.175}{0.05}\right)^2 \cdot 0.355 \cdot 0.645 = 431.28 \implies \boxed{n = 432}$$

Ejercicio 2A (2.5 *puntos*)

Considere la función real de variable real

$$f(x) = x \cdot (1 - x^2) + e^{-\lambda x}$$

donde λ es un parámetro real sin especificar.

a) *(1 punto) Calcule $F(x)$, la primitiva de $f(x)$, tal que $F(0) = 1$.*

b) *(1 punto) Obtenga el área entre la curva de $f(x)$ y el eje horizontal en el intervalo $[0, 1]$.*

c) *(0.5 puntos) ¿Para qué valores de λ es $f'(0)$ positiva?*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2026 - Opción A)

Solución.

a) $F(x) = \displaystyle\int f(x)\,dx = \int \left[x \cdot (1 - x^2) + e^{-\lambda x}\right] dx = \int \left(x - x^3 + e^{-\lambda x}\right) dx$

$$= \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} - \frac{1}{\lambda} \int \underbrace{-\lambda}_{u'} \cdot \underbrace{e^{-\lambda x}}_{e^u}\, dx = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} - \frac{1}{\lambda} \cdot e^{-\lambda x} + C$$

$$F(0) = -\frac{1}{\lambda} + C = 1 \implies C = 1 + \frac{1}{\lambda} \implies \boxed{F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} - \frac{1}{\lambda} \cdot e^{-\lambda x} + 1 + \frac{1}{\lambda}}$$

b) Tenemos que hallar los puntos de corte con el eje OX. Para ello vamos a estudiar el signo de $g(x) = x \cdot (1 - x^2) = -x \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)$ para hacer el razonamiento posterior.

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, +\infty)$
Signo $g(x)$	+	-	+	-

Hemos visto que en el intervalo $[0, 1]$ la función $g(x) = x \cdot (1 - x^2)$ es positiva. Como $f(x) = g(x) + e^{-\lambda x}$ y la función exponencial es siempre positiva, es imposible que la suma de ambas dé cero en el intervalo $[0, 1]$, y por tanto la función $f(x)$ no corta al eje OX en dicho intervalo.
Por todo esto tenemos un único recinto de integración $A_1 : (0, 1)$ en donde la función $f(x)$ está por encima del eje OX, por lo tanto:

$$\text{Área} = \int_0^1 f(x)\,dx = F(1) - F(0) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{\lambda} \cdot e^{-\lambda}\right) - \left(-\frac{1}{\lambda}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1 - e^{-\lambda}}{\lambda}\ u^2$$

c) $f(x) = x - x^3 + e^{-\lambda x} \implies f'(x) = 1 - 3x^2 - \lambda \cdot e^{-\lambda x}$

$f'(0) = 1 - \lambda > 0 \implies \boxed{\lambda < 1}$

HTTPS://APRENDEENMICOMELON.COM

Ejercicio 2B (2.5 *puntos*)

Sea la función real de variable real definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+2}{(x-2)^2} & \text{, si } x<0\\[2ex] \dfrac{x^2+x^3}{x^2+1} & \text{, si } x\geq 0\end{cases}$$

a) (0.5 puntos) Determine razonadamente el dominio de $f(x)$.

b) (0.5 puntos) Estudie la continuidad de $f(x)$ en $x=0$.

c) (0.5 puntos) Calcule la asíntota de $f(x)$ cuando $x\to-\infty$.

d) (1 punto) Calcule la asíntota de $f(x)$ cuando $x\to+\infty$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2026 - Opción B)

Solución.

a) `Dominio:` $\text{Dom}(f)=\mathbb{R}$

- $(x-2)^2=0 \implies x=2\notin(-\infty,0) \implies \text{Dom}(f_1)=(-\infty,0)$
- $x^2+1=0 \implies \nexists$ Solución $\implies \text{Dom}(f_2)=[0,+\infty)$

b) `Continuidad en` $x=0$`:`

- $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x+2}{(x-2)^2}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$
- $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2+x^3}{x^2+1}=0$
- $f(0)=\dfrac{0+0}{0+1}=0$

$\lim\limits_{x\to0^-} f(x)\neq\lim\limits_{x\to0^+} f(x) \implies f(x)$ tiene una discontinuidad inevitable de salto finito en $x=0$.

c) `Asíntota` $x\to-\infty$`:` $\exists\ \underset{x\to-\infty}{A.H.}$ en $y=0$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+2}{(x-2)^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-x+2}{(-x-2)^2}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=0$$

d) `Asíntota` $x\to+\infty$`:` $\exists\ \underset{x\to+\infty}{A.O.}$ en $y=x+1$

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+x^3}{x^2+1}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]=+\infty \implies \nexists\ \underset{x\to+\infty}{A.H.}$
- $m=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+x^3}{x^3+x}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]=\dfrac{1}{1}=1$
- $n=\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-mx]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+x^3}{x^2+1}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+\cancel{x^3}-\cancel{x^3}-x}{x^2+1}$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-x}{x^2+1}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\frac{1}{1}=1$$

———— ○ ————

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 3A (2.5 *puntos*)

Considere las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1 & 3/2 \\ 1 & 1/2 & 1 \\ 3/2 & 1 & 1/2 \end{pmatrix} \qquad \& \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{pmatrix}$$

a) (1.5 puntos) Calcule la matriz X en la ecuación matricial $AXB = A + B$.

b) (1 punto) Calcule el determinante $|C^2B|$, siendo $C = 2 \cdot (A^{-1})^\top$.

Nota: *$M^\top$ denota la matriz traspuesta de la matriz M.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2026 - Opción A)

Solución.

a) $AXB = A + B \implies \underbrace{A^{-1} \cdot A}_{I} \cdot X \cdot \underbrace{B \cdot B^{-1}}_{I} = A^{-1} \cdot (A + B) \cdot B^{-1}$

$\implies X = A^{-1} \cdot (A + B) \cdot B^{-1} \implies X = \underbrace{A^{-1} \cdot A}_{I} \cdot B^{-1} + A^{-1} \cdot \underbrace{B \cdot B^{-1}}_{I}$

$\implies \boxed{X = B^{-1} + A^{-1}}$

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1 & 3/2 \\ 1 & 1/2 & 1 \\ 3/2 & 1 & 1/2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \& \quad |A| = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 8 = 1 \neq 0 \implies \exists A^{-1}$$

$$\text{Adj}\, A = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 4 & -8 & 4 \\ 1 & 4 & -3 \end{pmatrix} \quad \& \quad A^{-1} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 4 & -8 & 4 \\ 1 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{pmatrix} \quad \& \quad |B| = \frac{1}{8} \neq 0 \implies \exists B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$X = B^{-1} + A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} + \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 4 & -8 & 4 \\ 1 & 4 & -3 \end{pmatrix} \implies \boxed{X = \begin{pmatrix} 1/4 & 1 & 1/4 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1/4 & 1 & 13/4 \end{pmatrix}}$$

b) $|C| = \left|2 \cdot (A^{-1})^\top\right| = 2^3 \cdot \left|(A^{-1})^\top\right| = 8 \cdot |A^{-1}| = 8 \cdot \dfrac{1}{|A|} = 8 \cdot \dfrac{1}{1} = 8$

$|C^2 \cdot B| = |C^2| \cdot |B| = |C|^2 \cdot |B| = 8^2 \cdot \dfrac{1}{8} \implies \boxed{\left|C^2 \cdot B\right| = 8}$

———— ∘ ————

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 3B (2.5 *puntos*)

Considere la región S del plano delimitada por las siguientes restricciones:

$$x \leq 6 \quad \& \quad 3y - 2x \leq 10 \quad \& \quad 3y \geq 2 - 2x \quad \& \quad x \leq 10 - y \quad \& \quad y \geq x - 6$$

a) *(2 puntos) Calcule las coordenadas de los vértices de S y represente gráficamente la región S.*

b) *(0.5 puntos) Se desea minimizar el triple de y menos la mitad de x en S. Indique el valor mínimo y el punto de la región en el cual se alcanza.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2026 - Opción B)

Solución.

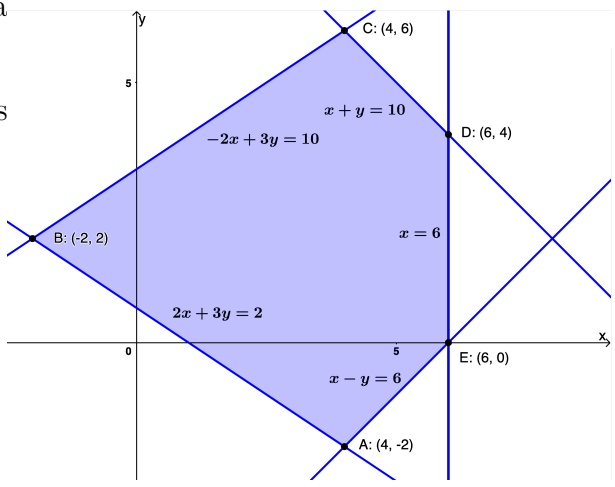
- `Restricciones:` Escribimos las restricciones y los puntos necesarios para su representación

$$\begin{cases} \textcircled{1}\ x \leq 6 \\ \textcircled{2}\ 3y - 2x \leq 10 \\ \textcircled{3}\ 3y \geq 2 - 2x \\ \textcircled{4}\ x \leq 10 - y \\ \textcircled{5}\ y \geq x - 6 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \textcircled{1}\ x \leq 6 & \to (6,0) \\ \textcircled{2}\ -2x + 3y \leq 10 & \to (1,4) \quad \& \quad (-5,0) \\ \textcircled{3}\ 2x + 3y \geq 2 & \to (4,-2) \quad \& \quad (1,0) \\ \textcircled{4}\ x + y \leq 10 & \to (0,10) \quad \& \quad (10,0) \\ \textcircled{5}\ x - y \leq 6 & \to (0,-6) \quad \& \quad (6,0) \end{cases}$$

- `Función objetivo` $f(x,y) = 3y - \dfrac{x}{2}$

- `Región factible` Representamos la región y calculamos los vértices.

- `Optimización de F.O.` Evaluamos $f(x,y)$ en cada vértice



Punto	x	y	$f(x,y)$
A	4	-2	-8
B	-2	2	7
C	4	6	16
D	6	4	9
E	6	0	-3

El *valor mínimo* de $f(x,y)$ es de -8 y se produce en el punto $A : (4,-2)$.

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 4A (2.5 *puntos*)

Sean A, B y C tres sucesos de los que se conoce la siguiente información:

$$P(A) = 0.4 \qquad \& \qquad P(B) = 0.6 \qquad \& \qquad P(C) = 0.5$$

$$P(A \mid C) = 0.6 \qquad \& \qquad P(B \mid C) = 0.8$$

$$P(A \cap B \mid C) = P(A \mid C) \cdot P(B \mid C) \qquad \& \qquad P(A \cap B \mid \overline{C}) = 0.08$$

a) *(1 punto) Determine si A y B son independientes.*

b) *(1.5 puntos) Determine la probabilidad de que C ocurra sabiendo que A y B ocurrieron.*

Nota: *$\overline{S}$ denota el suceso complementario (contrario) del suceso S.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2026 - Opción A)

Solución.

a) $P(A \cap B \mid C) = P(A \mid C) \cdot P(B \mid C) = 0.6 \cdot 0.8 = 0.48$

$$P(A \cap B \mid C) = \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(C)} = \frac{P(A \cap B \cap C)}{0.5} = 0.48 \implies P(A \cap B \cap C) = 0.24$$

$$P(A \cap B \mid \overline{C}) = \frac{P\big((A \cap B) \cap \overline{C}\big)}{P(\overline{C})} = \frac{P(A \cap B) - P(A \cap B \cap C)}{1 - P(C)}$$

$$= \frac{P(A \cap B) - 0.24}{1 - 0.5} = 0.08 \implies P(A \cap B) = 0.28$$

$P(A) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.6 = 0.24$

$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \implies$ los sucesos A y B no son independientes.

b) $P(C \mid A \cap B) = \dfrac{P(C \cap A \cap B)}{P(A \cap B)} = \dfrac{0.24}{0.28} = 0.8571$

HTTPS://APRENDECONMIGOMEDIA.COM

Ejercicio 4B (2.5 *puntos*)

En un laboratorio farmacéutico se realiza un test de control de calidad para detectar productos defectuosos antes de su distribución. Se conoce la siguiente información:

- *El 3 % de los productos presenta un defecto grave, el 7 % un defecto leve y el resto no presenta defectos.*
- *Si el defecto es grave, el test da positivo el 98 % de las veces.*
- *Si el defecto es leve, el test da positivo el 80 % de las veces.*
- *Si el producto no tiene defectos, el test da positivo el 5 % de las veces.*

a) *(1.2 puntos) Calcule la probabilidad de que el test de un producto seleccionado al azar dé negativo.*

b) *(1.3 puntos) Si el test de un producto ha dado positivo, calcule la probabilidad de que el defecto sea grave.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2026 - Opción B)

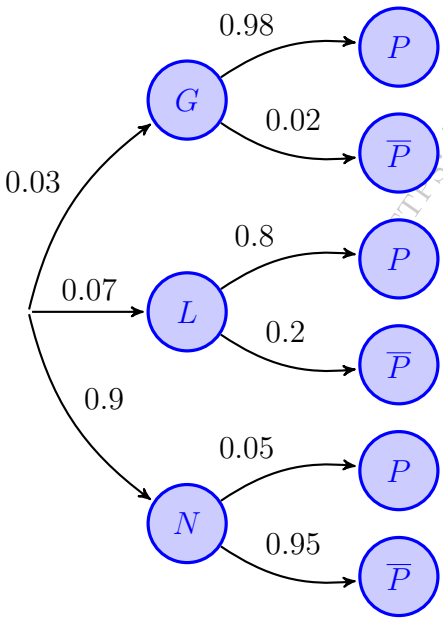
HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM/

Solución.

Sean los sucesos:

$G \equiv$ "El defecto es grave" $\qquad L \equiv$ "El defecto es leve"

$N \equiv$ "El producto no es defectuoso" $\qquad P \equiv$ "El test da positivo"



a) $$\begin{aligned} P(\overline{P}) &= P\Big((G \cap \overline{P}) \cup (L \cap \overline{P}) \cup (N \cap \overline{P})\Big) \\ &= P(G \cap \overline{P}) + P(L \cap \overline{P}) + P(N \cap \overline{P}) \\ &= P(G) \cdot P(\overline{P} \mid G) + P(L) \cdot P(\overline{P} \mid L) \\ &+ P(N) \cdot P(\overline{P} \mid N) = 0.03 \cdot 0.02 \\ &+ 0.07 \cdot 0.2 + 0.9 \cdot 0.95 = 0.8696 \end{aligned}$$

b) $$P(P) = 1 - P(\overline{P}) = 1 - 0.8696 = 0.1304$$

$$P(G \mid P) = \frac{P(G \cap P)}{P(P)} = \frac{P(G) \cdot P(P \mid G)}{P(P)}$$

$$= \frac{0.03 \cdot 0.98}{0.1304} = 0.2254$$