MATEMATICAS CCSS
EXAMENES RESUELTOS

EVAU JULIO 2025
- Extraordinario -

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Julio 2025 (Extraordinario)

Ejercicio 1A (2.5 *puntos*)

a) *(0.5 puntos) Calcula el valor de a para que* $|A| = \begin{vmatrix} a & 1 \\ 2a-1 & a \end{vmatrix} = 0$

b) *Considera el siguiente sistema de ecuaciones, donde a es un número real desconocido:*

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x - y + z = a \\ 3x + 2y - az = 4 \end{cases}$$

b.1) (1 punto) Discute el sistema de ecuaciones según los valores de a.

b.2) (1 punto) Resuelve el sistema para $a = 1$.

(Región de Murcia - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción A)

Solución.

a) $|A| = \begin{vmatrix} a & 1 \\ 2a-1 & a \end{vmatrix} = a^2 - (2a-1) = a^2 - 2a + 1 = (a-1)^2 = 0 \implies \boxed{a = 1}$

b) b.1) Escribimos el sistema en forma matricial:

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & a \\ 3 & 2 & -a & 4 \end{array}\right)$$

Hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A.

$$|A| = -a + 2 = 0 \implies a = 2$$

- Si $a \neq 2$ $\quad |A| \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 3 = \text{ran}(A^*) = \text{n}^{\text{o}}$ incóg. $\xrightarrow{Rouche}$ Sistema Compatible Determinado (Solución única).

- Si $a = 2 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -2 & 4 \end{array}\right)$

  $|A| = 0 \implies \text{ran}(A) < 3$ y como $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 2$

  $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \implies \text{ran}(A^*) = 3$

  $\text{ran}(A) = 2 \neq \text{ran}(A^*) = 3 \xrightarrow{Rouche}$ Sistema Incompatible ($\nexists$ solución) b.2) Resolvemos el sistema para $a = 1$ por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 4 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 - 2F_1 \\ F_3 - 3F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 5 & -4 & 1 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - 5F_2 \end{array}\right]$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x - 5 + 6 = 1 \\ \Rightarrow y - 6 = -1 \\ \Rightarrow z = 6 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 0 \\ y = 5 \\ z = 6 \end{array}}$$

Ejercicio 1B (2.5 *puntos*)

El famoso tiktoker Peldanhos produce videos tanto para TikTok como para YouTube. Cada video de TikTok le genera 40 euros de ingresos, mientras que cada video de YouTube le genera 20 euros. Hay tres fases en el proceso de creación de videos: planificación, grabación y edición. La planificación de contenido para TikTok requiere 4 horas por video, mientras que para YouTube solo requiere 1 hora. Peldnhos dispone de 36 horas semanales para planificar contenido. Cada video de TikTok requiere 1 hora de grabación mientras que cada video de YouTube requiere 2 horas. Peldanhos dispone de un máximo de 20 horas semanales para grabar. Finalmente, para la edición Peldanhos emplea 1 hora para cada uno de los dos tipos de videos y puede dedicar hasta 12 horas semanales a la edición. Se pide:

a) *(0.5 puntos) Si Peldanhos quiere maximizar el ingreso semanal, formula el problema, identificando la función objetivo y las restricciones.*

b) *(0.75 puntos) Representa la región factible.*

c) *(0.5 puntos) Encuentra los vértices de esta región.*

d) *(0.5 puntos) ¿Cuántos videos de cada plataforma debe producir semanalmente para maximizar sus ingresos.*

e) *(0.25 puntos) Calcula el ingreso máximo semanal posible.*

(Región de Murcia - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción B)

Solución.

	Video TikTok	Video YouTube	Restricción
Planificación (h)	4	1	≤ 36
Grabación (h)	1	2	≤ 20
Edición (h)	1	1	≤ 12

- `Incógnitas:` $x \equiv$ "Nº de videos de TikTok"
  $y \equiv$ "Nº de videos de YouTube"

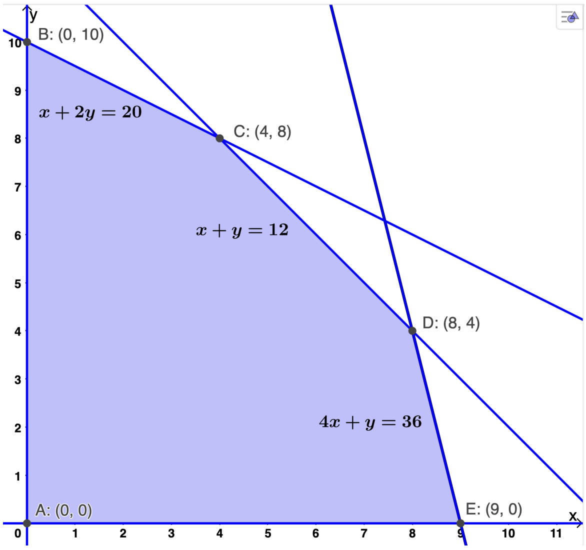
- `Restricciones:` Escribimos las restricciones y los puntos para su representación

$$\begin{cases} 1 \; 4x + y \leq 36 & \rightarrow (0, 36) \quad \& \quad (9, 0) \\ 2 \; x + 2y \leq 20 & \rightarrow (0, 10) \quad \& \quad (20, 0) \\ 3 \; x + y \leq 12 & \rightarrow (0, 12) \quad \& \quad (12, 0) \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

- **Función objetivo**

$$f(x, y) = 40x + 20y \text{ (euros)}$$

- **Región factible** Representamos la región y calculamos los vértices.



- **Optimización de F.O.** Evaluamos $f(x, y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x, y)$
A	0	0	0
B	0	10	200
C	4	8	320
D	8	4	400
E	9	0	360

Los *ingresos máximo* son de 400 €, realizando 8 videos de TikTok y 4 videos de YouTube.

Ejercicio 2A (3 *puntos*)

Dada la función:

$$f(x) = \frac{-9+x^2}{x^2-4}$$

a) (0.5 puntos) Determina su dominio y los puntos de corte de la gráfica de $f(x)$ con los ejes de coordenadas.

b) (0.5 puntos) Estudia sus asíntotas.

c) (1 punto) Estudia el crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

d) (0.25 puntos) Halla y clasifica sus extremos relativos.

e) (0.75 puntos) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 3$.

(Región de Murcia - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción A)

Solución.

a)
- `Dominio:` $x^2-4=0 \implies x=\pm 2 \implies \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-2,2\}$
- `Corte` OX: $f(x) = \dfrac{-9+x^2}{x^2-4} = 0 \Rightarrow -9+x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 3 \Rightarrow (-3,0)\ \&\ (3,0)$
- `Corte` OY: $x = 0 \implies y = \dfrac{-9}{-4} \implies (0, 9/4)$

b)
- `A. Vertical:` $\exists\, A.V.$ en $x=-2$ y $x=2$
  - $\lim\limits_{x\to -2} f(x) = \lim\limits_{x\to -2} \dfrac{-9+x^2}{x^2-4} = \left[\dfrac{-5}{0}\right] = \begin{cases} \lim\limits_{x\to -2^-} f(x) = \left[\dfrac{-5}{0^+}\right] = -\infty \\ \lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = \left[\dfrac{-5}{0^-}\right] = +\infty \end{cases}$
  - $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{-9+x^2}{x^2-4} = \left[\dfrac{-5}{0}\right] = \begin{cases} \lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \left[\dfrac{-5}{0^-}\right] = +\infty \\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \left[\dfrac{-5}{0^+}\right] = -\infty \end{cases}$
- `A. Horizontal:` $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{-9+x^2}{x^2-4} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] = \dfrac{1}{1} = 1 \implies \underset{x\to\pm\infty}{\exists\, A.H.}$ en $y=1$

c) $f'(x) = \dfrac{2x\cdot(x^2-4)-(-9+x^2)\cdot 2x}{(x^2-4)^2} = \dfrac{10x}{(x^2-4)^2} = 0 \implies 10x = 0 \implies x = 0$

	$(-\infty,-2)$	$(-2,0)$	$(0,2)$	$(2,+\infty)$
Signo $f'(x)$	-	-	+	+
$f(x)$	Decreciente $\searrow$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$	Creciente $\nearrow$

La función $f(x)$ es *creciente* en $(0,2)\cup(2,+\infty)$ y *decreciente* en $(-\infty,-2)\cup(-2,0)$.

d) La función $f(x)$ tiene un *mínimo relativo* en $(0, 9/4)$.

e)
- $x_0 = 3 \implies y_0 = f(3) = 0 \implies (x_0,y_0) = (3,0)$

- $m_r = f'(x_0) = f'(3) = 6/5$
- $r \equiv y - y_0 = m_r \cdot (x - x_0) \implies y - 0 = \dfrac{6}{5} \cdot (x-3) \implies \boxed{r \equiv y = \dfrac{6}{5}x - \dfrac{18}{5}}$

Ejercicio 2B (3 *puntos*)

El beneficio mensual en euros de la hamburguesería Jamburguer, que el verano pasado abrió sus puertas en un conocido centro comercial de Murcia, viene dado por:

$$B(x) = 144x - 0.1x^2 - 50000$$

donde x es el número de hamburguesas vendidas mensualmente.

a) *(0.5 puntos) Si actualmente Jamburgurer vende 750 hamburguesas al mes, ¿obtendrá pérdidas o ganancias?*

b) *(0.5 puntos) Evalúa e interpreta la primera derivada de $B(x)$ en $x = 750$ ¿Qué recomendarías al propietario?*

c) *(1 punto) Estudia el crecimiento y decrecimiento de $B(x)$.*

d) *(0.75 puntos) Determina el número de hamburguesas que maximiza el beneficio mensual de esta hamburguesería.*

e) *(0.25 puntos) ¿Cuál es el beneficio máximo mensual?*

(Región de Murcia - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción B)

Solución.

a) $B(750) = 144 \cdot 750 - 0.1 \cdot 750^2 - 50000 = 1750$ € de beneficio mensual.

b) $B'(x) = 144 - 0.2x \implies B'(750) = -6 < 0 \implies$ el benefico es decreciente vendiendo 750 hamburguesas. Sería conveniente vender menos de esa cantidad, o al menos no vender más pues obtendría menos beneficio.

c) $B'(x) = 144 - 0.2x = 0 \implies x = 720$

	$(0, 720)$	$(720, +\infty)$
Signo $B'(x)$	+	-
$B(x)$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$

El beneficio $B(x)$ es *creciente* en $(0, 720)$ y *decreciente* en $(720, +\infty)$

d) El beneficio $B(x)$ tiene un *máximo relativo*, que es también *absoluto*, en $x = 720$, es decir, vendiendo 720 hamburguesas.

e) El beneficio máximo será $B(720) = 1840$ €.

Ejercicio 3A (2 *puntos*)

Realiza:

a) *(0.25 puntos) Calcula* $\displaystyle\int\left(\frac{2}{x-1}+3\sqrt{x}\right)dx$.

b) *(1.75 puntos) Calcula el área limitada por la función* $f(x)=-x^2+4x$, *el eje* OX *y las rectas* $x=0$ *y* $x=4$.

(Región de Murcia - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción A)

Solución.

a) $$\int\left(\frac{2}{x-1}+3\sqrt{x}\right)dx=2\int\frac{1}{x-1}\,dx+3\int x^{1/2}\,dx=2\ln|x-1|+\cancel{3}\cdot\frac{2}{\cancel{3}}x^{3/2}+C$$
$$=2\ln|x-1|+2\sqrt{x^3}+C$$

b) El corte de $f(x)$ y el eje OX es $f(x)=-x^2+4x=0 \implies x=\{0,4\}$, que junto con las rectas $x=0$ y $x=4$ define un único recinto de integración $A_1:(0,4)$

$$A_1=\int_0^4 f(x)\,dx=\int_0^4\left(-x^2+4x\right)dx=-\frac{x^3}{3}+2x^2\Big]_0^4=\left(-\frac{64}{3}+32\right)-0=\frac{32}{3}$$

$$\text{Área}=|A_1|=\frac{32}{3}=10.67\ u^2$$

Ejercicio 3B (2 *puntos*)

Realiza:

a) *(0.25 puntos) Calcula* $\displaystyle\int\left(\frac{1}{x}+3\sqrt{x}+\frac{1}{3}e^{3x}\right)dx$.

b) *(1.75 puntos) Calcula el área limitada por la función* $f(x)=4-x^2$, *el eje* OX *y las rectas* $x=-1$ *y* $x=1$.

(Región de Murcia - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción B)

Solución.

a) $$\int\left(\frac{1}{x}+3\sqrt{x}+\frac{1}{3}e^{3x}\right)dx=\int\frac{1}{x}\,dx+3\int x^{1/2}\,dx+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\int 3e^{3x}\,dx$$
$$=\ln|x|+\cancel{3}\cdot\frac{2}{\cancel{3}}x^{3/2}+\frac{1}{9}e^{3x}+C=\ln|x|+2\sqrt{x^3}+\frac{1}{9}e^{3x}+C$$

b) El corte de $f(x)$ y el eje OX es $f(x)=4-x^2=0 \implies x=\{-2,2\}$, que junto con las rectas $x=-1$ y $x=1$ define un único recinto de integración $A_1:(-1,1)$

$$A_1=\int_{-1}^1 f(x)\,dx=\int_{-1}^1\left(4-x^2\right)dx=4x-\frac{x^3}{3}\Big]_{-1}^1=\left(4-\frac{1}{3}\right)-\left(-4+\frac{1}{3}\right)=\frac{22}{3}$$

$$\text{Área}=|A_1|=\frac{22}{3}\simeq 7.33\ u^2$$

Ejercicio 4A (2.5 *puntos*)

En una encuesta realizada por el Departamento de Orientación de un instituto a 100 estudiantes de segundo de bachillerato, se obtuvo que 30 de ellos quieren estudiar Veterinaria, 25 Economía, 20 Química, 15 Biología y 10 Matemáticas. De ellos, 10, 12, 13, 8 y 6 son mujeres, respectivamente. Además, la orientadora del centro les ha informado que no es posible que se matriculen en más de un grado.

a) *(0.25 puntos) Si se elige a un estudiante al azar del grupo estudiado, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?*

b) *(0.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante de este grupo, seleccionado al azar, sea hombre y estudie Veterinaria?*

c) *(0.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante de este grupo, seleccionado al azar, estudie Química o Veterinaria?*

d) *(0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante de este grupo, seleccionado al azar, no estudie ni Biología ni Matemáticas?*

e) *(0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante de este grupo, seleccionado al azar, estudie Química, dado que se trata de una mujer?*

f) *(0.75 puntos) Si el estudiante seleccionado al azar es hombre, ¿cuál es la probabilidad de que estudie Economía?*

(Región de Murcia - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$V \equiv$ "Quiere estudiar Veterinaria" $E \equiv$ "Quiere estudiar Economía"
$Q \equiv$ "Quiere estudiar Química" $B \equiv$ "Quiere estudiar Biología"
$M \equiv$ "Quiere estudiar Matemáticas" $H \equiv$ "El estudiante es hombre"

Hacemos una tabla de contingencia con los datos (en negro) y la completamos (en azul).

	V	E	Q	B	M	**Total**
H	20	13	7	7	4	51
$\overline{H}$	10	12	13	8	6	49
Total	30	25	20	15	10	100

a) $P(\overline{H}) = \dfrac{49}{100} = 0.49$ b) $P(H \cap V) = \dfrac{20}{100} = 0.2$ c) $P(Q \cup V) = \dfrac{20+30}{100} = 0.5$

d) $P(\overline{B} \cap \overline{M}) = P(\overline{B \cup M}) = 1 - P(B \cup M) = 1 - \dfrac{15+10}{100} = 0.75$

e) $P(Q \mid \overline{H}) = \dfrac{13}{49} = 0.2653$ f) $P(E \mid H) = \dfrac{13}{51} = 0.2549$

Ejercicio 4B (2.5 *puntos*)

El número de horas semanales que los estudiantes de segundo de bachillerato de una pedanía de Murcia dedican a ver series en inglés en HBO Max sigue una distribución normal con media μ y desviación típica igual a 2 horas.

a) (1 punto) Si en una muestra de 100 estudiantes, el número medio de horas semanales que dedican a ver series en inglés en HBO Max ha sido de 8 horas, calcula un intervalo de confianza con un 95 % de confianza para la media de las horas semanales que dedican a esta actividad.

b) (0.75 puntos) Determina el tamaño mínimo que debe tener una muestra de estudiantes para que el error máximo cometido en la estimación de μ sea menor de 0.5 horas con un nivel de confianza del 99 %.

c) (0.75 puntos) Si $\mu = 8.2$ y se elige a un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que dedique más de 9 horas semanales a ver series en inglés en HBO Max?

(Región de Murcia - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción B)

Solución.

$$X \equiv \text{“Tiempo semanal viendo series de HBO Max (h)”} \longrightarrow X : \mathcal{N}(\mu, 2)$$

a) $X : \mathcal{N}(\mu, 2) \xrightarrow{n=100} \overline{x} = 8 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.95$

$1-\alpha = 0.95 \implies \alpha = 0.05 \implies {}^{\alpha}/_{2} = 0.025 \implies 1-{}^{\alpha}/_{2} = 0.975 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.96$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \dfrac{2}{\sqrt{100}} = 0.392$

$I.C._{95\,\%}(\mu) = (\overline{x} - E; \overline{x} + E) \implies \boxed{I.C._{95\,\%}(\mu) = (7.608; 8.392)}$

b) $n = ? \qquad \& \qquad E < 0.5 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.99$

$1 - \alpha = 0.99 \Rightarrow \alpha = 0.01 \Rightarrow {}^{\alpha}/_{2} = 0.005 \Rightarrow 1 - {}^{\alpha}/_{2} = 0.995 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.575$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.575 \cdot \dfrac{2}{\sqrt{n}} < 0.5 \implies n > \left(2.575 \cdot \dfrac{2}{0.5}\right)^2 = 106.09 \implies \boxed{n = 107}$

c) $X : \mathcal{N}(8.2, 2)$

$$P(X \geq 9) = P\left(Z \geq \frac{9 - 8.2}{2}\right) = P(Z \geq 0.4) = 1 - P(Z \leq 0.4)$$
$$= 1 - 0.6554 = 0.3446$$