MATEMATICAS II

PROBABILIDAD TOTAL

https://aprendeconmigomelon.com

27 de abril de 2026

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

He actualizado este libro en el que he reunido una serie de ejercicios de Probabilidad Total, la mayoría de los cuales han sido propuestos en los exámenes de EVAU de Matemáticas II de diferentes Comunidades. Si no tienes suficiente con estos ejercicios te recomientdo que eches un vistazo al correspondiente de Matremáticas aplicadas a las CCSS, ya que en este tema en particular el nivel exigido es muy similar. Son 84 ejercicios que espero que te gusten melón ;)

Índice general

Ejercicios de Probabilidad Total

Ejercicio 1

En un aula de dibujo hay 40 sillas, 30 con respaldo y 10 sin él. Entre las sillas sin respaldo hay 3 nuevas y entre las sillas con respaldo hay 7 nuevas.

a) Tomada una silla al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea nueva?

b) Si se coge una silla que no es nueva, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga respaldo.

Solución.

Sean los sucesos:

$R \equiv$ "La silla tiene respaldo" $\qquad N \equiv$ "La silla es nueva"

1ª Forma: Tabla de Contingencia

Resolveremos el ejercicio mediante una tabla de contingencia en donde pondremos los datos y completaremos el resto (en azul).

	R	$\overline{R}$	**Total**
N	7	3	10
$\overline{N}$	23	7	30
Total	30	10	40

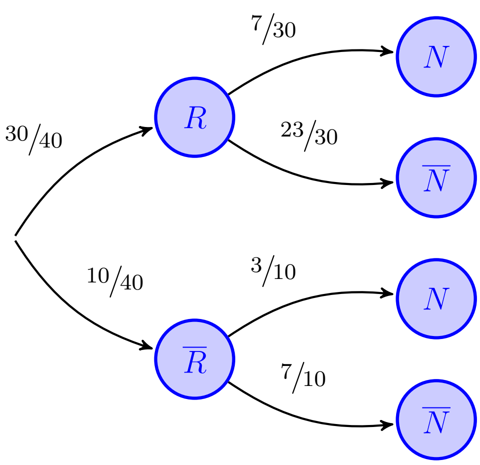
a) $P(N) = \dfrac{10}{40} = 0.25$

b) $P(\overline{R} \mid \overline{N}) = \dfrac{7}{30} = 0.2333$

2ª Forma: Diagrama de árbol

$$P(R) = \frac{30}{40} \quad \& \quad P(R \cap N) = P(R) \cdot P(N \mid R) \Rightarrow P(N \mid R) = \frac{P(R \cap N)}{P(R)} = \frac{7/40}{30/40} = \frac{7}{30}$$

$$P(\overline{R} \cap N) = P(\overline{R}) \cdot P(N \mid \overline{R}) \implies P(N \mid \overline{R}) = \frac{P(\overline{R} \cap N)}{P(\overline{R})} = \frac{3/40}{1 - 30/40} = \frac{3}{10}$$



a)
$$\begin{aligned} P(N) &= P\big((R \cap N) \cup (\overline{R} \cap N)\big) \\ &= P(R \cap N) + P(\overline{R} \cap N) \\ &= P(R) \cdot P(N \mid R) + P(\overline{R}) \cdot P(N \mid \overline{R}) \\ &= \frac{30}{40} \cdot \frac{7}{30} + \frac{10}{40} \cdot \frac{3}{10} = 0.25 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} P(\overline{R} \mid \overline{N}) &= \frac{P(\overline{R} \cap \overline{N})}{P(\overline{N})} = \frac{P(\overline{R}) \cdot P(\overline{N} \mid \overline{R})}{1 - P(N)} \\ &= \frac{10/40 \cdot 7/10}{1 - 0.25} = 0.2333 \end{aligned}$$

Ejercicio 2

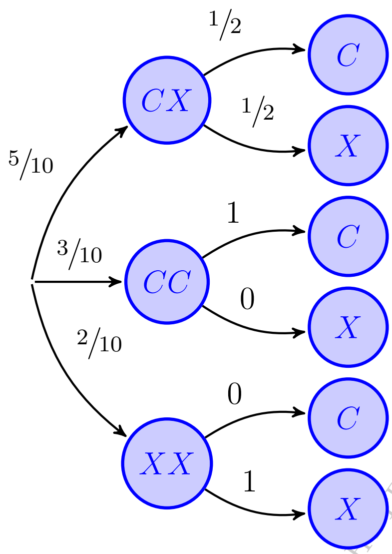
Una bolsa contiene diez monedas equilibradas. Cinco de dichas monedas tienen cara y cruz, otras tres son monedas con dos caras y las dos restantes son monedas con dos cruces. Se elige al azar una moneda de la bolsa y se lanza.

a) Calcúlese la probabilidad de que salga cara en dicho lanzamiento.

b) Si en el lanzamiento ha salido cara, ¿cuál es la probabilidad de que la moneda elegida tenga cara y cruz?

Solución.

$CX \equiv$ "Elegir una moneda con cara y cruz" $CC \equiv$ "Elegir una moneda con dos caras"
$XX \equiv$ "Elegir una moneda con dos cruces" $C \equiv$ "Salir cara en el lanzamiento"
$X \equiv$ "Salir curz en el lanzamiento"



a) $P(C) = P\Big((CX \cap C) \cup (CC \cap C) \cup (XX \cap C)\Big)$
$= (CX \cap C) + P(CC \cap C) + P(XX \cap C)$
$= P(CX) \cdot P(C \mid CX) + P(CC) \cdot P(C \mid CC)$
$+ P(XX) \cdot P(C \mid XX) = \dfrac{5}{10} \cdot \dfrac{1}{2}$
$+ \dfrac{3}{10} \cdot 1 + \dfrac{2}{10} \cdot 0 = \dfrac{11}{20}$

b) $P(CX \mid C) = \dfrac{P(CX \cap C)}{P(C)} = \dfrac{P(CX) \cdot P(C \mid CX)}{P(C)}$
$= \dfrac{1/2 \cdot 1/2}{11/20} = \dfrac{5}{11}$

Ejercicio 3

Se tiene tres cajas iguales. La primera contiene 3 bolas blancas y 4 negras; la segunda contiene 5 bolas negras y, la tercera, 4 blancas y 3 negras.

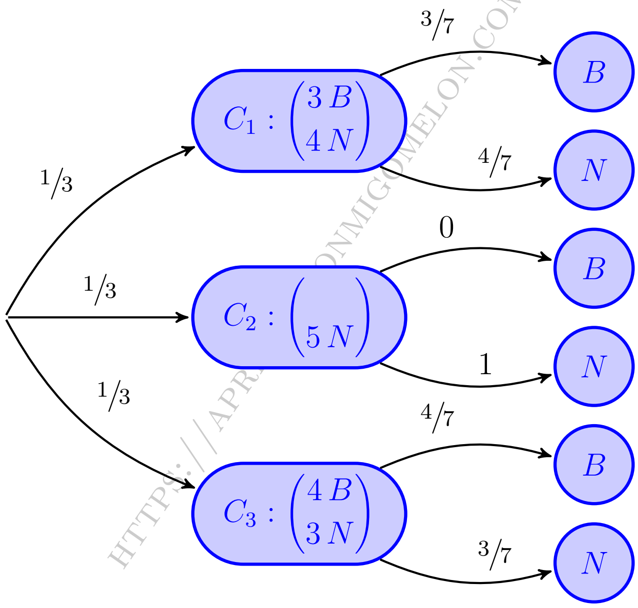
a) *Si se elige una caja al azar y luego se extrae una bola, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea negra?*

b) *Si se extrae una bola negra de una de las cajas, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la segunda caja?*

Solución.

Sean los sucesos:

$$\begin{aligned} C_i &\equiv \text{“La bola extraída es de la caja i”} \\ B &\equiv \text{“La bola extraída es blanca”} \\ N &\equiv \text{“La bola extraída es negra”} \end{aligned}$$



a) $P(N) = P\Big((C_1 \cap N) \cup (C_2 \cap N) \cup (C_3 \cap N)\Big) = P(C_1 \cap N) + P(C_2 \cap N) + P(C_3 \cap N)$

$$= P(C_1) \cdot P(N \mid C_1) + P(C_2) \cdot P(N \mid C_2) + P(C_3) \cdot P(N \mid C_3)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{3}$$

b) $P(C_2 \mid N) = \dfrac{P(C_2 \cap N)}{P(N)} = \dfrac{P(C_2) \cdot P(N \mid C_2)}{P(N)} = \dfrac{{}^{1}\!/_{3} \cdot 1}{{}^{2}\!/_{3}} = \dfrac{1}{2}$

Ejercicio 4

Tenemos dos urnas A y B y una moneda trucada de manera que la probabilidad de sacar cara es tres veces la de sacar cruz. La urna A contiene 4 bolas rojas y 5 blancas. La urna B contiene 6 bolas rojas y 4 blancas. Se lanza la moneda al aire. Si sale cara se pasa una bola de la urna A a la urna B, si sale cruz se pasa una bola de la urna B a la urna A. Se extrae una bola al azar de la urna B. Calcúlese la probabilidad de que:

a) La bola extraída sea blanca.

b) Sabiendo que la bola extraida es roja calcúlese la probabilidad de que en el lanzamiento de la moneda halla salido cruz.

Solución.

Sean los sucesos:

$C \equiv$ "Ha salido cara en la moneda" $\quad X \equiv$ "Ha salido cruz en la moneda"

$b \equiv$ "Se pasa una bola blanca" $\quad r \equiv$ "Se pasa bola roja"

$B \equiv$ "Se extrae bola blanca de la urna B" $\quad R \equiv$ "Se extrae bola roja de la urna B"

Teniendo en cuenta que la moneda está trucada y que la probabilidad de sacar cara es tres veces la de sacar cruz:

$$\left.\begin{array}{l} P(C) = 3P(X) \\ P(C) + P(X) = 1 \end{array}\right\} \implies 3P(X) + P(X) = 1 \implies 4P(X) = 1 \implies \begin{cases} P(C) = 3/4 \\ P(X) = 1/4 \end{cases}$$

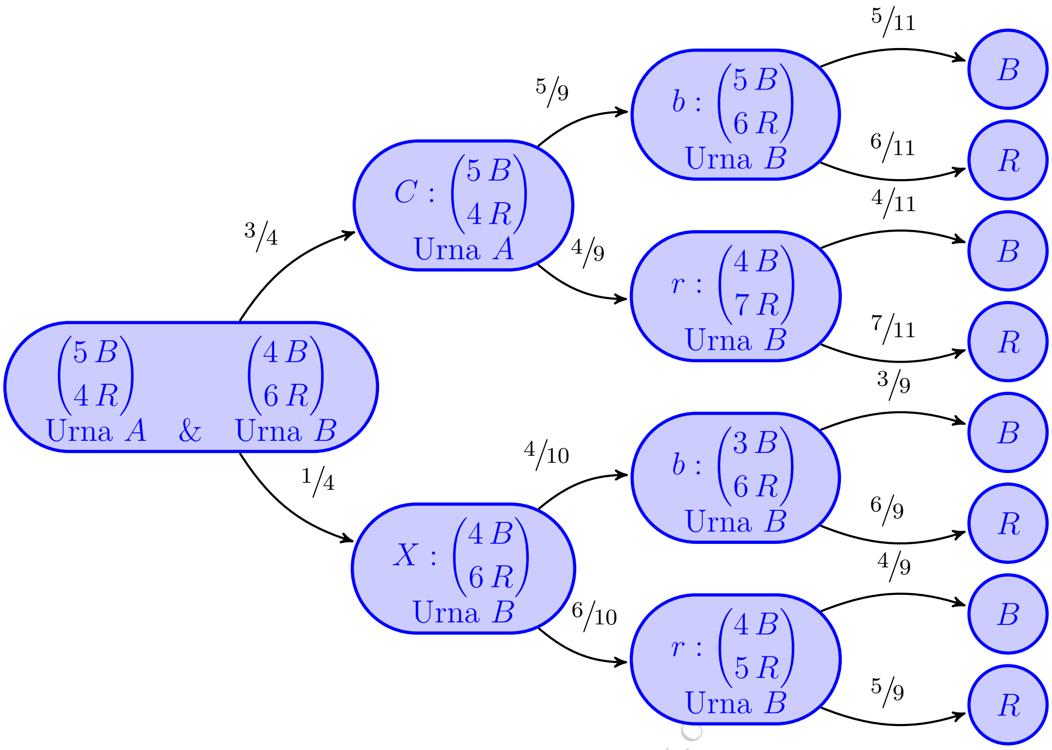
Si sale cara en la moneda pasamos una bola de la urna A a la urna B. La configuración de la urna B será:

$$C \implies \begin{cases} P(b \mid C) = 5/9 \implies \underset{\text{Urna } B}{\begin{pmatrix} 5B \\ 6R \end{pmatrix}} \implies \begin{cases} P(B \mid C \cap b) = 5/11 \\ P(R \mid C \cap b) = 6/11 \end{cases} \\ P(r \mid C) = 4/9 \implies \underset{\text{Urna } B}{\begin{pmatrix} 4B \\ 7R \end{pmatrix}} \implies \begin{cases} P(B \mid C \cap r) = 4/11 \\ P(R \mid C \cap r) = 7/11 \end{cases} \end{cases}$$

Mientras que si sale cruz pasamos una bola de la urna B a la urna A. La configuración de la urna B será:

$$X \implies \begin{cases} P(b \mid C) = 4/10 \implies \underset{\text{Urna}B}{\begin{pmatrix} 3B \\ 6R \end{pmatrix}} \implies \begin{cases} P(B \mid C \cap b) = 3/9 \\ P(R \mid C \cap b) = 6/9 \end{cases} \\ P(r \mid C) = 6/10 \implies \underset{\text{Urna}B}{\begin{pmatrix} 4B \\ 5R \end{pmatrix}} \implies \begin{cases} P(B \mid C \cap r) = 4/9 \\ P(R \mid C \cap r) = 5/9 \end{cases} \end{cases}$$

Conviene darse cuenta de que si sale cara la urna B, termina con una bola más que las iniciales 10 que tenía, mientras que si sale cruz, terminará con una bola menos.



a) $P(B) = P\big((C\cap b\cap B)\cup(C\cap r\cap B)\cup(X\cap b\cap B)\cup(X\cap r\cap B)\big)$

$$\begin{aligned}
&= P(C\cap b\cap B)+P(C\cap r\cap B)+P(X\cap b\cap B)+P(X\cap r\cap B)\\
&= P(C\cap b)\cdot P(B\mid C\cap b)+P(C\cap r)\cdot P(B\mid C\cap r)\\
&+ P(X\cap b)\cdot P(B\mid X\cap b)+P(X\cap r)\cdot P(B\mid X\cap r)\\
&= P(C)\cdot P(b\mid C)\cdot P(B\mid C\cap b)+P(C)\cdot P(r\mid C)\cdot P(B\mid C\cap r)\\
&+ P(X)\cdot P(b\mid X)\cdot P(B\mid X\cap b)+P(X)\cdot P(r\mid X)\cdot P(B\mid X\cap r)\\
&= \frac{3}{4}\cdot\frac{5}{9}\cdot\frac{5}{11}+\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{4}{11}+\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9}+\frac{1}{4}\cdot\frac{6}{10}\cdot\frac{4}{9}=0.411
\end{aligned}$$

b) $P(X\mid R)=\dfrac{P(X\cap R)}{P(R)}=\dfrac{P\big((X\cap b\cap R)\cup(X\cap r\cap R)\big)}{1-P(B)}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{P(X\cap b\cap R)+P(X\cap r\cap R)}{1-P(B)}\\
&= \frac{P(X)\cdot P(b\mid X)\cdot P(R\mid X\cap b)+P(X)\cdot P(r\mid X)\cdot P(R\mid X\cap r)}{1-P(B)}\\
&= \frac{1/4\cdot 4/10\cdot 6/9+1/4\cdot 6/10\cdot 5/9}{1-0.411}=0.2547
\end{aligned}$$

Ejercicios de EVAU

Andalucia

Ejercicio 5 (2.5 *puntos*)

Se hace un estudio sobre el café que se consume en la cafetería de una estación. Según el tipo de taza tenemos tres opciones: expreso, medio y americano; con porcentajes, respectivamente, de 29 %, 51 % y 20 %. Por otra parte, también sabemos que el café puede ser de la variedad que tiene cafeína o ser descafeinado. En concreto, las tazas de café con cafeína presentan, para cada uno de los tipos de taza establecidos antes, los porcentajes 18 %, 31 % y 11 %, respectivamente.

a) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona adquiera un café expreso descafeinado?

b) (1.75 puntos) Si sabemos que el café es descafeinado, ¿cuál es la probabilidad de que sea un expreso?

(Andalucía - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción B - Suplente 2)

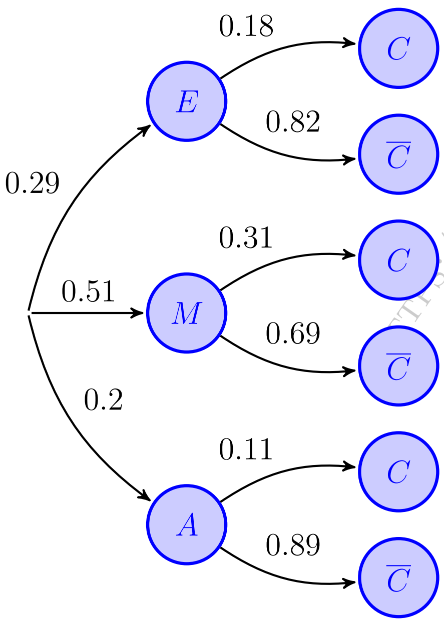
Solución.

Sean los sucesos:

$E \equiv$ "El café es expreso" $\qquad M \equiv$ "El café es medio"

$A \equiv$ "El café es americano" $\qquad C \equiv$ "El café tiene cafeína"

$\overline{C} \equiv$ "El café es descafeinado"



a) $P(E \cap \overline{C}) = P(E) \cdot P(\overline{C} \mid E) = 0.29 \cdot 0.82$
$= 0.2378$

b) $P(\overline{C}) = P\big((E \cap \overline{C}) \cup (M \cap \overline{C}) \cup (A \cap \overline{C})\big)$
$= P(E \cap \overline{C}) + P(M \cap \overline{C}) + P(A \cap \overline{C})$
$= P(E) \cdot P(\overline{C} \mid E) + P(M) \cdot P(\overline{C} \mid M)$
$+ P(A) \cdot P(\overline{C} \mid A) = 0.29 \cdot 0.82$
$+ 0.51 \cdot 0.69 + 0.2 \cdot 0.89 = 0.7677$

$$P(E \mid \overline{C}) = \frac{P(E \cap \overline{C})}{P(\overline{C})} = \frac{P(E) \cdot P(\overline{C} \mid E)}{P(\overline{C})}$$
$$= \frac{0.29 \cdot 0.82}{0.7677} = 0.3097$$

Ejercicio 6 (2.5 *puntos*)

Una empresa fabrica bolígrafos en tres provincias: Almería, Barcelona y Cáceres. El porcentaje de producción total de bolígrafos que se fabrica en cada provincia es, respectivamente, del 20 %, 50 % y 30 %. Además, el porcentaje de bolígrafos defectuosos en cada una de ellas es del 7 %, 6 % y 2 %, respectivamente.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que un bolígrafo, tomado al azar, sea defectuoso?

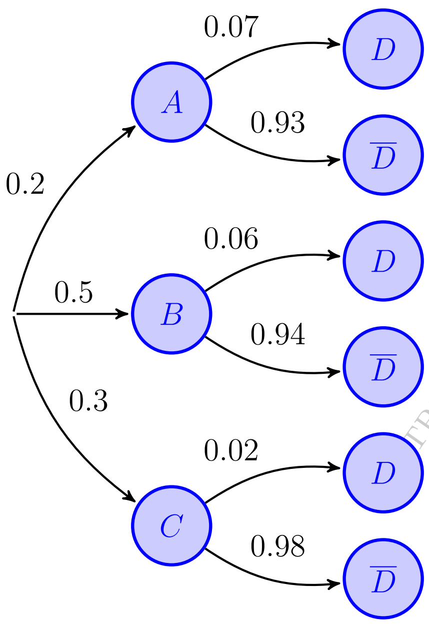
b) (1.5 puntos) Si se ha escogido un bolígrafo no defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de Almería?

(Andalucía - Matemáticas II - Julio 2025 - Opción B - Suplente 1)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El bolígrafo se fabrica en Almería" $B \equiv$ "El bolígrafo se fabrica en Barcelona"
$C \equiv$ "El bolígrafo se fabrica en Cáceres" $D \equiv$ "El bolígrafo es defectuoso"



a) $$P(D) = P\big((A\cap D)\cup(B\cap D)\cup(C\cap D)\big) = P(A\cap D)+P(B\cap D)+P(C\cap D) = P(A)\cdot P(D\mid A)+P(B)\cdot P(D\mid B) + P(C)\cdot P(D\mid C) = 0.2\cdot 0.07 + 0.5\cdot 0.06 + 0.3\cdot 0.02 = 0.05$$

b) $$P(A\mid \overline{D}) = \frac{P(A\cap\overline{D})}{P(\overline{D})} = \frac{P(A)\cdot P(\overline{D}\mid A)}{1-P(D)} = \frac{0.2\cdot 0.93}{1-0.05} = 0.1958$$

Aragón

Ejercicio 7 (2 *puntos*)

En el club deportivo Ares, se juegan tres modalidades de raqueta: pádel, tenis y frontón-tenis. Cada socio del club sólo puede apuntarse a una única modalidad. El 60 % se apuntó a pádel, el 25 % a tenis y el 15 % a frontón-tenis. En los campeonatos anuales entre clubes deportivos, participaron todos los socios del club Ares, de los cuales han conseguido medalla el 21 % de los jugadores de pádel, el 30 % de los jugadores de tenis y el 12 % de los jugadores de frontón-tenis.

a) (1 punto) Calcula la probabilidad de que un jugador de raqueta del club, seleccionado al azar, haya obtenido una medalla.

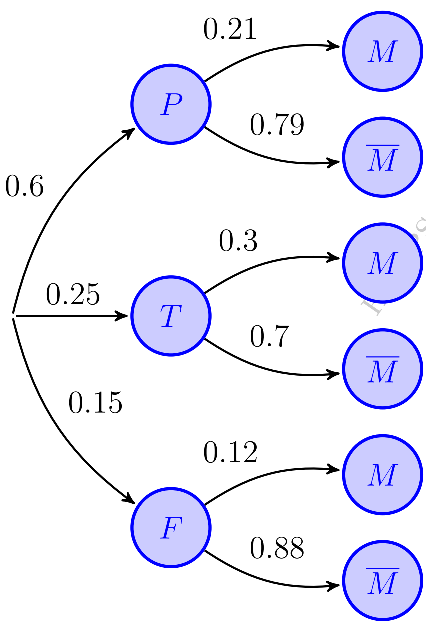
b) (1 punto) Calcula la probabilidad de que un jugador con medalla, seleccionado al azar, sea jugador de la modalidad tenis.

(Aragón - Matemáticas II - Julio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$P \equiv$ "El socio juega al pádel"
$T \equiv$ "El socio juega al tenis"
$F \equiv$ "El socio juega al frontón-tenis"
$M \equiv$ "El socio consigue medalla en los campeonatos"



a)
$$\begin{aligned} P(M) &= P\big((P\cap M)\cup(T\cap M)\cup(F\cap M)\big)\\ &= P(P\cap M)+P(T\cap M)+P(F\cap M)\\ &= P(P)\cdot P(M\mid P)+P(T)\cdot P(M\mid T)\\ &+P(F)\cdot P(M\mid F) = 0.6\cdot 0.21\\ &+0.25\cdot 0.3+0.15\cdot 0.12 = 0.219 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} P(T\mid M) &= \frac{P(T\cap M)}{P(M)} = \frac{P(T)\cdot P(M\mid T)}{P(M)}\\ &= \frac{0.25\cdot 0.3}{0.219} = 0.3425 \end{aligned}$$

Ejercicio 8 (2 *puntos*)

Vamos a suponer que durante el año 2023, las llegadas de turistas a nuestro país, se realizaron de la siguiente forma: un 55 % llegó en avión, un 30 % llegó en tren, un 10 % llegó en autobús y un 5 % en barco. Además, sabemos que, de todos estos viajeros, visitaron Aragón el 50 % de los que vinieron en avión, el 60 % de los que vinieron en tren, el total de los que viajaron en autobús, y un 20 % de los que vinieron en barco. Con estos datos, se pide:

a) (1 punto) Calcula la probabilidad de que un turista seleccionado al azar entre los que visitaron España en 2023 haya visitado Aragón.

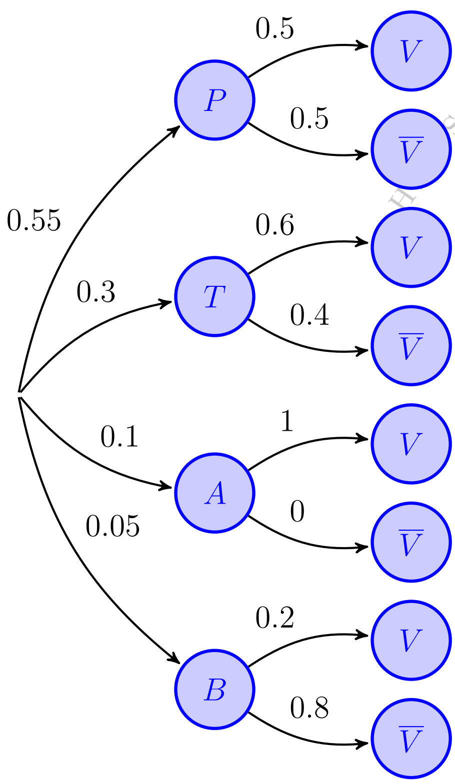
b) (1 punto) Calcula la probabilidad de que un turista visitante de Aragón haya hecho su viaje a España en autobús o en tren.

(Aragón - Matemáticas II - Junio 2024)

Solución.

Sean los sucesos:

$P \equiv$ "El turista viaja en avión"
$T \equiv$ "El turista viaja en tren"
$A \equiv$ "El turista viaja en autobús"
$B \equiv$ "El turista viaja en barco"
$V \equiv$ "El turista visita Aragón"

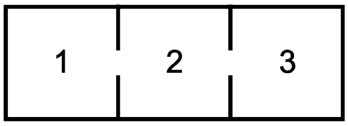


a) $$\begin{aligned} P(V) &= P\big((P\cap V)\cup(T\cap V)\cup(A\cap V)\cup(B\cap V)\big) \\ &= P(P\cap V)+P(T\cap V)+P(A\cap V)+P(B\cap V) \\ &= P(P)\cdot P(V \mid P) + P(T)\cdot P(V \mid T) \\ &+ P(A)\cdot P(V \mid A) + P(B)\cdot P(V \mid B) \\ &= 0.55\cdot 0.5 + 0.3\cdot 0.6 + 0.1\cdot 1 + 0.05\cdot 0.2 \\ &= 0.565 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} P\big((A\cup T) \mid V\big) &= \frac{P\big((A\cup T)\cap V\big)}{P(V)} \\ &= \frac{P\big((A\cap V)\cup(T\cap V)\big)}{P(V)} \\ &= \frac{P(A\cap V)+P(T\cap V)}{P(V)} \\ &= \frac{P(A)\cdot P(V\mid A)+P(T)\cdot P(V\mid T)}{P(V)} \\ &= \frac{0.3\cdot 0.6+0.1\cdot 1}{0.565} = 0.4956 \end{aligned}$$

Ejercicio 9 (2.5 *puntos*)

En un juego se cuenta con el siguiente tablero, de manera que una ficha puede desplazarse de la casilla 1 *a la* 2*; de la* 2 *puede desplazarse a las casillas* 1 *y* 3*; y de la casilla* 3 *a la casilla* 2*.*



Para decidir el movimiento a realizar en cada turno, se lanza una moneda equilibrada (misma probabilidad de cara y cruz). Si sale cara, se intenta desplazar la ficha a la izquierda, si sale cruz, a la derecha. En caso de no poder realizar el desplazamiento correspondiente, la ficha se queda en la casilla en la que está durante ese turno.

a) *(0.5 puntos) Construye un árbol (o una tabla) que muestre las probabilidades de pasar de una casilla a otra en un turno.*

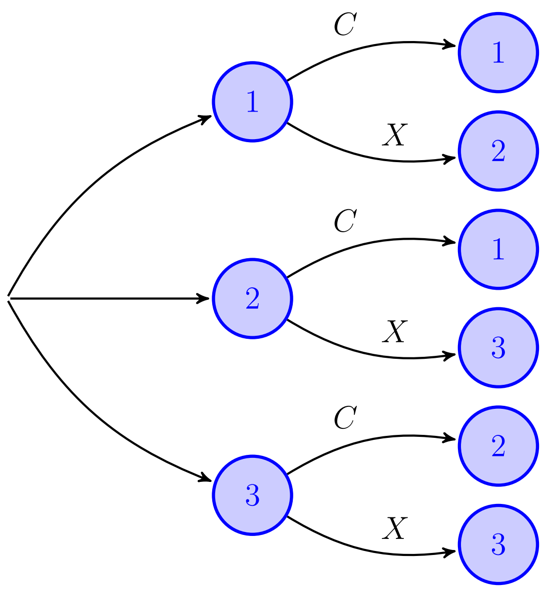
b) *(1 punto) Si la ficha se encuentra en la casilla* 1*, ¿cuál es la probabilidad de que tras tres turnos se encuentre de nuevo en la casilla* 1*?*

c) *(1 punto) Para comenzar el juego, se procede a un sorteo para ver dónde comienza la ficha. Si la probabilidad de empezar en la casilla* 1 *es* $^1\!/_2$ *y la probabilidad de empezar en la casilla* 2 *y en la* 3 *es de* $^1\!/_4$ *para cada una, ¿cuál es la probabilidad de que la ficha esté en cada una de las tres casillas dos turnos después de empezar?*

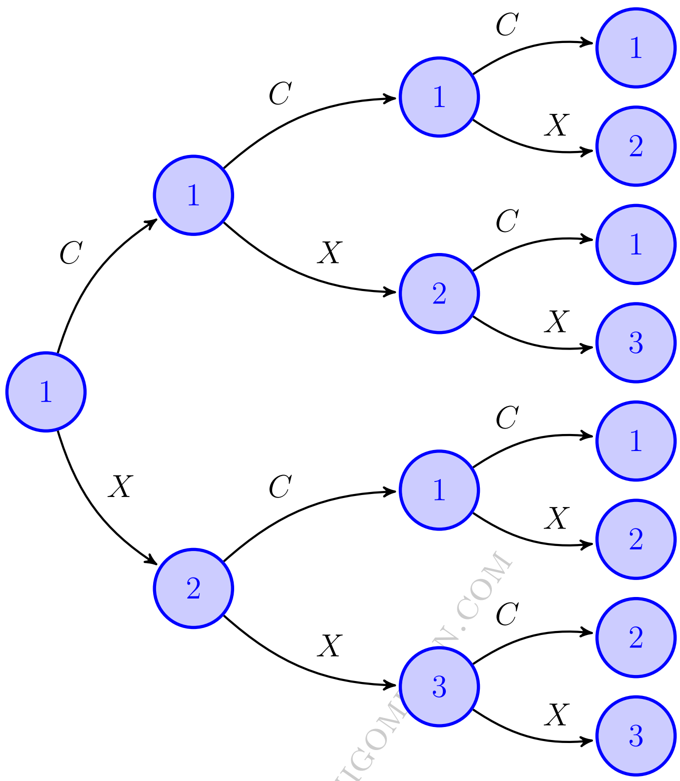
(Aragón - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción A)

Solución.

a) Llamamos a cada suceso por el número de la casilla en la que está. La probabilidad de cada deesplazamiento es $P(C) = P(X) = {}^1\!/_2$ pues la moneda que determina el desplazamiento está equilibrada. Si sale C mueve a la izquierda, si sale X se mueve a la derecha y si no se puede mover se queda donde está.



b) Dibujamos el diagrama de árbol teniendo en cuenta que, como ya hemos comentado $P(C) = P(X) = 1/2$

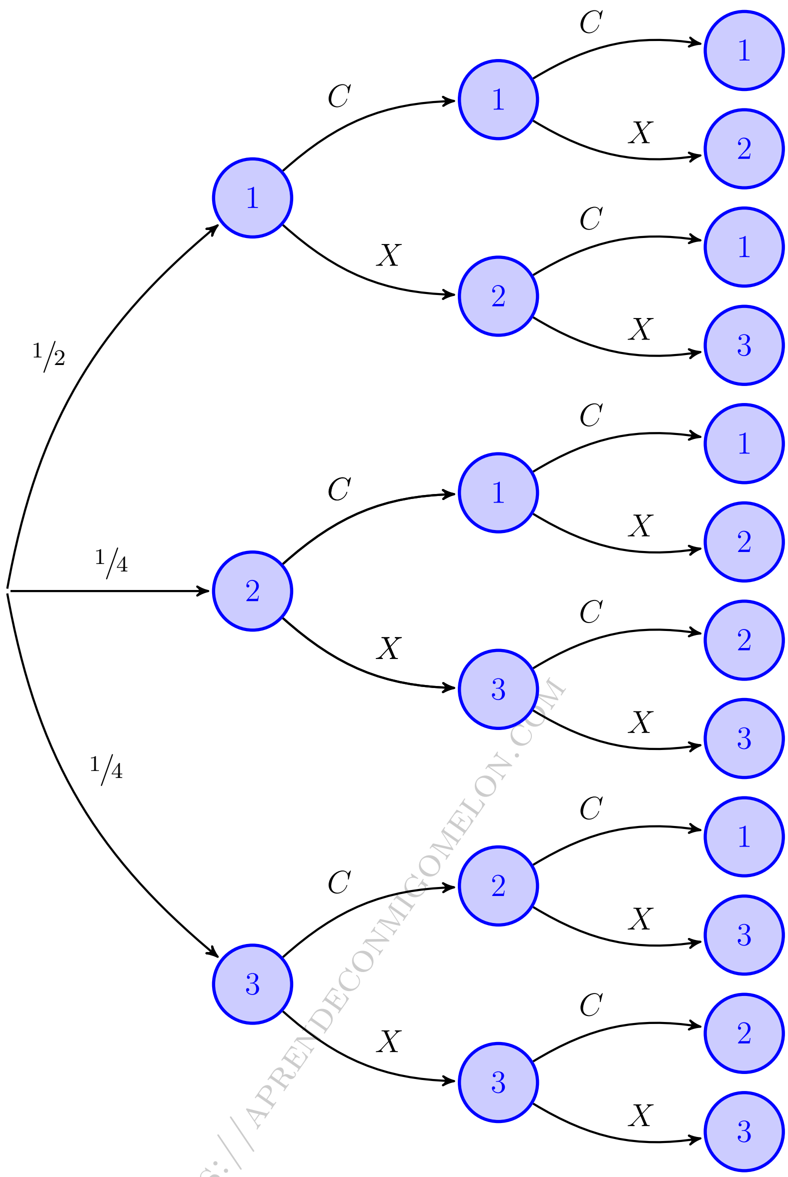


Debido precisamente a que todos los sucesos son equiprobables podemos calcular la probabilidad contando casos favorables y casos posibles:

$$P(\text{“Terminar en casilla 1”}) = \frac{3}{8} = 0.375$$

c) Dibujamos el diagrama de árbol teniendo en cuenta las probabilidades de comenzar en las diferentes casillas:

$$P(1) = \frac{1}{2} \qquad \& \qquad P(2) = \frac{1}{4} \qquad \& \qquad P(2) = \frac{1}{4}$$



$$
\begin{aligned}
P(\text{“Terminar en casilla 1”}) &= P\Big((111)\cup(121)\cup(211)\cup(311)\Big)\\
&= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{8}=0.375\\
P(\text{“Terminar en casilla 2”}) &= P\Big((112)\cup(212)\cup(232)\cup(332)\Big)\\
&= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{16}=0.3125\\
P(\text{“Terminar en casilla 3”}) &= P\Big((123)\cup(233)\cup(323)\cup(333)\Big)\\
&= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{16}=0.3125
\end{aligned}
$$

Ejercicio 10 (2 *puntos*)

Dentro de un estudio sobre la brecha que existe en el acceso de las mujeres a las carreras del ámbito de las STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas) se está analizando el caso de Teruel.
La Universidad de Zaragoza cuenta con 3 centros en Teruel: la Facultad de Ciencias Sociales, la Escuela Universitaria Politécnica y la Escuela Universitaria de Enfermería. En el curso 2024-2025 se matricularon en esos centros 1550, 250 y 150 estudiantes, respectivamente. Además, en la Facultad de Ciencias Sociales el 74 % de los estudiantes son mujeres, en la Politécnica lo son solo el 18 % y en Enfermería el 76 %.
Colabora con el estudio y contesta las siguientes preguntas:

a) *(1 punto) Si se elige un estudiante universitario en Teruel, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?*

b) *(1 punto) Sabiendo que la escogida es mujer ¿cuál es la probabilidad de que dicha estudiante esté matriculada en la Escuela Politécnica?*

c) *(0.5 puntos) Si el estudiante escogido es hombre, ¿cuál es la probabilidad de que esté matriculado en la Escuela Politécnica?*

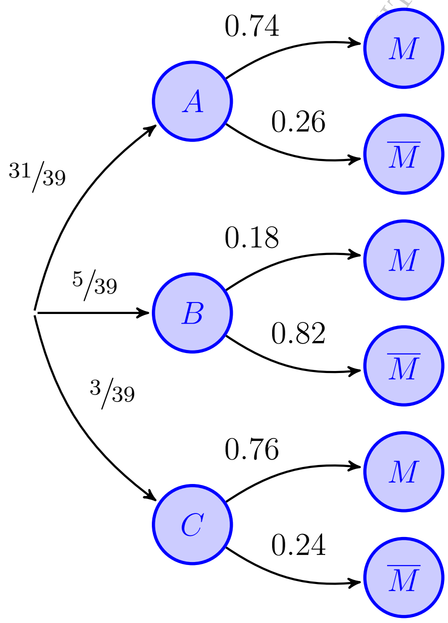
(Aragón - Matemáticas II - Julio 2025 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos: $A \equiv$ “El estudiante es de la Facultad de Ciencias Sociales”
$B \equiv$ “El estudiante es de la Escuela Universitaria Politécnica”
$C \equiv$ “El estudiante es de la Escuela Universitaria de Enfermería”
$M \equiv$ “El estudiante es mujer”

Del enunciado tenemos:

$$P(A) = \frac{1550}{1550+250+150} = \frac{31}{39} \quad \& \quad P(B) = \frac{250}{1950} = \frac{5}{39} \quad \& \quad P(C) = \frac{150}{1950} = \frac{3}{39}$$

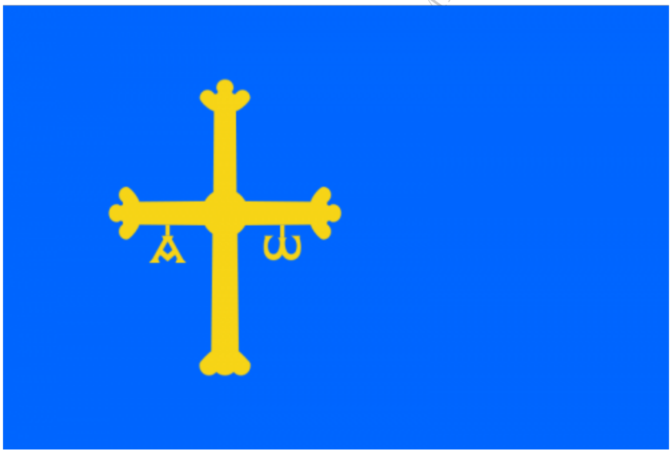


a) $$\begin{aligned} P(M) &= P\big((A\cap M)\cup(B\cap M)\cup(C\cap M)\big) \\ &= P(A\cap M)+P(B\cap M)+P(C\cap M) \\ &= P(A)\cdot P(M\mid A)+P(B)\cdot P(M\mid B) \\ &+ P(C)\cdot P(M\mid C) = \frac{31}{39}\cdot 0.74 \\ &+ \frac{5}{39}\cdot 0.18+\frac{3}{39}\cdot 0.76 = 0.6697 \end{aligned}$$

b) $$P(B\mid M) = \frac{P(B\cap M)}{P(M)} = \frac{P(B)\cdot P(M\mid B)}{P(M)} = \frac{\frac{5}{39}\cdot 0.18}{0.6697} = 0.0345$$

c) $$P(B\mid \overline{M}) = \frac{P(B\cap \overline{M})}{P(\overline{M})} = \frac{P(B)\cdot P(\overline{M}\mid B)}{1-P(M)} = \frac{\frac{5}{39}\cdot 0.82}{1-0.6697} = 0.3183$$

Asturias



Ejercicio 11 (2.5 *puntos*)

Una compañía tiene tres centrales en Europa en la que se fabrica el mismo producto. El 60 % de las unidades de dicho producto se fabrica en España, el 25 % en Francia y el resto en Portugal. Se observa que de las unidades fabricadas tienen algún defecto el 1 % de los fabricados en España, el 0.5 % de los fabricados en Francia y el 2 % de los fabricados en Portugal. El departamento de control de calidad central toma una de las unidades fabricadas al azar.

a) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la unidad seleccionada tenga algún defecto?

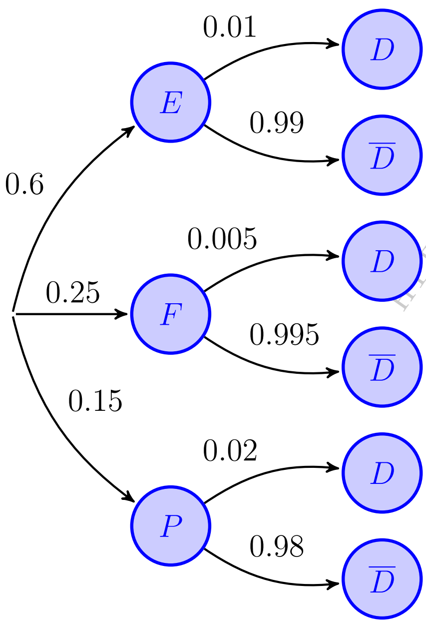
b) (1.25 puntos) Si la unidad seleccionada es defectuosa ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricada en Portugal?

(Asturias - Matemáticas II - Junio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$$E \equiv \text{“La unidad se produce en España”}$$
$$F \equiv \text{“La unidad se produce en Francia”}$$
$$P \equiv \text{“La unidad se produce en Portugal”}$$
$$D \equiv \text{“La unidad elegida tiene un defecto”}$$



a) $P(D) = P\big((E\cap D)\cup(F\cap D)\cup(P\cap D)\big)$
$$= P(E\cap D) + P(F\cap D) + P(P\cap D)$$
$$= P(E)\cdot P(D\mid E) + P(F)\cdot P(D\mid F)$$
$$+ P(P)\cdot P(D\mid P) = 0.6\cdot 0.01$$
$$+ 0.25\cdot 0.005 + 0.15\cdot 0.02 = 0.0102$$

b) $P(P\mid D) = \dfrac{P(P\cap D)}{P(D)} = \dfrac{P(P)\cdot P(D\mid P)}{P(D)}$
$$= \frac{0.15\cdot 0.02}{0.0102} = 0.2932$$

Ejercicio 12 (2.5 *puntos*)

Una imprenta compra la tinta a dos empresas distintas. En la empresa A compra el 60 % de sus pedidos, y el resto a la empresa B. Se observa que el 1.6 % de las cajas de tinta de la empresa A llegan con defecto, mientras que de la empresa B sólo el 0.9 % son defectuosas. Se toma una caja al azar:

a) (1.25 puntos) Calcula la probabilidad de que la caja sea defectuosa.

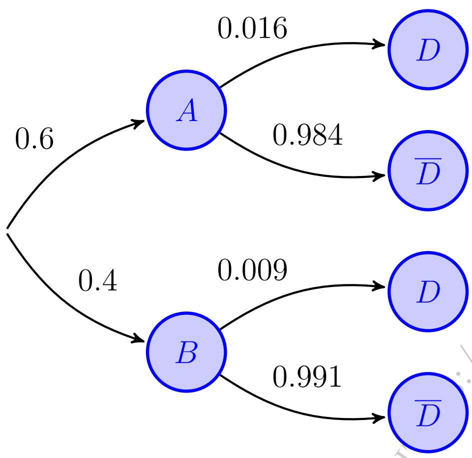
b) (1.25 puntos) Si la caja seleccionada no es defectuosa, calcule la probabilidad de que se haya comprado a la empresa A.

(Asturias - Matemáticas II - Julio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“La tinta se compra en la empresa } A\text{”}$$
$$B \equiv \text{“La tinta se compra en la empresa } B\text{”}$$
$$D \equiv \text{“La caja de tinta es defectuosa”}$$



a) $$\begin{aligned} P(D) &= P\big((A\cap D)\cup(B\cap D)\big) \\ &= P(A\cap D)+P(B\cap D) \\ &= P(A)\cdot P(D \mid A)+P(B)\cdot P(D\mid B) \\ &= 0.6\cdot 0.016+0.4\cdot 0.009 = 0.0132 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} P(A\mid \overline{D}) &= \frac{P(A\cap\overline{D})}{P(\overline{D})} = \frac{P(A)\cdot P(\overline{D}\mid A)}{1-P(D)} \\ &= \frac{0.6\cdot 0.984}{1-0.0132} = 0.5982 \end{aligned}$$

Ejercicio 13 (2.5 *puntos*)

En una empresa 55 % de los trabajadores han hecho el curso "ChatGPT". El 30 % de los trabajadores que han hecho este curso también han hecho el curso"IA", el 40 % de los que no han hecho el curso "ChatGPT" han realizado el curso "IA".

a) (1.25 puntos) Tomado un trabajador al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya realizado el curso "IA"?

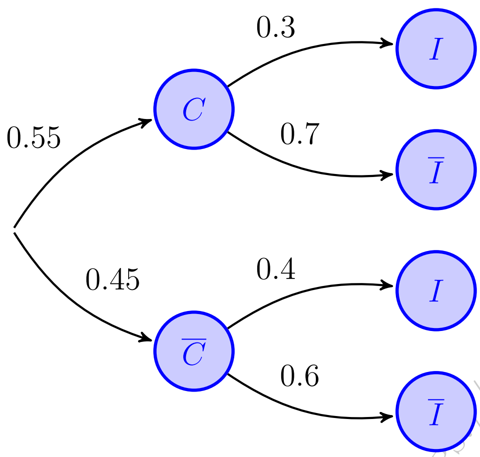
b) (1.25 puntos) Si un trabajador elegido al azar no ha hecho el curso "IA" ¿cuál es la probabilidad de que sí tenga el curso de "ChatGPT"?

(Asturias - Matemáticas II - Junio 2024)

Solución.

Sean los sucesos:

$$C \equiv \text{“El alumno ha hecho el curso ChatGPT”}$$
$$I \equiv \text{“El alumno ha hecho el curso IA”}$$



a) $$\begin{aligned} P(I) &= P\Big((C \cap I) \cup (\overline{C} \cap I)\Big) \\ &= P(C \cap I) + P(\overline{C} \cap I) \\ &= P(C) \cdot P(I \mid C) + P(\overline{C}) \cdot P(I \mid \overline{C}) \\ &= 0.55 \cdot 0.3 + 0.45 \cdot 0.4 = 0.345 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} P(C \mid \overline{I}) &= \frac{P(C \cap \overline{I})}{P(\overline{I})} = \frac{P(C) \cdot P(\overline{I} \mid C)}{1 - P(I)} \\ &= \frac{0.55 \cdot 0.7}{1 - 0.345} = 0.5878 \end{aligned}$$

Ejercicio 14 (2.5 *puntos*)

En un instituto el 55 % *de los estudiantes del curso* 2023−2024 *hacen el Bachillerato de la modalidad de Ciencias y Teconlogía. El* 30 % *de los estudiantes que cursan el Bachillerato de Ciencias y Tecnología cursan como optativa la asignatura "Proyecto de Investigación Integrado" y de los que no hacen este Bachillerato, el* 40 % *cursan esta asignatura como optativa.*

a) *(1.25 puntos) Tomado un estudiante al azar del total de matriculados en Bachillerato, ¿cuál es la probabilidad de que curse la asignatura "Proyecto de Investigación Integrado"?*

b) *(1.25 puntos) Si un estudiante elegido al azar no cursa la asignatura "Proyecto de Investigación Integrado", ¿cuál es la probabilidad de que curse el Bachillerato de Ciencias y Tecnología?*

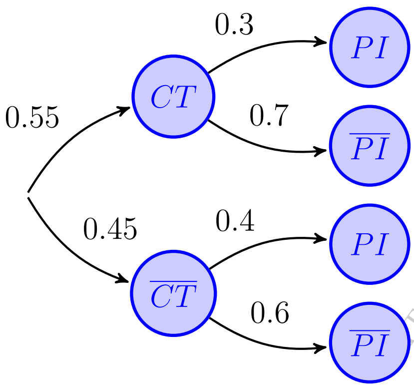
(Asturias - Matemáticas II - Julio 2024)

Solución.

Sean los sucesos:

$CT \equiv$ "El estudiante hace el Bachillerato de Ciencias y Tecnología"

$PI \equiv$ "El estudiante cursa la asignatura Proyecto de Investigación Integrado"



a) $P(PI) = P\Big((CT \cap PI) \cup (\overline{CT} \cap PI)\Big)$

$= P(CT \cap PI) + P(\overline{CT} \cap PI)$

$= P(CT) \cdot P(PI \mid CT) + P(\overline{CT}) \cdot P(PI \mid \overline{CT})$

$= 0.55 \cdot 0.3 + 0.45 \cdot 0.4 = 0.345$

b) $$P(CT \mid \overline{PI}) = \frac{P(CT \cap \overline{PI})}{P(\overline{PI})} = \frac{P(CT) \cdot P(\overline{PI} \mid CT)}{1 - P(PI)}$$

$$= \frac{0.55 \cdot 0.7}{1 - 0.345} = 0.5878$$

Ejercicio 15 (2.5 *puntos*)

Estás jugando a un juego online consistente en lanzar bolas a una diana. El juego te asigna un personaje al azar de 10 *posibles,* 4 *de ellos son azules y los* 6 *restantes rojos. La probabilidad de que un personaje azul dé en la diana es* 0.95*, mientras que si el personaje es rojo es de* 0.65*.*

a) (puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que aciertes?

b) (1.25 puntos) Haces un lanzamiento y aciertas en la diana, ¿qué es más probable que tengas un personaje azul o rojo?

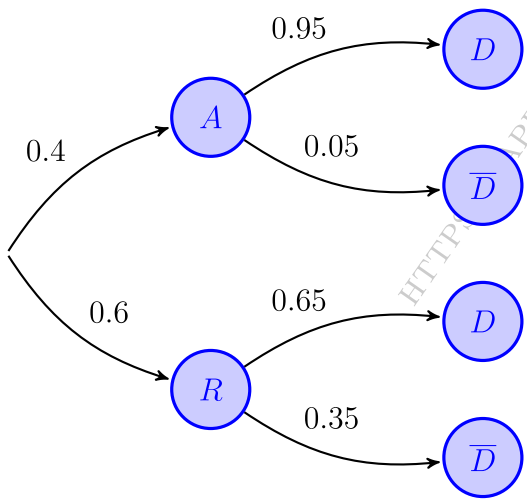
(Asturias - Matemáticas II - Modelo 2025 - Bloque A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“El personaje adjudicado es azul”}$$
$$R \equiv \text{“El personaje adjudicado es rojo”}$$
$$D \equiv \text{“El personaje del juego acierta en la diana”}$$

Del enunciado tenemos: $P(A) = \dfrac{4}{10} = 0.4 \quad \& \quad P(R) = \dfrac{6}{10} = 0.6$



a) $P(D) = P\big((A \cap D) \cup (R \cap D)\big)$
$= P(A \cap D) + P(R \cap D)$
$= P(A) \cdot P(D \mid A) + P(R) \cdot P(D \mid R)$
$= 0.4 \cdot 0.95 + 0.6 \cdot 0.65 = 0.77$

b) $P(A \mid D) = \dfrac{P(A \cap D)}{P(D)} = \dfrac{P(A) \cdot P(D \mid A)}{P(D)}$
$= \dfrac{0.4 \cdot 0.95}{0.77} = 0.4935$

$P(R \mid D) = 1 - P(A \mid D) = 1 - 0.4935$
$= 0.5065$

Es más probable que tenga un personaje rojo.

Ejercicio 16 (2.5 *puntos*)

En una fábrica de componentes electrónicos se sabe que el 6 % de las piezas que se fabrican son defectuosas. En el proceso de control de calidad se toma una pieza al azar y se introduce en un sistema de prueba/fallo. Se sabe que la probabilidad de que el sistema dé fallo si la pieza es defectuosa es del 95 % mientras que la probabilidad de que lo haga si la pieza no es defectuosa es del 4 %.

a) (1.25 puntos) Si se seleccionan 10 piezas al azar ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas sea defectuosa?

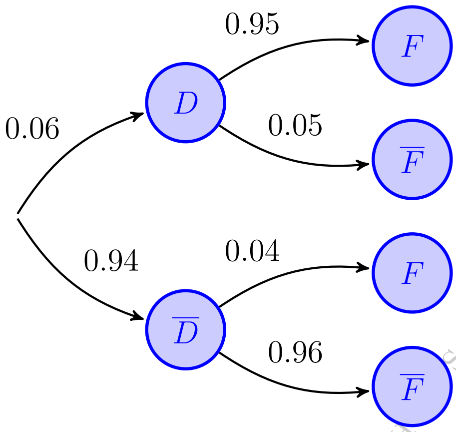
b) (1.25 puntos) Determina la probabilidad de que si se selecciona una pieza al azar, la prueba no indique fallo.

(Asturias - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$D \equiv \text{“La pieza es defectuosa”}$$
$$F \equiv \text{“La pieza da fallo en el prueba/fallo”}$$



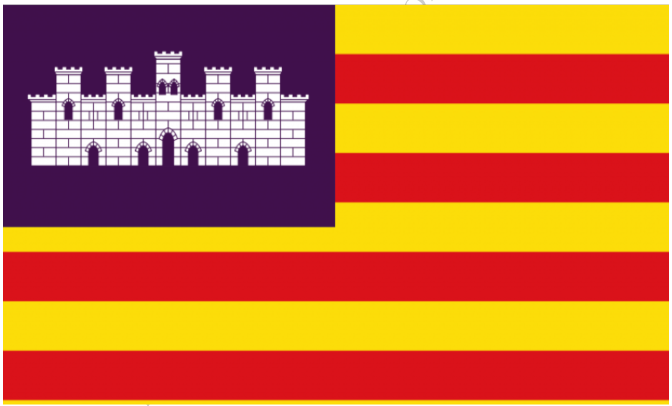
a) $X \equiv |\text{“Nº piezas defectuosas”} \rightarrow X : \mathcal{B}(10, 0.06)$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{10}{0} \cdot 0.06^0 \cdot 0.94^{10}$$
$$= 1 - 0.5386 = 0.4614$$

b) $P(\overline{F}) = P\big((D \cap \overline{F}) \cup (\overline{D} \cap \overline{F})\big)$

$$= P(D \cap \overline{F}) + P(\overline{D} \cap \overline{F})$$
$$= P(D) \cdot P(\overline{F} \mid D) + P(\overline{D}) \cdot P(\overline{F} \mid \overline{D})$$
$$= 0.06 \cdot 0.05 + 0.94 \cdot 0.96 = 0.9054$$

Islas Baleares



Ejercicio 17 (2.5 *puntos*)

Supongamos que la probabilidad de tener tuberculosis es de 0.0005*. Sabiendo que la probabilidad que la prueba dé positivo cuando la efermedad está presente es de* 99 %*, y la probabilidad que dé negativo cuando la enfermedad no está presente también es del* 99 %*, responde:*

a) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad que el test dé positivo si la persona no tiene la enfermedad?

b) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de tener tuberculosis si el resultado de la prueba es negativo?

(Islas Baleares - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción A)

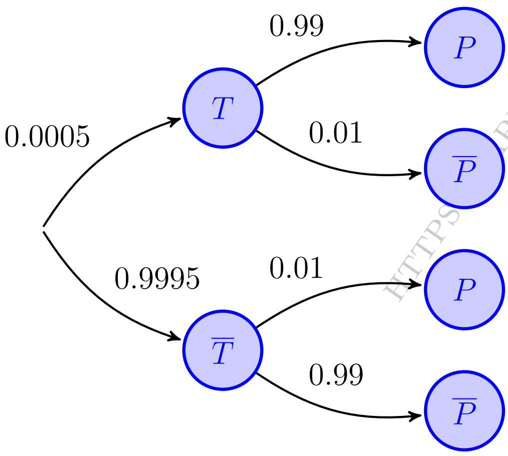
Solución.

Sean los sucesos:

$$T \equiv \text{“El paciente tiene tuberculosis”}$$
$$P \equiv \text{“El test da positivo en tuberculosis”}$$

Del enunciado tenemos que:

$$P(T) = 0.0005 \quad \& \quad P(P \mid T) = 0.99 \quad \& \quad P(\overline{P} \mid \overline{T}) = 0.99$$



a) $P(P \mid \overline{T}) = 1 - P(\overline{P} \mid \overline{T}) = 1 - 0.99 = 0.01$

b) $$\begin{aligned} P(P) &= P\big((T \cap P) \cup (\overline{T} \cap P)\big) \\ &= P(T \cap P) + P(\overline{T} \cap P) \\ &= P(T) \cdot P(P \mid T) + P(\overline{T}) \cdot P(P \mid \overline{T}) \\ &= 0.0005 \cdot 0.99 + 0.9995 \cdot 0.01 = 0.0105 \end{aligned}$$

$$P(T \mid \overline{P}) = \frac{P(T \cap \overline{P})}{P(\overline{P})} = \frac{P(T) \cdot P(\overline{P} \mid T)}{1 - P(P)}$$
$$= \frac{0.0005 \cdot 0.01}{1 - 0.0105} = 0$$

La probabilidad es prácticamente nula, luego el test es muy fiable.

Ejercicio 18 (2.5 *puntos*)

En una universidad española, el 55 % del alumnado son mujeres y el 45 % son hombres. En esta universidad, el 13 % de las mujeres estudian una carrera STEM, mientras que el 37 % de los hombres también estudian una. Si seleccionamos un estudiante al azar:

a) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante seleccionado estudie STEM?

b) (1 punto) Sabiendo que el estudiante seleccionado estudia STEM, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

c) (0.75 puntos) Sabiendo que el estudiante seleccionado NO estudia STEM, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

(Islas Baleares - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción B)

Solución.

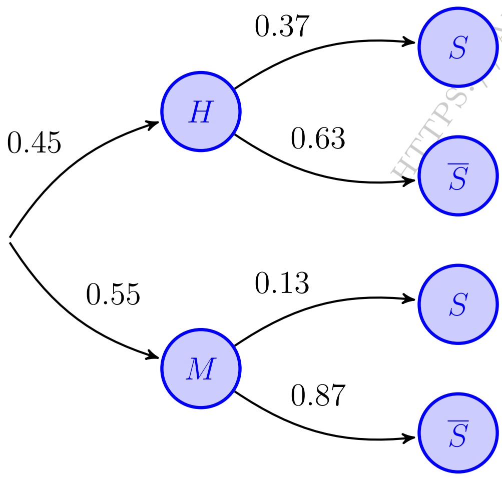
Sean los sucesos:

$H \equiv$ "El alumno es hombre" $\qquad M \equiv$ "El alumno es mujer"

$S \equiv$ "El alumno estudia una carrera SETEM"

Del enunciado tenemos:

$$P(H) = 0.45 \quad \& \quad P(M) = 0.55 \quad \& \quad P(S \mid H) = 0.37 \quad \& \quad P(S \mid M) = 0.13$$



a) $P(S) = P\big((H \cap S) \cup (M \cap S)\big)$

$$= P(H \cap S) + P(M \cap S)$$
$$= P(H) \cdot P(S \mid H) + P(M) \cdot P(S \mid M)$$
$$= 0.45 \cdot 0.37 + 0.55 \cdot 0.13 = 0.238$$

b) $$P(M \mid S) = \frac{P(M \cap S)}{P(S)} = \frac{P(M) \cdot P(S \mid M)}{P(S)}$$
$$= \frac{0.55 \cdot 0.13}{0.238} = 0.3004$$

c) $$P(M \mid \overline{S}) = \frac{P(M \cap \overline{S})}{P(\overline{S})} = \frac{P(M) \cdot P(\overline{S} \mid M)}{1 - P(S)}$$
$$= \frac{0.55 \cdot 0.87}{1 - 0.238} = 0.6279$$

Ejercicio 19 (2.5 *puntos*)

Una empresa de construcción de drones ha realizado un estudio sobre la vida media de sus productos. Se ha detectado que el 45 % de sus productos se averían antes de los 5 años. De entre estos averiados el 40 % han sufrido un mal uso por parte de los usuarios, mientras que de los productos no averiados, se sabe que el 55 % también sufrieron un mal uso por parte de los usuarios.

a) (0.75 puntos) Si se selecciona aleatoriamente uno de los productos del estudio, ¿cuál es la probabilidad de obtener un producto que no se hubiera averiado antes de los 5 años?

b) (0.75 puntos) Si se selecciona aleatoriamente uno de los productos no averiados antes de los 5 años, ¿cuál es la probabilidad de que haya tenido un buen uso?

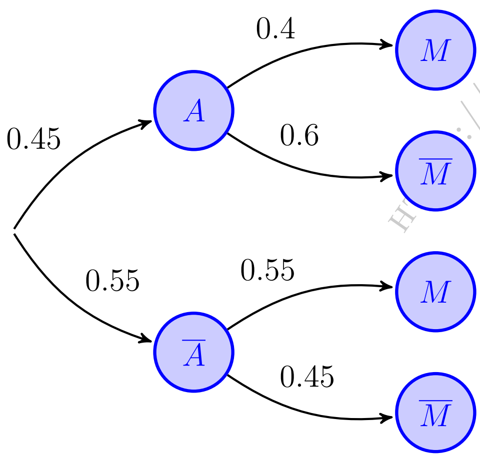
c) (1 punto) Si se selecciona aleatoriamente un producto del estudio y se sabe que sufrió un mal uso por parte del usuario, ¿cuál es la probabilidad de que no estuviera averiado antes de los 5 años?

(Islas Baleares - Matemáticas II - Julio 2025 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“El dron se averia antes de los 5 años”}$$
$$M \equiv \text{“El usuario ha hecho un mal uso del producto”}$$



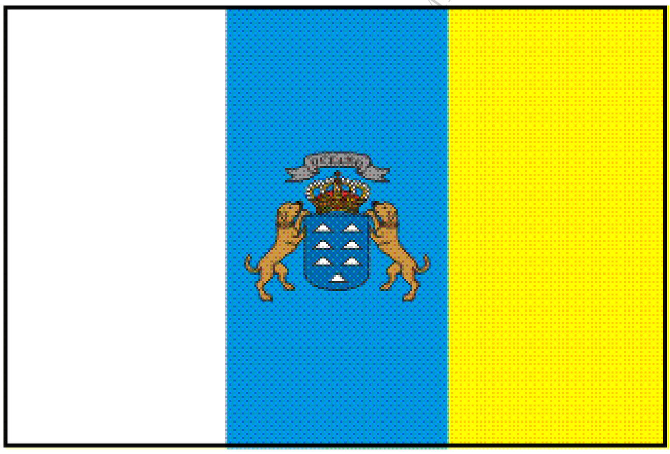
a) $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.45 = 0.55$

b) $P(\overline{M} \mid \overline{A}) = 1 - P(M \mid \overline{A}) = 1 - 0.55 = 0.45$

c) $$\begin{aligned} P(M) &= P\big((A \cap M) \cup (\overline{A} \cap M)\big) \\ &= P(A \cap M) + P(\overline{A} \cap M) \\ &= P(A) \cdot P(M \mid A) + P(\overline{A}) \cdot P(M \mid \overline{A}) \\ &= 0.45 \cdot 0.4 + 0.55 \cdot 0.55 = 0.4825 \end{aligned}$$

$$P(\overline{A} \mid M) = \frac{P(\overline{A} \cap M)}{P(M)} = \frac{P(\overline{A}) \cdot P(M \mid \overline{A})}{P(M)} = \frac{0.55 \cdot 0.55}{0.4825} = 0.6269$$

Islas Canarias



Ejercicio 20 (2.5 *puntos*)

En un avión de pasajeros se han instalado tres paracaídas A, B y C. Si falla A, se pone B en funcionamiento, y si también falla B, se activa el paracaídas C. Las probabilidades de que funcione correctamente cada paracaídas son, respectivamente, 0.96, 0.98 y 0.99.

a) *(0.5 puntos) Dibujar un diagrama de árbol que refleje todos los posibles casos.*

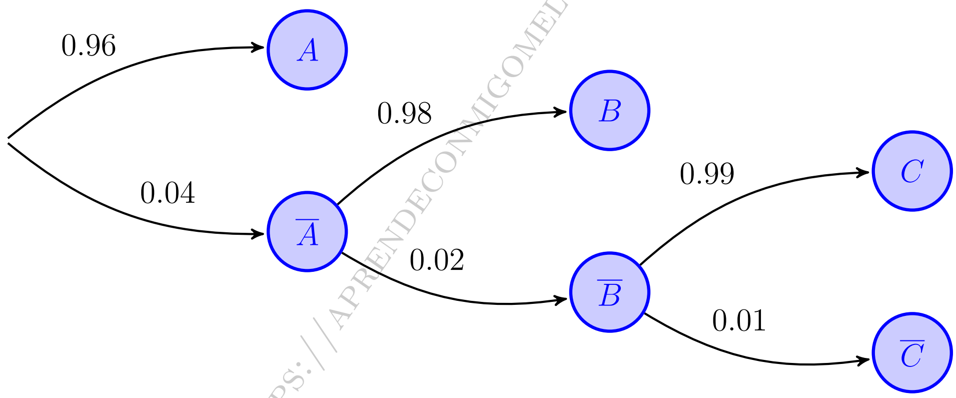
b) *(0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que se active el paracaídas B y funcione correctamente.*

c) *(1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que funcione algún paracaídas.*

(Islas Canarias - Matemáticas II - Junio 2024 A)

Solución.

a) Sean los sucesos: $A \equiv$ "El paracaídas A funciona tras activarse"
$B \equiv$ "El paracaídas B funciona tras activarse"
$C \equiv$ "El paracaídas C funciona tras activarse"



b) $P(\overline{A} \cap B) = P(\overline{A}) \cdot P(B \mid \overline{A}) = 0.04 \cdot 0.98 = 0.0392$

c) $$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) = P(A) + P(\overline{A} \cap B) + P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap C) \\ &= P(A) + P(\overline{A}) \cdot P(B \mid \overline{A}) + P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B} \mid \overline{A}) \cdot P\big(C \mid (\overline{A} \cap \overline{B})\big) \\ &= 0.96 + 0.04 \cdot 0.98 + 0.04 \cdot 0.02 \cdot 0.99 = 0.999992 \end{aligned}$$

Ejercicio 21 (2.5 *puntos*)

Cierta enfermedad puede ser producida por tres tipos de virus A, B, C. En un laboratorio se tienen tres tubos con el virus A, dos con el B y cinco con el C. La probabilidad de que el virus A produzca la enfermedad es $1/3$, que la produzca B es $2/3$ y que la produzca C es $1/7$.

a) (1.5 puntos) Se elige uno de los tubos anteriores al azar y se inocula el virus contenido en el tubo a un animal, ¿cuál es la probabilidad de que al animal le produzca la enfermedad?

b) (1 punto) Si se inocula un virus de los anteriores a un animal y no le produce la enfermedad, ¿cuál es la probabilidad de que se haya inyectado el virus C?

(Islas Canarias - Matemáticas II - Julio 2024 Probabilidad)

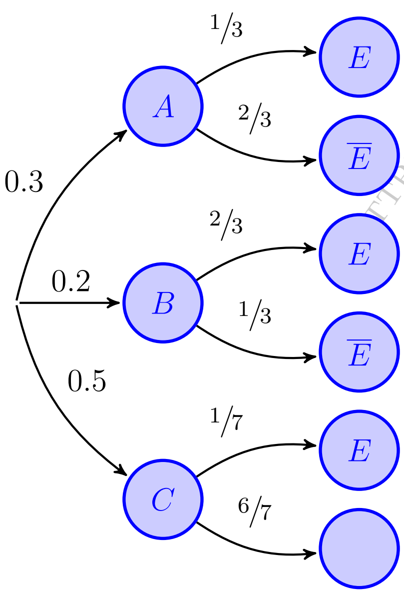
Solución.

$$P(A) = \frac{3}{10} = 0.3 \qquad \& \qquad P(B) = \frac{2}{10} = 0.2 \qquad \& \qquad P(C) = \frac{5}{10} = 0.5$$

Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El tubo contiene el virus A" $\quad$ $B \equiv$ "El tubo contiene el virus B"

$C \equiv$ "El tubo contiene el virus C" $\quad$ $E \equiv$ "El virus produce la enfermedad"



a) $$P(E) = P\big((A\cap E)\cup(B\cap E)\cup(C\cap E)\big)$$
$$= P(A\cap E) + P(B\cap E) + P(C\cap E)$$
$$= P(A)\cdot P(E \mid A) + P(B)\cdot P(E \mid B)$$
$$+ P(C)\cdot P(E \mid C) = 0.3\cdot\frac{1}{3}$$
$$+ 0.2\cdot\frac{2}{3} + 0.5\cdot\frac{1}{7} = \frac{32}{105} \simeq 0.3048$$

b) $$P(C \mid \overline{E}) = \frac{P(C\cap\overline{E})}{P(\overline{E})} = \frac{P(C)\cdot P(\overline{E}\mid C)}{1-P(E)}$$
$$= \frac{0.5\cdot\frac{6}{7}}{1-\frac{32}{105}} = \frac{45}{73} = 0.6164$$

Ejercicio 22 (2.5 *puntos*)

En una feria, un participante tiene la oportunidad de ganar premios eligiendo entre tres cajas sorpresa: una con premio y dos vacías. Hay una regla especial si se selecciona una caja vacía:
En caso de elegir una caja sin premio, se debe extraer una bola al azar de una urna compuesta por 2 holas verdes y 3 negras, de idéntica forma y tamaño. Si se elige la bola negra, finaliza la jugada sin premio. Si se elige la bola verde, tendrá la oportunidad de elegir una nueva caja, de las dos cajas no seleccionadas anteriormente, y acabaría la jugada.

a) (0.5 puntos) Dibujar un diagrama de árbol que refleje todos los posibles casos de este juego.

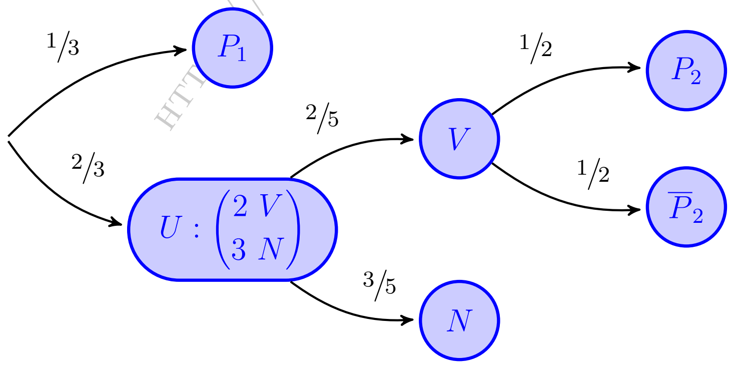
b) (1 punto) Calcular la probabilidad de obtener premio en este juego.

c) (1 punto) Si el participante ha obtenido premio, ¿cuál es la probabilidad de que haya elegido una bola verde en la urna?

(Islas Canarias - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción A - Bloque Probabilidad)

Solución.

a) $P_1 \equiv$ "Elige una caja con premio en primera ronda"
$U \equiv$ "Elige una caja vacía en primera ronda (sacará bola de la urna)"
$V \equiv$ "Saca bola verde de la urna (puede volver a elegir caja)"
$N \equiv$ "Elige bola negra (se acaba el juego)"
$P_2 \equiv$ "Elige una caja con premio en segunda ronda"
$\overline{P}_2 \equiv$ "Elige una caja vacía en segunda ronda (termina el juego)"
$P \equiv$ "Elige una caja con premio"



b) $P(P) = P(P_1 \cup P_2) = P(P_1) + P(P_2) = P(P_1) + P(U \cap V \cap P_2)$

$$= P(P_1) + P(U) \cdot P(V \mid U) \cdot P(P_2 \mid (U \cap V)) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{15} \simeq 0.4667$$

c) $P(V \mid P) = \dfrac{P(V \cap P)}{P(P)} = \dfrac{P(U) \cdot P(V \mid U) \cdot P(P_2 \mid (U \cap V))}{P(P)} = \dfrac{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{7}{15}}$

$$= \frac{2}{7} \simeq 0.2857$$

Ejercicio 23 (2.5 *puntos*)

Se está desarrrolando una prueba para detectar una enfermedad rara que afecta al 1 % de la población adulta. Se sabe que, la sensibilidad de la prueba (dar positivo cuando la persona está enferma) es del 95 %, y la especificidad de la prueba (dar negativo cuando la persona está sana) es del 98 %. Se selecciona al azar un individuo de la población:

a) (1.5 puntos) Si se somete a la prueba de diagnóstico, calcular la probabilidad de que esté realmente enfermo cuando la prueba da positivo.

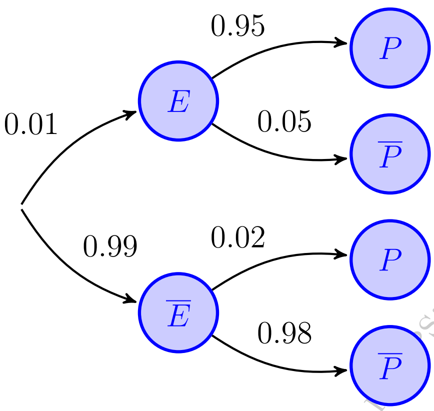
b) (1 punto) Si una población de 35000 individuos se somete a la prueba, ¿podríamos afirmar que se espera que habrá más de 50 personas que estarán enfermas, aún cuando han obtenido un resultado negativo en el test?

(Islas Canarias - Matemáticas II - Julio 2025 - Opción A - Probabilidad)

Solución.

Sean los sucesos:

$$E \equiv \text{“La persona está enferma”}$$
$$P \equiv \text{“El test da positivo para la enfermedad”}$$



a)
$$\begin{aligned} P(P) &= P\big((E\cap P)\cup(\overline{E}\cap P)\big) \\ &= P(E\cap P)+P(\overline{E}\cap P) \\ &= P(E)\cdot P(P\mid E)+P(\overline{E})\cdot P(P\mid \overline{E}) \\ &= 0.01\cdot 0.95+0.99\cdot 0.02 = 0.0293 \end{aligned}$$

$$P(E\mid P)=\frac{P(E\cap P)}{P(P)}=\frac{P(E)\cdot P(P\mid E)}{P(P)}$$
$$=\frac{0.01\cdot 0.95}{0.0293}=0.3242$$

b) $P(E\mid \overline{P})=\dfrac{P(E\cap \overline{P})}{P(\overline{P})}=\dfrac{P(E)\cdot P(\overline{P}\mid E)}{1-P(P)}=\dfrac{0.1\cdot 0.05}{1-0.0293}=0.000515$

$35000\cdot P(E\mid \overline{P})\simeq 18.028\simeq 18$, luego la afirmación de que habría más de 50 enfermas con test negativo no es correcta.

Cantabria

Ejercicio 24 (2.5 *puntos*)

Cierto test determina si una persona consume cierto tipo de droga. En el 99 % de los casos, el test clasifica como usuario de la droga a aquellos que la han consumido y también en el 99 % de los casos, el test clasifica como no usuarios de la droga a aquellos que no la han consumido. Además, el 0.5 % de las personas a las que se les va a pasar el test consumen la droga.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que las personas a las que se les va a pasar el test no consuman la droga?

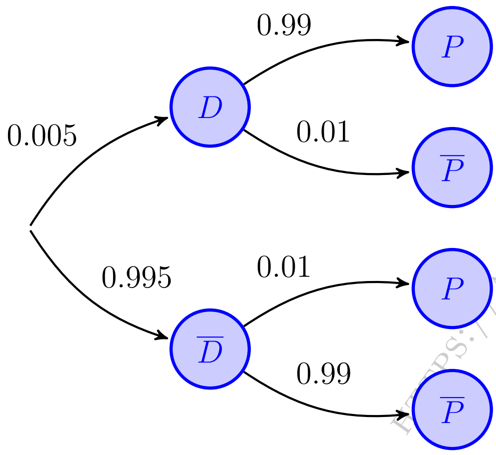
b) (1.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona consuma la droga si ha dado positivo en el test?

(Cantabria - Matemáticas II - Julio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$$D \equiv \text{“La persona consume droga”}$$
$$P \equiv \text{“El test da positivo en consumo de drogas”}$$



a) $P(\overline{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0.005 = 0.995$

b) $$\begin{aligned} P(P) &= P\big((D \cap P) \cup (\overline{D} \cap P)\big) \\ &= P(D \cap P) + P(\overline{D} \cap P) \\ &= P(D) \cdot P(P \mid D) + P(\overline{D}) \cdot P(P \mid \overline{D}) \\ &= 0.005 \cdot 0.99 + 0.995 \cdot 0.01 = 0.0149 \end{aligned}$$

$$P(D \mid P) = \frac{P(D \cap P)}{P(P)} = \frac{P(D) \cdot P(P \mid D)}{P(P)} = \frac{0.005 \cdot 0.99}{0.0149} = 0.3322$$

Ejercicio 25 (2.5 *puntos*)

Ciertos síntomas pueden deberse a tres enfermedades diferentes, que no se padecen de forma simultánea. Con una probabilidad 0.7 *se deben a la enfermedad 1 (E1), con una probabilidad* 0.2 *a la enfermedad 2 (E2) y con una probabilidad* 0.1 *a la enfermedad 3 (E3). Existen tres tratamientos diferentes: el A es el adecuado para E2, el B para E3 y el C para E1. así todo, cada uno de los tratamientos tiene cierto poder de curación de cada una de las enfermedades. La probabilidad de ser curado con cierto tratamiento cuando se tiene cierta enfermedad viene dada para cada tratamiento y enfermedad por la siguiente tabla:*

	$E1$	$E2$	$E3$
Trat. A	0.6	1	0.4
Trat. B	0.65	0.5	0.9
Trat. C	0.75	0.2	0.5

Noté que, de acuerdo con la misma, la probabilidad de curarse con el tratamiento A cuando se tiene E3 es de 0.4*. ¿Qué tratamiento debemos administrar a un paciente con dichos síntomas, teniendo en cuenta que no sabemos a priori, cuál de las tres enfermedades padece?*

(Cantabria - Matemáticas II - Junio 2024)

Solución.

Las probabilidades de padecer la enfermedad i son:

$$P(E1) = 0.7 \quad \& \quad P(E2) = 0.2 \quad \& \quad P(E3) = 0.1$$

Mientras que la tabla expresa las probabilidades $P(Trat\_j \mid E_i)$ de ser curado con el Tratamiento j, si padece la enfermedad i.

$$\begin{aligned}
P(A) &= P\Big((E1 \cap A) \cup (E2 \cap A) \cup (E3 \cap A)\Big) = P(E1 \cap A) + P(E2 \cap A) + P(E3 \cap A) \\
&= P(E1) \cdot P(A \mid E1) + P(E2) \cdot P(A \mid E2) + P(E3) \cdot P(A \mid E3) \\
&= 0.7 \cdot 0.6 + 0.2 \cdot 1 + 0.1 \cdot 0.4 = 0.66 \\
P(B) &= P\Big((E1 \cap B) \cup (E2 \cap B) \cup (E3 \cap B)\Big) = P(E1 \cap B) + P(E2 \cap B) + P(E3 \cap B) \\
&= P(E1) \cdot P(B \mid E1) + P(E2) \cdot P(B \mid E2) + P(E3) \cdot P(B \mid E3) \\
&= 0.7 \cdot 0.65 + 0.2 \cdot 0.5 + 0.1 \cdot 0.9 = 0.645 \\
P(C) &= P\Big((E1 \cap C) \cup (E2 \cap C) \cup (E3 \cap C)\Big) = P(E1 \cap C) + P(E2 \cap C) + P(E3 \cap C) \\
&= P(E1) \cdot P(C \mid E1) + P(E2) \cdot P(C \mid E2) + P(E3) \cdot P(C \mid E3) \\
&= 0.7 \cdot 0.75 + 0.2 \cdot 0.2 + 0.1 \cdot 0.5 = 0.615
\end{aligned}$$

Por lo tanto el paciente tiene más probabilidades de sanar sus síntomas si se le administra el Tratamiento A.

Ejercicio 26 (2.5 *puntos*)

Se ha desarrollado un test para detectar un tipo particular de artritis en personas de alrededor de 50 años. Calcule la probabilidad de que una persona esté enferma si al hacerle el test este sale positivo. Conocemos por un estudio previo que:

- *La probabilidad de que las personas sobre 50 años tengan este tipo de artritis es de 0.10.*
- *La probabilidad de que el test salga positivo a personas sobre 50 años con la arritis estudiada es de 0.85.*
- *La probabilidad de que el test salga positivo a personas sobre 50 años sin la artritis estudiada es de 0.04.*

(Cantabria - Matemáticas II - Julio 2024)

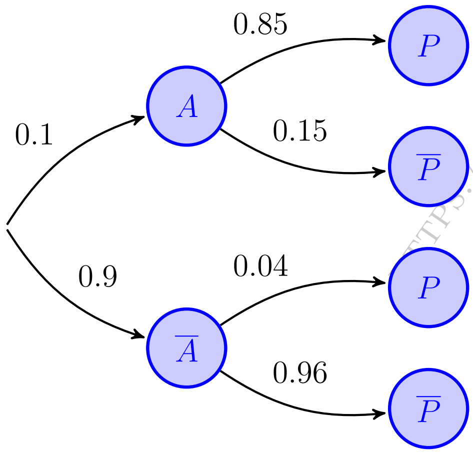
Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“La persona tiene artritis”}$$
$$P \equiv \text{“El test da positivo en artritis”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(A) = 0.1 \qquad \& \qquad P(P \mid A) = 0.85 \qquad \& \qquad P(P \mid \overline{A}) = 0.04$$



- $P(P) = P\Big((A \cap P) \cup (\overline{A} \cap P)\Big)$
  $= P(A \cap P) + P(\overline{A} \cap P)$
  $= P(A) \cdot P(P \mid A) + P(\overline{A}) \cdot P(P \mid \overline{A})$
  $= 0.1 \cdot 0.85 + 0.9 \cdot 0.04 = 0.121$

- $P(A \mid P) = \dfrac{P(A \cap P)}{P(P)} = \dfrac{P(A) \cdot P(P \mid A)}{P(P)}$
  $= \dfrac{0.1 \cdot 0.85}{0.121} = 0.7024$

Ejercicio 27 (2.5 *puntos*)

Determinada enfermedad es curable si se trata antes de que aparezcan sus síntomas. Para poder tratar a los pacientes a tiempo, se pasa un test a la mayor parte de la población. El 1.5 % de la población sufre esta enfermedad. La probabilidad de que, no sufriendo la enfermedad, el test de positivo es 0.021 y la de que si estás enfermo de negativo también es 0.021.

a) (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de no sufrir la enfermedad?

b) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que el test de positivo si la persona está enferma?

c) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona esté enferma si el test ha dado positivo?

(Cantabria - Matemáticas II - Modelo 2025 - Opción A)

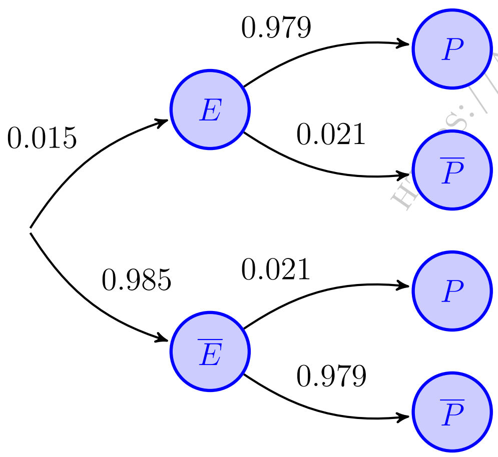
Solución.

Sean los sucesos:

$$E \equiv \text{“El paciente sufre la enfermedad”}$$
$$P \equiv \text{“El test da positivo en la enfermedad”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(E) = 0.015 \qquad \& \qquad P(P \mid \overline{E}) = 0.021 \qquad \& \qquad P(\overline{P} \mid E) = 0.021$$



a) $P(\overline{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0.015 = 0.985$

b) $P(P \mid E) = 1 - P(\overline{P} \mid E) = 1 - 0.021 = 0.979$

c) $$\begin{aligned} P(P) &= P\Big((E \cap P) \cup (\overline{E} \cap P)\Big) \\ &= P(E \cap P) + P(\overline{E} \cap P) \\ &= P(E) \cdot P(P \mid E) + P(\overline{E}) \cdot P(P \mid \overline{E}) \\ &= 0.015 \cdot 0.979 + 0.985 \cdot 0.021 = 0.0354 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(E \mid P) &= \frac{P(E \cap P)}{P(P)} = \frac{P(E) \cdot P(P \mid E)}{P(P)} \\ &= \frac{0.015 \cdot 0.979}{0.0354} = 0.4147 \end{aligned}$$

Ejercicio 28 (2.5 *puntos*)

Solo dos sedes de una empresa fabrican el mismo modelo de aspiradora. La sede A suministra el $60\,\%$ de la producción total. Un $0.15\,\%$ de las aspiradoras fabricadas en la sede A y un $0.1\,\%$ de las aspiradoras fabricadas en la sede B falla durante el primer año.

a) (0.75 puntos) Calcula la probabilidad de que una aspiradora fabricada en la sede B no falle durante el primer año.

b) (0.75 puntos) Calcula la probabilidad de que una aspiradora elegida al azar falle durante el primer año.

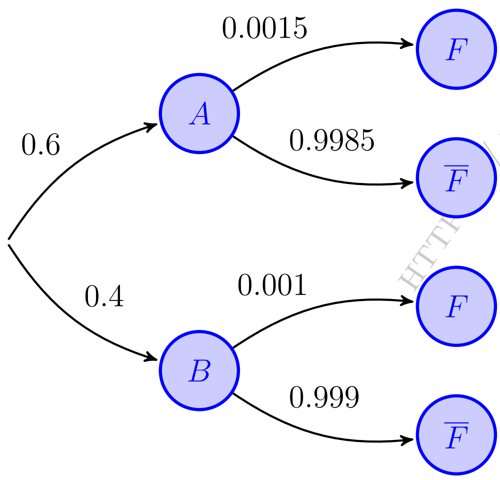
c) (1 punto) Si una aspiradora elegida al azar no falla durante el primer año, calcula la probabilidad de que haya sido fabricada en la sede A.

(Cantabria - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“La aspiradora ha sido fabricada en la sede } A\text{”}$$
$$B \equiv \text{“La aspiradora ha sido fabricada en la sede } B\text{”}$$
$$F \equiv \text{“La aspiradora falla durante el primer año”}$$



a) $P(\overline{F} \mid B) = 1 - 0.001 = 0.999$

b) $$\begin{aligned} P(F) &= P\big((A \cap F) \cup (B \cap F)\big) \\ &= P(A \cap F) + P(B \cap F) \\ &= P(A) \cdot P(F \mid A) + P(B) \cdot P(F \mid B) \\ &= 0.6 \cdot 0.0015 + 0.4 \cdot 0.001 = 1.28 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} P(A \mid \overline{F}) &= \frac{P(A \cap \overline{F})}{P(\overline{F})} = \frac{P(A) \cdot P(\overline{F} \mid A)}{1 - P(F)} \\ &= \frac{0.6 \cdot 0.9985}{1 - 0.00128} = 0.5998 \end{aligned}$$

Ejercicio 29 (2.5 *puntos*)

Se tienen dos urnas con bolas rojas y bolas verdes En la urna A hay un total de 3 bolas rojas y 2 bolas verdes. En la urna B hay un total de 4 bolas verdes y 2 bolas rojas.

a) (0.5 puntos) Si se sacan al azar dos bolas de la urna A, a la vez, ¿cuál es la probabilidad de que sean dos bolas rojas?

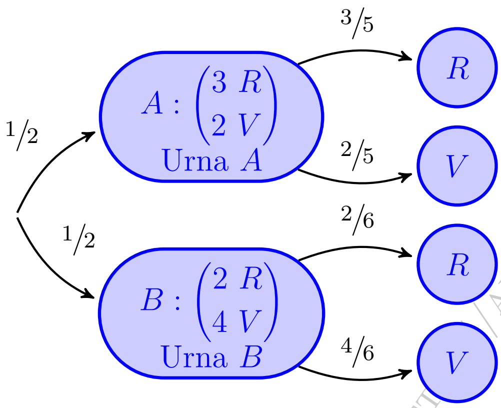
b) (0.5 puntos) Si se saca una sola bola de una urna elegida al azar, ¿cuál es la probabilidad de sacar una bola roja?

c) (1.5 puntos) Si se saca una bola verde de una urna escogida al azar, ¿cuál es la probabilidad de haber elegido la urna A?

(Cantabria - Matemáticas II - Julio 2025 - Opción A)

Solución.

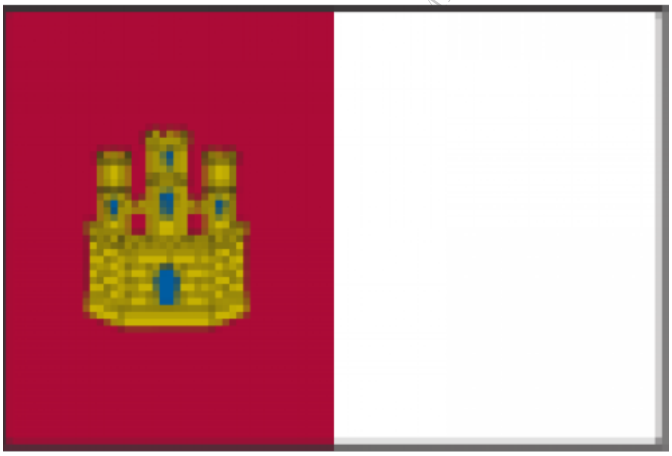
a) $P(R_1 \cap R_2) = P(R_1) \cdot P(R_2 \mid R_1) = \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{2}{4} = \dfrac{6}{20} = 0.3$



b)
$$\begin{aligned} P(R) &= P\big((A \cap R) \cup (B \cap R)\big) \\ &= P(A \cap R) + P(B \cap R) \\ &= P(A) \cdot P(R \mid A) + P(B) \cdot P(R \mid B) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} = \frac{7}{15} = 0.4667 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} P(A \mid V) &= \frac{P(A \cap V)}{P(V)} = \frac{P(A) \cdot P(V \mid A)}{1 - P(R)} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}}{1 - \frac{7}{15}} = \frac{3}{8} = 0.375 \end{aligned}$$

Castilla-La Mancha



Ejercicio 30

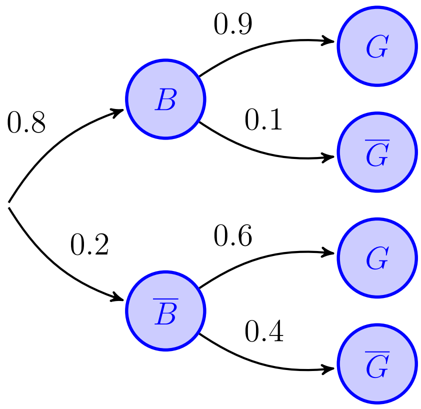
> *b)* *El EVAU club de fútbol tiene una probabilidad del 90 % de ganar un partido cuando juega Benceno (su delantero estrella) y del 60 % cuando no lo hace. Se sabe que la probabilidad de que Benceno juegue un partido es del 80 %.*
>
> *b.1)* *¿Cuál es la probabilidad de que el EVAU C.F. gane un partido cualquiera?*
>
> *b.2)* *Si el EVAU C.F. acaba de ganar un partido, ¿cuál es la probabilidad de de que Benceno haya jugado?*
>
> *(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - Junio 2022)*

Solución.

b) Sean los sucesos:

$B \equiv$ "Benceno juega el partido"

$G \equiv$ "El EVAU F.C. gana el partido"



b.1)
$$\begin{aligned} P(G) &= P\big((B\cap G)\cup(\overline{B}\cap G)\big) \\ &= P(B\cap G)+P(\overline{B}\cap G) \\ &= P(B)\cdot P(G\mid B)+P(\overline{B})\cdot P(G\mid \overline{B}) \\ &= 0.8\cdot 0.9+0.2\cdot 0.6 = 0.84 \end{aligned}$$

b.2)
$$\begin{aligned} P(B\mid G) &= \frac{P(B\cap G)}{P(G)} = \frac{P(B)\cdot P(G\mid B)}{P(G)} \\ &= \frac{0.8\cdot 0.9}{0.84} = 0.8571 \end{aligned}$$

Ejercicio 31

a) *En un determinado I.E.S. la probabilidad de que un alumno apruebe si va a clase es del 80 % mientras que si no va a clase es del 50 %. El 90 % de los alumnos va a clase.*

a.1) *¿Cuál es la probabilidad de que un alumno apruebe?*

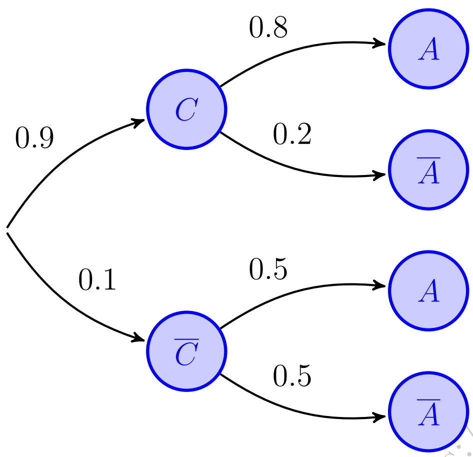
a.2) *Si un alumno ha suspendido, ¿cuál es la probabilidad de que no haya ido a clase?*

(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - Julio 2022)

Solución.

a) Sean los sucesos:

$$C \equiv \text{“El alumno va a clase”} \qquad A \equiv \text{“El alumno aprueba”}$$



a.1)
$$\begin{aligned} P(A) &= P\big((C\cap A)\cup(\overline{C}\cap A)\big) \\ &= P(C\cap A)+P(\overline{C}\cap A) \\ &= P(C)\cdot P(A\mid C)+P(\overline{C})\cdot P(A\mid \overline{C}) \\ &= 0.9\cdot 0.8+0.1\cdot 0.5 = 0.77 \end{aligned}$$

a.2)
$$\begin{aligned} P(\overline{C}\mid \overline{A}) &= \frac{P(\overline{C}\cap\overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{P(\overline{C})\cdot P(\overline{A}\mid\overline{C})}{1-P(A)} \\ &= \frac{0.1\cdot 0.5}{1-0.77} = 0.2174 \end{aligned}$$

Ejercicio 32 (2.5 *puntos*)

a) *Una empresa de mantenimiento da servicio a empresas de dos polígonos industriales (el polígono Campoy el polígono Llano). El 30 % de las reparaciones se realizan en el polígono Campo mientras que el 70 % se realiza en el polígono Llano. Además, en el polígono Campo el 10 % de las reparaciones son de tipo mecánico y el 90 % de tipo eléctrico. En el polígono Llano el 30 % de las reparaciones son de tipo mecánico y el resto de tipo eléctrico.*

a.1) *(0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que en un momento dado se realice una reparación de tipo mecánico?*

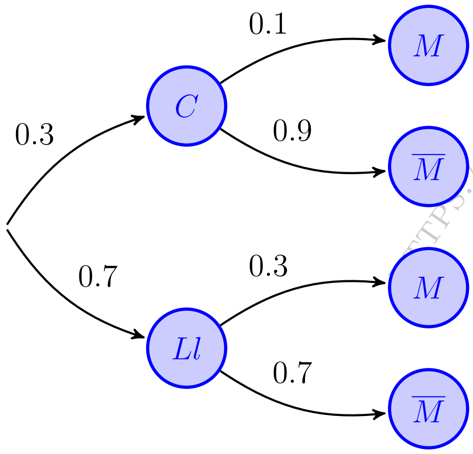
a.2) *(0.75 puntos) Si se ha realizado una reparación de tipo eléctrico, ¿qué probabilidad hay de que se haya realizado en el polígono Llano?*

(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - Junio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$$C \equiv \text{“La reparación se hace en el polígono Campoy”}$$
$$Ll \equiv \text{“La reparación se hace en el polígono Llano”}$$
$$M \equiv \text{“La reparación es de tipo mecánico”}$$
$$\overline{M} \equiv \text{“La reparación es de tipo eléctrico”}$$



a.1) $$\begin{aligned} P(M) &= P\big((C\cap M)\cup(Ll\cap M)\big) \\ &= P(C\cap M)+P(Ll\cap M) \\ &= P(C)\cdot P(M\mid C)+P(Ll)\cdot P(M\mid Ll) \\ &= 0.3\cdot 0.1+0.7\cdot 0.3 = 0.24 \end{aligned}$$

a.2) $$\begin{aligned} P(Ll\mid \overline{M}) &= \frac{P(Ll\cap\overline{M})}{P(\overline{M})} = \frac{P(Ll)\cdot P(\overline{M}\mid Ll)}{1-P(M)} \\ &= \frac{0.7\cdot 0.7}{1-0.24} = 0.6447 \end{aligned}$$

Ejercicio 33 (2.5 *puntos*)

a) *Tenemos dos urnas con bolas. La urna A tiene 6 bolas rojas y 8 negras y la urna B tiene 8 bolas rojas y 10 bolas negras. Disponemos de un dado de 12 caras numeradas del 1 al 12. Lanzamos el dado y si sale un número múltiplo de 4 se extrae una bola de la urna A. Si sale otro número se extrae una bola de la urna B. Calcula razonadamente:*

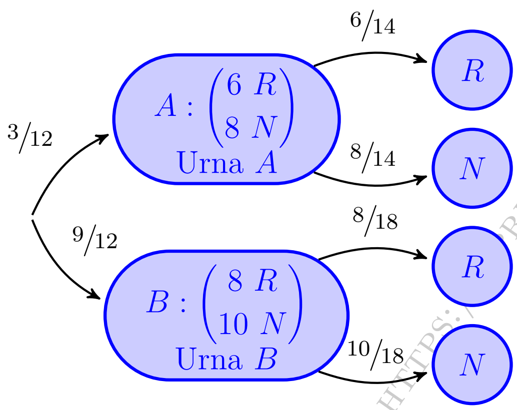
a.1) *(0.5 puntos) La probabilidad de obtener una bola roja.*

a.2) *(0.75 puntos) Sabiendo que la bola extraída es roja, la probabilidad de que haya sido extraída de la urna A.*

(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - Julio 2023)

Solución.

a) $A \equiv$ "Sale múltiplo de 4 en el dado" $= \{4, 8, 12\}$
$B \equiv$ "Sale otro número en el dado" $= \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11\}$
$R \equiv$ "La bola extraída es roja"
$N \equiv$ "La bola extraída es negra"



a.1) $$\begin{aligned} P(R) &= P\big((A \cap R) \cup (B \cap R)\big) \\ &= P(A \cap R) + P(B \cap R) \\ &= P(A) \cdot P(R \mid A) + P(B) \cdot P(R \mid B) \\ &= \frac{3}{12} \cdot \frac{6}{14} + \frac{9}{12} \cdot \frac{8}{18} = \frac{37}{84} = 0.4405 \end{aligned}$$

a.2) $$\begin{aligned} P(A \mid R) &= \frac{P(A \cap R)}{P(R)} = \frac{P(A) \cdot P(R \mid A)}{P(R)} \\ &= \frac{\frac{3}{12} \cdot \frac{6}{14}}{37/84} = \frac{9}{37} = 0.2432 \end{aligned}$$

Ejercicio 34 (2.5 *puntos*)

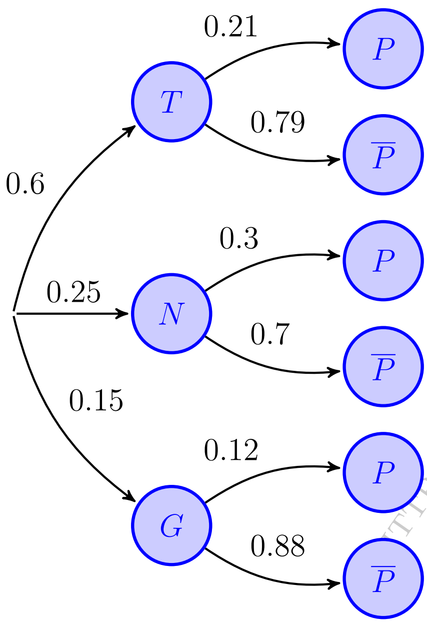
a) *En un club se juegan tres deportes. Cada socio solo puede apuntarse a un único deporte. El* 60 % *juega al tenis, el* 25 % *practican natación y el resto, golf. En los campeonatos locales, han obtenido algún premio el* 21 % *de los socios que juegan al tenis,* 30 % *de los que practican natación y* 12 % *de los que practican el golf.*

a.1) *(0.5 puntos) Calcula la probabilidad de que uno de los socios, seleccionado al azar, haya obtenido algún premio.*

a.2) *(0.75 puntos) Sabiendo que un socio ha obtenido algún premio en los campeonatos locales, calcula la probabilidad de que practique natación.*

(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - Junio 2024)

Solución.



a) Sean los sucesos:

$T \equiv$ "El socio practica tenis"
$N \equiv$ "El socio practica natación"
$G \equiv$ "El socio practica golf"
$P \equiv$ "El socio obtiene un premio"

a.1) $$P(P) = P\big((T\cap P)\cup(N\cap P)\cup(G\cap P)\big) = P(T\cap P)+P(N\cap P)+P(G\cap P) = P(T)\cdot P(P\mid T)+P(N)\cdot P(P\mid N) + P(G)\cdot P(P\mid G) = 0.6\cdot 0.21 + 0.25\cdot 0.3 + 0.15\cdot 0.12 = 0.219$$

a.2) $$P(N\mid P) = \frac{P(N\cap P)}{P(P)} = \frac{P(N)\cdot P(P\mid N)}{P(P)} = \frac{0.25\cdot 0.3}{0.219} = 0.3425$$

Ejercicio 35 (2.5 *puntos*)

a) *Se tienen tres cajas A, B y C. En la caja A hay dos cartas de espadas y tres de copas. En la caja B, tres cartas de espadas y dos de copas y en la caja C, cuatro de espadas y una de copas. Se tira un dado de seis caras y, si el resultado es impar, se saca una carta de la caja A; si el resultado es 4 o 6, se saca una carta de la caja B y, si el resultado es 2, se saca una carta de la caja C.*

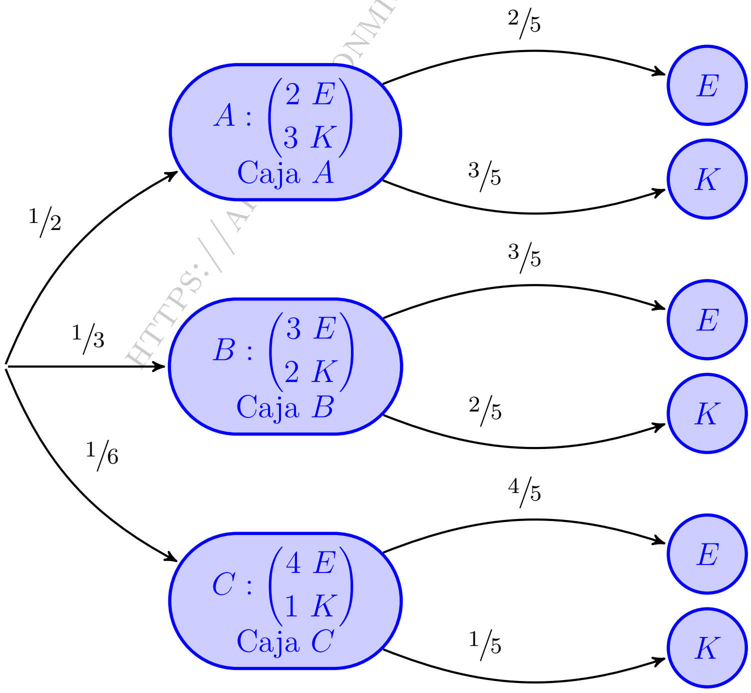
- a.1) *(0.5 puntos) Calcula la probabilidad de que se obtenga una carta de copas.*
- a.2) *(0.75 puntos) Sabiendo que la carta extraída es de copas, ¿cuál es la probabilidad que se haya extraído de la caja B?*

(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - Julio 2024)

Solución.

a) Sean los sucesos: $A \equiv$ "Se saca una carta de la caja A (número impar en el dado)"
$B \equiv$ "Se saca una carta de la caja B (4 o 6 en el dado)"
$C \equiv$ "Se saca una carta de la caja C (2 en el dado)"
$E \equiv$ "La carta es de espadas"
$K \equiv$ "La carta es de copas"

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \qquad \& \qquad P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \qquad \& \qquad P(C) = \frac{1}{6}$$



a.1) $P(K) = P\big((A\cap K)\cup(B\cap K)\cup(C\cap K)\big) = P(A\cap K)+P(B\cap K)+P(C\cap K)$

$$= P(A)\cdot P(K \mid A) + P(B)\cdot P(K \mid B) + P(C)\cdot P(K \mid C)$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5} = \frac{7}{15} \approx 0.4667$$

a.2) $P(B \mid K) = \dfrac{P(B\cap K)}{P(K)} = \dfrac{P(B)\cdot P(K \mid B)}{P(K)} = \dfrac{\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}}{\frac{7}{15}} = \dfrac{2}{7} \approx 0.2857$

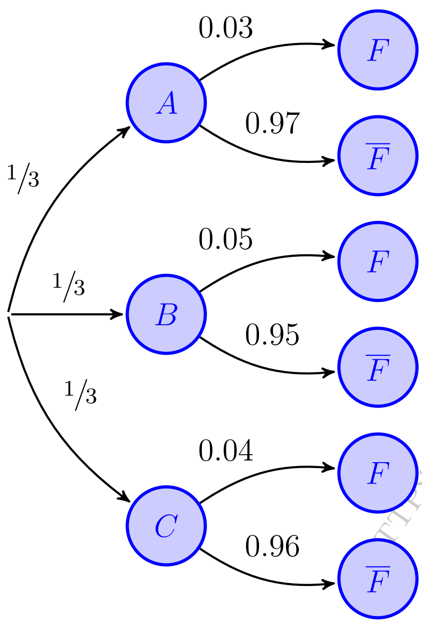
Ejercicio 36 (2.5 *puntos*)

> *En la entrada del instituto hay tres fotocopiadoras A, B y C cuyos porcentajes de fallos son $3\,\%$, $5\,\%$ y $4\,\%$, respectivamente. Un estudiante entra en el instituto y, como las tres fotocopiadoras están libres, elige una al azar.*
>
> *a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que fotocopie sin fallos?*
>
> *b) (1.5 puntos) Si al fotocopiar observa que una página es defectuosa, ¿qué probabilidad hay de que se haya utilizado la fotocopiadora B?*
>
> *(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - Julio 2025 - Opción A)*

Solución.

Sean los sucesos:

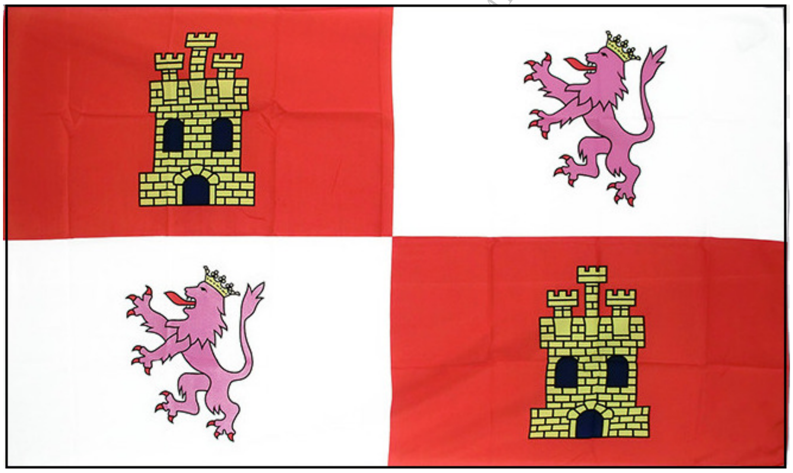
$A \equiv$ "El estudiante usa la fotocopiadora A" $\quad B \equiv$ "El estudiante usa la fotocopiadora B"
$C \equiv$ "El estudiante usa la fotocopiadora C" $\quad F \equiv$ "La fotocopiadora falla"



a) $P(\overline{F}) = P\big((A\cap\overline{F})\cup(B\cap\overline{F})\cup(C\cap\overline{F})\big)$
$= P(A\cap\overline{F}) + P(B\cap\overline{F}) + P(C\cap\overline{F})$
$= P(A)\cdot P(\overline{F}\mid A) + P(B)\cdot P(\overline{F}\mid B)$
$+ P(C)\cdot P(\overline{F}\mid C) = \dfrac{1}{3}\cdot 0.97 + \dfrac{1}{3}\cdot 0.95$
$+ \dfrac{1}{3}\cdot 0.96 = \dfrac{24}{25} = 0.96$

b) $P(B\mid F) = \dfrac{P(B\cap F)}{P(F)} = \dfrac{P(B)\cdot P(F\mid B)}{1-P(\overline{F})}$
$= \dfrac{\frac{1}{3}\cdot 0.05}{1-0.96} = \dfrac{5}{12} \simeq 0.4167$

Castilla y León



Ejercicio 37

Una corporación informática utiliza 3 bufetes de abogados para resolver sus casos legales en los tribunales. El bufete A recibe el 30 % de los casos legales y gana en los tribunales el 60 % de los casos presentados, el bufete B recibe el 50 % de los casos legales y gana el 80 % de los casos presentados mientras que el bufete C recibe el 20 % de los casos legales y gana el 70 % de los casos presentados.

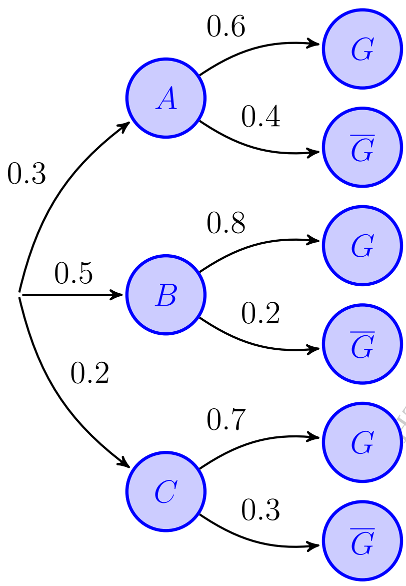
a) Se consideran los sucesos A = "caso adjudicado al bufete A", B = "caso adjudicado al bufete B", C = "caso adjudicado al bufete C", G="caso ganado". Deduzca del enunciado los valores de $p(A)$, $p(B)$, $p(C)$, $p(G \mid A)$, $p(G \mid B)$, $p(G \mid C)$.

b) Se elige al azar uno de los casos presentados en los tribunales. Determine la probabilidad de que la empresa gane el caso.

c) Si se ha ganado el caso elegido, calcúlese la probabilidad de que haya sido encargado al bufete A.

(Castilla y León - Matemáticas II - Modelo 2022 - Bloque Probabilidad)

Solución.



a) $p(A) = 0.3 \qquad p(B) = 0.5 \qquad p(C) = 0.2$

$p(G \mid A) = 0.6 \qquad p(G \mid B) = 0.8 \qquad p(G \mid C) = 0.7$

b)
$$\begin{aligned} P(G) &= P\big((A \cap G) \cup (B \cap G) \cup (C \cap G)\big) \\ &= P(A \cap G) + P(B \cap G) + P(C \cap G) \\ &= P(A) \cdot P(G \mid A) + P(B) \cdot P(G \mid B) \\ &+ P(C) \cdot P(G \mid C) = 0.3 \cdot 0.6 + 0.5 \cdot 0.8 \\ &+ 0.2 \cdot 0.7 = 0.72 \end{aligned}$$

c)
$$P(A \mid G) = \frac{P(A \cap G)}{P(G)} = \frac{P(A) \cdot P(G \mid A)}{P(G)} = \frac{0.3 \cdot 0.6}{0.72} = 0.25$$

Ejercicio 38

Una corporación fabrica herramientas de 3 tipos de calidades. Un 10 % de calidad Alta; un 70 % de calidad Estándar y un 20 % de calidad Baja. Se sabe que son defectuosas el 1 %, el 10 % y el 30 % del total de las herramientas respectivamente.

a) *Se elige una herramienta al azar. Definiendo correctamente los sucesos que intervienen, calcúlese la probabilidad de que sea defectuosa.*

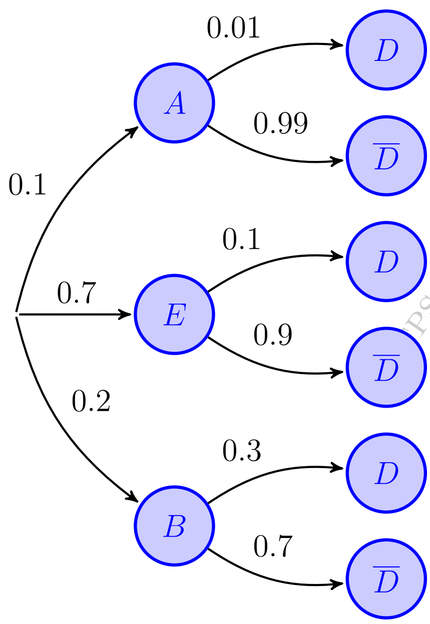
b) *Se elige una herramienta que resulta ser defectuosa. Definiendo correctamente los sucesos que intervienen, calcúlese la probabilidad de que la elegida sea de calidad estándar.*

(Castilla y León - Matemáticas II - Junio 2022 - Bloque Probabilidad)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ "La herramienta es de calidad Alta"
$E \equiv$ "La herramienta es de calidad Estándar"
$B \equiv$ "La herramienta es de calidad Baja"
$D \equiv$ "La herramienta es defectuosa"



a) $$P(D) = P\big((A\cap D)\cup(E\cap D)\cup(B\cap D)\big) = P(A\cap D)+P(E\cap D)+P(B\cap D) = P(A)\cdot P(D\mid A)+P(E)\cdot P(D\mid E) + P(B)\cdot P(D\mid B) = 0.1\cdot 0.01 + 0.7\cdot 0.1 + 0.2\cdot 0.3 = 0.131$$

b) $$P(E\mid D) = \frac{P(E\cap D)}{P(D)} = \frac{P(E)\cdot P(D\mid E)}{P(D)} = \frac{0.7\cdot 0.1}{0.131} = 0.5343$$

Ejercicio 39

Entre los participantes de un torneo internacional de ajedrez:

- *El 28 % de ellos son rusos, de los cuales las tres cuartas partes son grandes maestros.*
- *El 24 % son estadounidenses y entre ellos la mitad son grandes maestros.*
- *El 48 % son del resto del mundo, de los cuales un tercio son grandes maestros.*

Considerando los sucesos: $R \equiv$ *"ser ruso",* $E \equiv$ *"ser estadounidense",*
$M \equiv$ *"no ser ruso ni estadounidense" y* $GM \equiv$ *"ser gran maestro"*

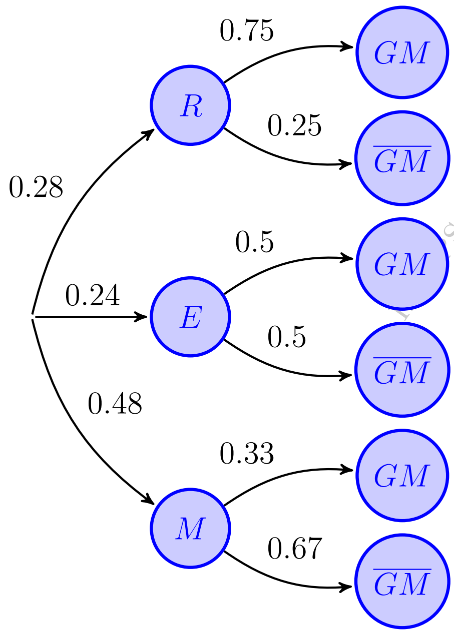
a) Indique los valores de $P(GM \mid R)$, $P(GM \mid E)$ *y* $P(GM \mid M)$.

b) Calcule la probabilidad de que al elegir al azar a uno de los participantes en el torneo, sea un gran maestro.

c) Si se elige al azar a uno de los grandes maestros del torneo, ¿cuál es la probabilidad de que sea ruso?

(Castilla y León - Matemáticas II - Julio 2022 - Bloque Probabilidad)

Solución.



a) $P(GM \mid R) = \dfrac{3}{4} = 0.75 \qquad P(GM \mid E) = \dfrac{1}{2} = 0.5$

$P(GM \mid M) = \dfrac{1}{3} = 0.33$

b) $$P(GM) = P\big((R\cap GM)\cup(E\cap GM)\cup(M\cap GM)\big)$$
$$= P(R\cap GM)+P(E\cap GM)+P(M\cap GM)$$
$$= P(R)\cdot P(GM \mid R)+P(E)\cdot P(GM \mid E)$$
$$+ P(M)\cdot P(GM \mid M) = 0.28\cdot 0.75$$
$$+ 0.24\cdot 0.5 + 0.48\cdot 0.33 = 0.4884$$

c) $$P(GM \mid R) = \frac{P(GM\cap R)}{P(R)} = \frac{P(GM)\cdot P(R \mid GM)}{P(R)}$$
$$= \frac{0.28\cdot 0.75}{0.4884} = 0.43$$

Ejercicio 40 (2 *puntos*)

Un 50 % de los participantes en un torneo abierto de ajedrez celebrado en Salamanca son españoles, un 30 % son europeos no españoles y los demás proceden del resto del mundo. De ellos, dos tercios de los españoles, la mitad de los europeos no españoles y un tercio de los no europeos no pasan de los 40 años.

a) *(0.6 puntos) Indicar las 6 probabilidades que aparecen en el enunciado.*

b) *(0.7 puntos) Si se selecciona un participante al azar. Calcular la probabilidad de que no tenga más de 40 años.*

c) *(0.7 puntos) Si se elige al azar un participante del torneo y no tiene más de 40 años, ¿cuál es la probabilidad de que sea español?*

(Castilla y León - Matemáticas II - Junio 2023 - Bloque Probabilidad)

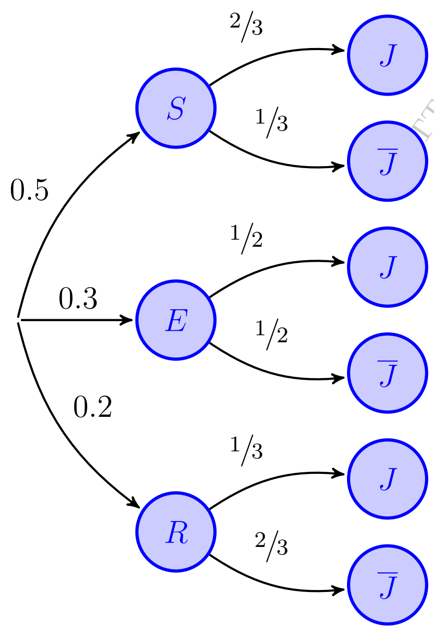
Solución.

Sean los sucesos:

$$S \equiv \text{“El participante es español”}$$
$$E \equiv \text{“El participante es europeo no español”}$$
$$R \equiv \text{“El participante es del resto del mundo”}$$
$$J \equiv \text{“El participante no pasa de los cuarenta años”}$$

a) $P(S) = 0.5 \quad \& \quad P(E) = 0.3 \quad \& \quad P(R) = 0.2$

$P(J \mid S) = \dfrac{2}{3} \quad \& \quad P(J \mid E) = \dfrac{1}{2} \quad \& \quad P(J \mid R) = \dfrac{1}{3}$



b)
$$\begin{aligned} P(J) &= P\big((S\cap J)\cup(E\cap J)\cup(R\cap J)\big) \\ &= P(S\cap J)+P(E\cap J)+P(R\cap J) \\ &= P(S)\cdot P(J\mid S)+P(E)\cdot P(J\mid E) \\ &+ P(R)\cdot P(J\mid R) = 0.5\cdot\frac{2}{3}+0.3\cdot\frac{1}{2} \\ &+0.2\cdot\frac{1}{3} = 0.55 \end{aligned}$$

c)
$$P(S\mid J) = \frac{P(S\cap J)}{P(J)} = \frac{P(S)\cdot P(J\mid S)}{P(J)} = \frac{0.5\cdot\frac{2}{3}}{0.55} = 0.6061$$

Ejercicio 41 (2 *puntos*)

De las camionetas que recogen los envases reciclados de una localidad el 45 % son de la marca $C1$, el 30 % de la marca $C2$ y el 25 % de la marca $C3$. La probabilidad de que una camioneta se averíe es: 0.02 si es de la marca $C1$, 0.05 si es de la marca $C2$ y 0.04 si es de la marca $C3$.

a) *(0.6 puntos) Indicar las 6 probabilidades que aparecen en el enunciado.*

b) *(0.7 puntos) Si se selecciona una de esas camionetas al azar ¿qué probabilidad tiene de averiarse?*

c) *(0.7 puntos) Suponiendo que una de esas camionetas se ha averiado, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido una camioneta de la marca $C3$?*

(Castilla y León - Matemáticas II - Julio 2023 - Bloque Probabilidad)

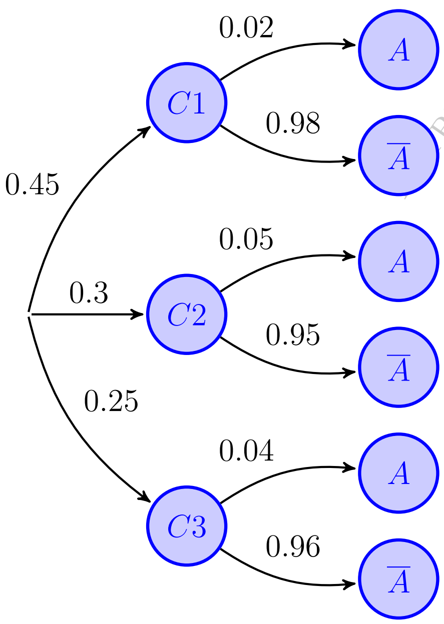
Solución.

Sean los sucesos:

$$C1 \equiv \text{“El envase es de la marca } C1\text{”}$$
$$C2 \equiv \text{“El envase es de la marca } C2\text{”}$$
$$C3 \equiv \text{“El envase es de la marca } C3\text{”}$$
$$A \equiv \text{“La camioneta se avería”}$$

a) $P(C1) = 0.45 \quad \& \quad P(C2) = 0.3 \quad \& \quad P(C3) = 0.25$

$P(A \mid C1) = 0.02 \quad \& \quad P(A \mid C2) = 0.05 \quad \& \quad P(A \mid C3) = 0.04$



b) $$\begin{aligned} P(A) &= P\Big((C1 \cap A) \cup (C2 \cap A) \cup (C3 \cap A)\Big) \\ &= P(C1 \cap A) + P(C2 \cap A) + P(C3 \cap A) \\ &= P(C1) \cdot P(A \mid C1) + P(C2) \cdot P(A \mid C2) \\ &+ P(C3) \cdot P(A \mid C3) = 0.45 \cdot 0.02 \\ &+ 0.3 \cdot 0.05 + 0.25 \cdot 0.04 = 0.034 \end{aligned}$$

c) $$P(C3 \mid A) = \frac{P(C3 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(C3) \cdot P(A \mid C3)}{P(A)}$$
$$= \frac{0.25 \cdot 0.04}{0.034} = 0.294$$

Ejercicio 42 (2 *puntos*)

Entre los vehículos, que revisa un taller mecánico:

- *El 48 % de ellos son coches, de los cuales las tres cuartas partes requieren reparación.*
- *El 28 % son motocicletas y entre ellas la mitad requieren reparación.*
- *El 24 % son furgonetas, de las cuales un tercio requieren reparación.*

Se consideran los sucesos: $C \equiv$ *"coche"* & $M \equiv$ *"motocicleta"*

$F \equiv$ *"furgoneta"* & $R \equiv$ *"requiere reparación"*

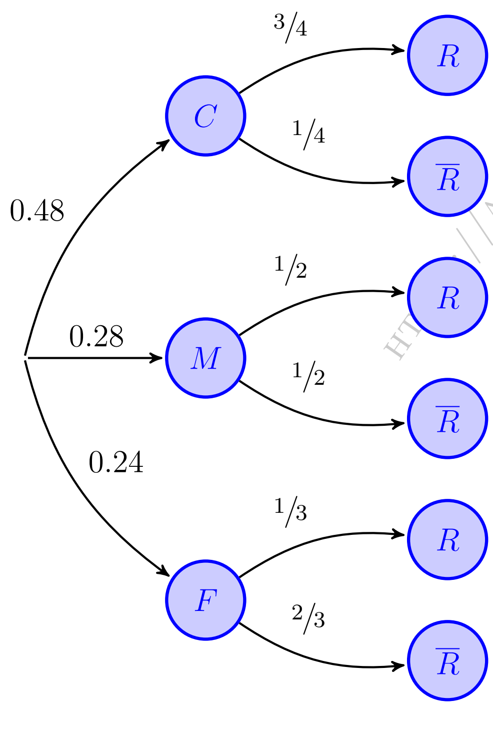
a) (0.2 puntos) Indicar qué probabilidades de sucesos, condicionadas o no, se consideran en el enunciado y cuáles son sus valores.

b) (1.3 puntos) Calcular $P(R \cap F)$, $P(R)$ *y* $P(C \mid R)$.

c) (0.5 puntos) ¿Son independientes los sucesos C *y* R*?*

(Castilla y León - Matemáticas II - Junio 2024 - Bloque Probabilidad y Estadística)

Solución.



a) $P(C) = 0.48$ & $P(M) = 0.28$

$P(F) = 0.24$ & $P(R \mid C) = \dfrac{3}{4}$

$P(R \mid M) = \dfrac{1}{2}$ & $P(R \mid F) = \dfrac{1}{3}$

b) $P(R \cap F) = P(F) \cdot P(R \mid F) = 0.24 \cdot \dfrac{1}{3} = 0.08$

$$P(R) = P\big((C \cap R) \cup (M \cap R) \cup (F \cap R)\big)$$
$$= P(C \cap R) + P(M \cap R) + P(F \cap R)\big)$$
$$= P(C) \cdot P(R \mid C) + P(M) \cdot P(R \mid M)$$
$$+ P(F) \cdot P(R \mid F) = 0.48 \cdot \frac{3}{4} + 0.28 \cdot \frac{1}{2}$$
$$+ 0.24 \cdot \frac{1}{3} = 0.58$$

$$P(C \mid R) = \frac{P(C \cap R)}{P(R)} = \frac{P(C) \cdot P(R \mid C)}{P(R)}$$
$$= \frac{0.48 \cdot \frac{3}{4}}{0.58} = 0.6207$$

b) $P(C \cap R) = P(C) \cdot P(R \mid C) = 0.48 \cdot \dfrac{3}{4} = 0.36$

$P(C) \cdot P(R) = 0.48 \cdot 0.58 = 0.2784$

$P(C \cap R) \neq P(C) \cdot P(R) \implies$ los sucesos C y R no son independientes

Ejercicio 43 (2.5 *puntos*)

> *Se sabe que la probabilidad de que un autobús de línea regular entre Madrid y Burgos sufra un accidente en día nublado es* 0.09 *y en día seco* 0.005*. Durante un periodo de* 10 *días ha habido* 7 *días secos y* 3 *nublados. Sabiendo que se ha producido un accidente en esos días, se pide:*
>
> *a) (1.25 puntos) Hallar la probabilidad de que fuera en día nublado.*
>
> *b) (1.25 puntos) Hallar la probabilidad de que fuera en día seco.*
>
> *(Castilla y León - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción A)*

Solución.

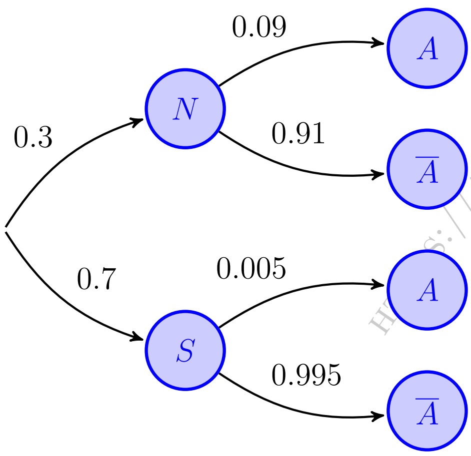
Sean los sucesos:

$N \equiv$ "El día es nublado" $\qquad$ $S \equiv$ "El día es seco"

$A \equiv$ "El autobús tiene un accidente"

Del enunciado tenemos:

$$P(A \mid N) = 0.09 \quad \& \quad P(A \mid S) = 0.005 \quad \& \quad P(N) = \frac{3}{10} = 0.3 \quad \& \quad P(S) = \frac{7}{10} = 0.7$$



$$\begin{aligned} P(A) &= P\big((N \cap A) \cup (S \cap A)\big) \\ &= P(N \cap A) + P(S \cap A) \\ &= P(N) \cdot P(A \mid N) + P(S) \cdot P(A \mid S) \\ &= 0.3 \cdot 0.09 + 0.7 \cdot 0.005 = 0.0305 \end{aligned}$$

a) $P(N \mid A) = \dfrac{P(N \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(N) \cdot P(A \mid N)}{P(A)}$

$= \dfrac{0.3 \cdot 0.09}{0.0305} = 0.885$

b) $P(S \mid A) = 1 - P(N \mid A) = 1 - 0.885$

$= 0.115$

Ejercicio 44 (2.5 *puntos*)

De una urna que contiene cuatro bolas rojas y dos azules, extraemos una bola y, sin devolverla a la urna, extraemos otra a continuación.

a) (0.75 puntos) Hallar la probabilidad de que sean de distinto color.

b) (0.75 puntos) Hallar la probabilidad de que la segunda bola sea azul.

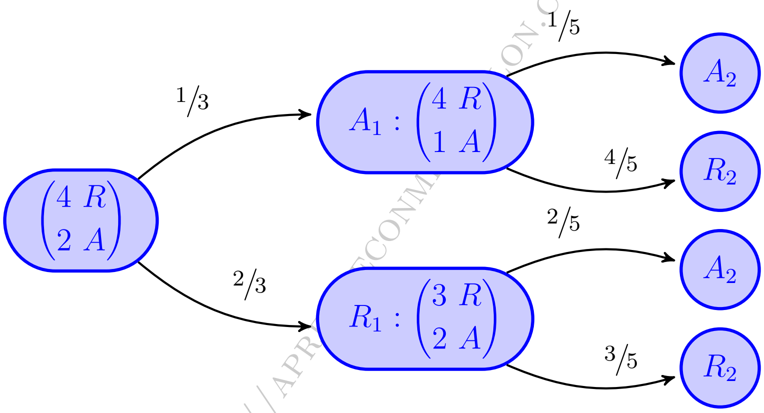
c) (1 punto) Si la segunda bola es azul, hallar la probabilidad de. que la primera sea roja.

(Castilla y León - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$R_i \equiv \text{“Sacar bola roja en la extracción } i\text{”}$$
$$A_i \equiv \text{“Sacar bola azul en la extracción } i\text{”}$$



a) $P\big((A_1 \cap R_2) \cup (R_1 \cap A_2)\big) = P(A_1 \cap R_2) + P(R_1 \cap A_2)$

$$= P(A_1) \cdot P(R_2 \mid A_1) + P(R_1) \cdot P(A_2 \mid R_1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15} \simeq 0.5333$$

b) $P(A_2) = P\big((A_1 \cap A_2) \cup (R_1 \cap A_2)\big) = P(A_1 \cap A_2) + P(R_1 \cap A_2)$

$$= P(A_1) \cdot P(A_2 \mid A_1) + P(R_1) \cdot P(A_2 \mid R_1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \simeq 0.3333$$

c) $P(R_1 \mid A_2) = \dfrac{P(R_1 \cap A_2)}{P(A_2)} = \dfrac{P(R_1) \cdot P(A_2 \mid R_1)}{P(A_2)} = \dfrac{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{1}{3}} = \dfrac{4}{5} = 0.8$

Ejercicio 45 (2.5 *puntos*)

Un grupo de WhatsApp, formado por los alumnos de un gimnasio de judo está compuesto por un 55 % de mujeres y el resto hombres. Se sabe que el 15 % del grupo es cinturón verde y que una quinta parte de las mujeres es cinturón verde.

a) (1 punto) ¿Qué porcentaje de hombres son cinturón verde?

b) (0.75 puntos) Si el grupo recibe un mensaje enviado por un cinturón verde, calcular la probabilidad de que lo haya enviado una mujer.

c) (0.75 puntos) Si el mensaje no tiene información sobre el sexo y el color del cinturón del remitente, calcular la probabilidad de que sea hombre y cinturón verde.

(Castilla y León - Matemáticas II - Julio 2025 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$\begin{aligned} H &\equiv \text{“El judoka es hombre”} \\ M &\equiv \text{“El judoka es mujer”} \\ V &\equiv \text{“El judoka es cinturón verde”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(M) = 0.55 \qquad \& \qquad P(H) = 1 - P(M) = 0.45 \qquad \& \qquad P(V \mid M) = \frac{1}{5}$$

a) $P(V) = P\big((H \cap V) \cup (M \cap V)\big) = P(H \cap V) + P(M \cap V) = P(H) \cdot P(V \mid H)$

$$+P(M) \cdot P(V \mid M) = 0.45 \cdot P(V \mid H) + 0.55 \cdot \frac{1}{5} = 0.15 \implies \boxed{P(V \mid H) = 0.0889}$$

b) $P(M \mid V) = \dfrac{P(M \cap V)}{P(V)} = \dfrac{P(M) \cdot P(V \mid M)}{P(V)} = \dfrac{0.55 \cdot \frac{1}{5}}{0.15} \implies \boxed{P(M \mid V) = 0.7333}$

c) $P(H \cap V) = P(H) \cdot P(V \mid H) = 0.45 \cdot 0.0889 \implies \boxed{P(H \cap V) = 0.04}$

Cataluña

Ejercicio 46 (2.5 *puntos*)

> *Rut usa el siguiente método para hacer los problemas de matemáticas: tira un dado equilibrado y, si el resultado es como máximo 4, piensa y resuelve el problema ella misma; si el resultado es 5 o 6, busca la solución del problema por Internet y la copia. Cuando es ella quien ha pensado la solución, la respuesta es correcta en el 75 % de los casos; cuando copia la solución de Internet, la respuesta es correcta solamente en el 40 % de los casos.*
>
> *a) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la solución de un problema respondido siguiendo este método sea correcta?*
>
> *b) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un problema haya sido resuelto por Rut si se sabe que la solución es correcta?*
>
> *(Cataluña - Matemáticas II - Junio 2024 - Serie 5)*

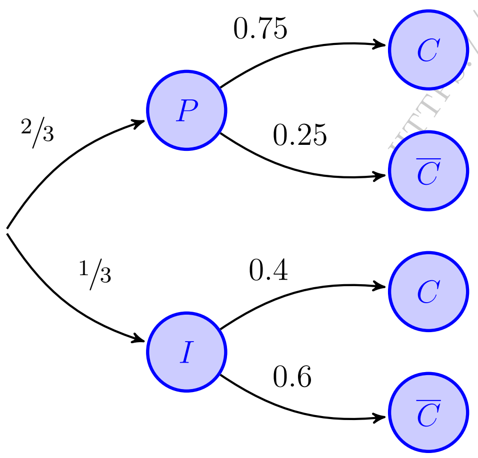
Solución.

Sean los sucesos:

$$P \equiv \text{'Rut piensa y resuelve el problema por sus medios'"}$$
$$I \equiv \text{"Rut busca la solución en Internet"}$$
$$C \equiv \text{"La respuesta es correcta"}$$

Del enunciado tenemos que:

$$P(P) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \& \quad P(I) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \& \quad P(C \mid P) = 0.75 \quad \& \quad P(C \mid I) = 0.4$$



a) $$P(C) = P\big((P \cap C) \cup (I \cap C)\big) = P(P \cap C) + P(I \cap C) = P(P) \cdot P(C \mid P) + P(I) \cdot P(C \mid I) = \frac{2}{3} \cdot 0.75 + \frac{1}{3} \cdot 0.4 = 0.6333$$

b) $$P(P \mid C) = \frac{P(P \cap C)}{P(C)} = \frac{P(P) \cdot P(C \mid P)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 0.75}{0.6333} \simeq 0.7895$$

Ejercicio 47 (2.5 *puntos*)

Una empresa produce dos tipos de piezas, de hierro y de acero. El 60 % de la producción total corresponde a piezas de hierro y el resto son de acero. Sabemos que el 95 % de las piezas de hierro producidas no tienen ningún defecto, mientras que el 3 % de las piezas de acero son defectuosas.

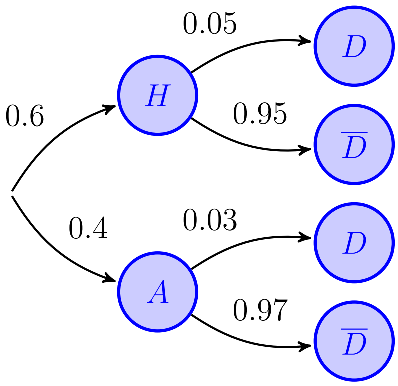
a) (0.75 puntos) Si tomamos una pieza al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuosa?

(Cataluña - Matemáticas II - Junio 2025 - Serie 1 - Opción Única)

Solución.

Sean los sucesos:

$$H \equiv \text{“La pieza es de hierro”}$$
$$A \equiv \text{“La pieza es de acero”}$$
$$D \equiv \text{“La pieza es defectuosa”}$$



a) $$\begin{aligned} P(D) &= P\big((H \cap D) \cup (A \cap D)\big) \\ &= P(H \cap D) + P(A \cap D) \\ &= P(H) \cdot P(D \mid H) + P(A) \cdot P(D \mid A) \\ &= 0.6 \cdot 0.05 + 0.4 \cdot 0.03 = 0.042 \end{aligned}$$

Ejercicio 48 (2.5 *puntos*)

La lesión por sesamoiditis (inflamación del hueso sesamoide del pie) es relativamente habitual entre la población que practica deportes de impacto (atletismo, baloncesto, tenis...). En una población de deportistas, se ha realizado un estudio diferenciando entre los que practican deportes de impacto y los que practican deportes sin impacto brusco (como natación, pilates, senderismo...). Se ha podido determinar que el 45 % practican deportes de impacto. Entre ellos, un 10 % padecen lesiones por sesamoiditis, mientras que entre los que no practican deportes de impacto solamente un 3 % presentan esta lesión. Escogemos a un deportista al azar.

a) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que padezca sesamoiditis?

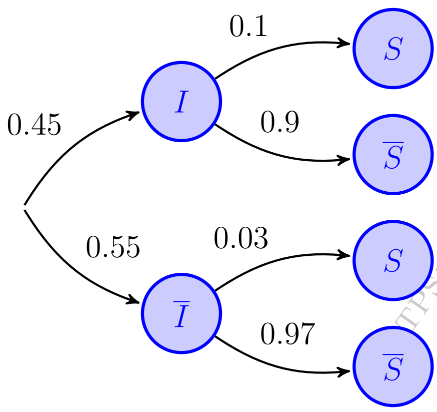
b) (0.75 puntos) Si el deportista escogido tiene una lesión por sesamoiditis, ¿cuál es la probabilidad de que practique deportes de impacto?

(Cataluña - Matemáticas II - Julio 2025 - Serie 3 - Opción Unica)

Solución.

Sean los sucesos:

$$I \equiv \text{“El deportista practica deporte de impacto”}$$
$$S \equiv \text{“El deportista padece sesamoiditis”}$$



a) $$\begin{aligned} P(S) &= P\big((I\cap S)\cup(\overline{I}\cap S)\big) \\ &= P(I\cap S)+P(\overline{I}\cap S) \\ &= P(I)\cdot P(S\mid I)+P(\overline{I})\cdot P(S\mid \overline{I}) \\ &= 0.45\cdot 0.1+0.55\cdot 0.03 = 0.0615 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} P(I\mid S) &= \frac{P(I\cap S)}{P(S)} = \frac{P(I)\cdot P(S\mid I)}{P(S)} \\ &= \frac{0.45\cdot 0.1}{0.0615} = 0.7317 \end{aligned}$$

Galicia

Ejercicio 49 (2.5 *puntos*)

Las cafeterías universitarias son espacios en los que, además de poder consumir alimentos y bebidas, en numerosas ocasiones se emplean como puntos de encuentro para otros eventos. Según los datos recogidos por la dirección de la cafetería de una facultad, el 65 % de sus clientes son estudiantes, el 25 % personal de la universidad y el 10 % restante son personas ajenas a la universidad. Con el objetivo de estudiar si es necesario realizar modificaciones en la cafetería, sus responsables han analizado datos sobre el tiempo de espera hasta que un cliente ha sido atendido y sobre la forma de realizar los pagos. Puede suponerse que el tiempo de espera hasta que un cliente es atendido sigue una distribución aproximadamente normal, con media igual a 5 minutos y de tal modo que el 90 % de los clientes son atendidos antes de 8 minutos. Por los datos recogidos, han llegado a la conclusión de que el 30 % de los estudiantes efectúan los pagos en efectivo, siendo este porcentaje igual al 70 % para el personal de la universidad, mientras que el 80 % de los pagos realizados por personas ajenas a la universidad se hacen en efectivo.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente sea atendido antes de 4 minutos?

b) Calcular la probabiliddad de que un pago en esta cafetería no haya sido realizado en efectivo.

c) Si un pago se hizo en efectivo, ¿qué es más probable, que haya sido realizado por estudiantes o por personal de la universidad?

(Galicia - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción Única)

Solución.

a) $X \equiv$ “’Tiempo de espera para ser atendido (min)” $\longrightarrow X : \mathcal{N}(5, \sigma)$

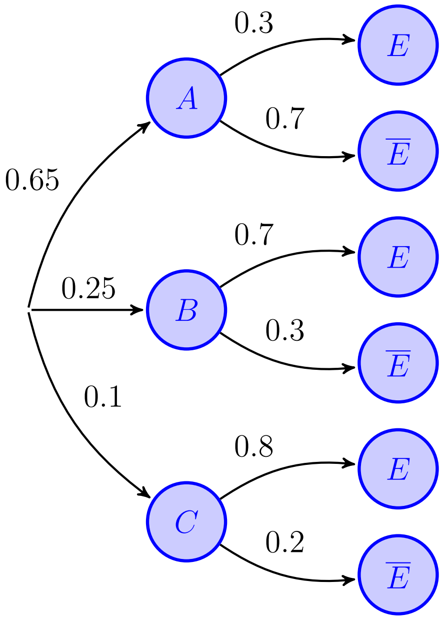
$$P(X \leq 8) = P\left(\frac{8-5}{\sigma}\right) = 0.90 \overset{\text{Tabla}}{\Longrightarrow} \frac{8-5}{\sigma} = 1.2817 \implies \sigma = 2.34$$

$$P(X \leq 4) = P\left(Z \leq \frac{4-5}{2.34}\right) = P(Z \leq -0.43) = P(Z \geq 0.43) = 1 - P(Z \leq 0.43)$$

$$= 1 - 0.6664 = 0.3336$$

b) Sean los sucesos:

$A \equiv$ “El cliente es un estudiante”
$B \equiv$ “El cliente es personal de la universidad”
$C \equiv$ “El cliente es ajeno a la universidad”
$E \equiv$ “El cliente paga en efectivo”



b) $P(\overline{E}) = P\big((A\cap\overline{E})\cup(B\cap\overline{E})\cup(C\cap\overline{E})\big)$

$= P(A\cap\overline{E}) + P(B\cap\overline{E}) + P(C\cap\overline{E})$

$= P(A)\cdot P(\overline{E}\mid A) + P(B)\cdot P(\overline{E}\mid B)$

$+ P(C)\cdot P(\overline{E}\mid C) = 0.65\cdot 0.7$

$+ 0.25\cdot 0.3 + 0.1\cdot 0.2 = 0.55$

$\Longrightarrow\ P(E) = 1 - P(\overline{E}) = 1 - 0.55 = 0.45$

c) $$P(A\mid E) = \frac{P(A\cap E)}{P(E)} = \frac{P(A)\cdot P(E\mid A)}{P(E)} = \frac{0.65\cdot 0.3}{0.45} = 0.4333$$

$$P(B\mid E) = \frac{P(B\cap E)}{P(E)} = \frac{P(B)\cdot P(E\mid B)}{P(E)} = \frac{0.25\cdot 0.7}{0.45} = 0.3889$$

Luego si se sabe que ha pagado en efectivo es más probable que sea estudiante que sea personal de la universidad.

Comunidad de Madrid

Ejercicio 50

En una población de cierta especie de cérvidos, el 43 % de los adultos son machos y el 57 % hembras. Se sabe que el 11 % de los machos adultos y el 4 % de las hembras adultas sufre alguna afección ocular. Se supone que se captura al azar un ejemplar adulto y se pide:

a) *Determinar la probabilidad de que tenga alguna afección ocular.*

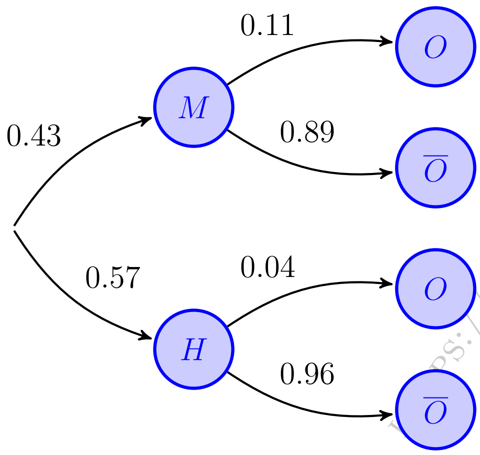
b) *Si el ejemplar capturado padeciere una afección ocular ¿cuál sería la probabilidad de que fuera un macho?*

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2017 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos

$$M \equiv \text{“El cérvido es macho adulto”}$$
$$H \equiv \text{“El cérvido es hembra adulta”}$$
$$O \equiv \text{“El cérvido tiene una afección ocular”}$$



a) $P(O) = P\big((M \cap O) \cup (H \cap O)\big)$
$= P(M \cap O) + P(H \cap O)$
$= P(M) \cdot P(O \mid M) + P(H) \cdot P(O \mid H)$
$= 0.43 \cdot 0.11 + 0.57 \cdot 0.04 = 0.0701$

b) $P(M \mid O) = \dfrac{P(M \cap O)}{P(O)} = \dfrac{P(M) \cdot P(O \mid M)}{P(O)}$
$= \dfrac{0.43 \cdot 0.11}{0.0701} = 0.6747$

Ejercicio 51

El 40 % de los sábados Marta va al cine, el 30 % va de compras y el 30 % restante juega a videojuegos. Cuando va al cine, el 60 % de las veces lo hace con sus compañeros de baloncesto. Lo mismo le ocurre el 20 % de las veces que va de compras, y el 80 % de las veces que juega a videojuegos. Se pide:

a) Hallar la probabilidad de que el próximo sábado Marta no quede con sus compañeros de baloncesto.

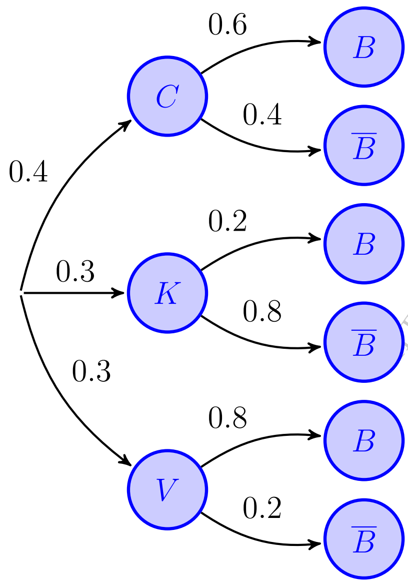
b) Si se sabe que Marta ha quedado con los compañeros de baloncesto, ¿cuál es la probabilidad de que vayan al cine?

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2017 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$C \equiv$ "Marta va al cine"
$K \equiv$ "Marta va de compras"
$V \equiv$ "Marta juega videojuegos"
$B \equiv$ "Marta va con sus compañeros de baloncesto"



a) $$P(\overline{B}) = P\Big((C \cap \overline{B}) \cup (K \cap \overline{B}) \cup (V \cap \overline{B})\Big)$$
$$= P(C \cap \overline{B}) + P(K \cap \overline{B}) + P(V \cap \overline{B})$$
$$= P(C) \cdot P(\overline{B} \mid C) + P(K) \cdot P(\overline{B} \mid K)$$
$$+ P(V) \cdot P(\overline{B} \mid V) = 0.4 \cdot 0.4$$
$$+ 0.3 \cdot 0.8 + 0.3 \cdot 0.2 = 0.46$$

b) $$P(C \mid B) = \frac{P(C \cap B)}{P(B)} = \frac{P(C) \cdot P(B \mid C)}{1 - P(\overline{B})}$$
$$= \frac{0.4 \cdot 0.6}{1 - 0.46} = 0.44$$

Ejercicio 52

En una empresa el 20 % de los empleados son matemáticos, el 50 % ingenieros y el resto no tienen carrera universitaria. Entre los matemáticos el 40 % ocupa un cargo directivo, entre los ingenieros ese porcentaje se reduce a la mitad y entre el resto de empleados el porcentaje es del 5 %. Elegido un empleado al azar, se pide:

a) Determinar la probabilidad de que ocupe un cargo directivo.

b) Si no ocupa un cargo directivo, ¿cuál es la probabilidad de que sea matemático?

(Madrid - Matemáticas II - Septiembre 2017 - Opción B - Coincidentes)

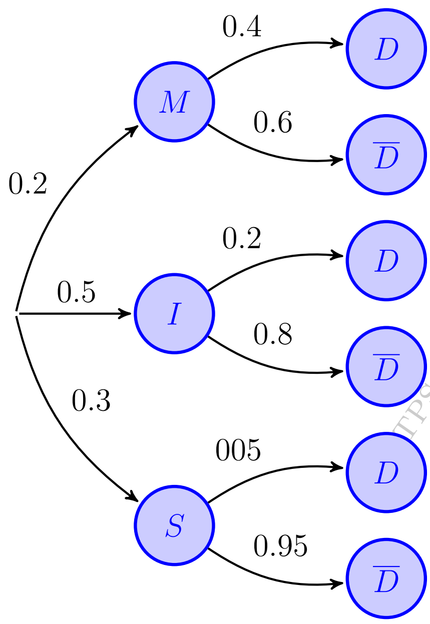
(Madrid - Matemáticas II - Junio 2017 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$M \equiv$ "El empleado es matemático" $\quad I \equiv$ "El empleado es ingeniero"

$S \equiv$ "El empleado no tiene carrera" $\quad D \equiv$ "El empleado ocupa un cargo directivo"



a)
$$\begin{aligned} P(D) &= P\big((M\cap D)\cup(I\cap D)\cup(S\cap D)\big) \\ &= P(M\cap D)+P(I\cap D)+P(S\cap D) \\ &= P(M)\cdot P(D\mid M)+P(I)\cdot P(D\mid I) \\ &+ P(S)\cdot P(D\mid S) = 0.2\cdot 0.4 \\ &+ 0.5\cdot 0.2 + 0.3\cdot 0.05 = 0.195 \end{aligned}$$

b)
$$P(M\mid \overline{D}) = \frac{P(M\cap \overline{D})}{P(\overline{D})} = \frac{P(M)\cdot P(\overline{D}\mid M)}{1-P(D)} = \frac{0.2\cdot 0.6}{1-0.195} = 0.149$$

Ejercicio 53

Una empresa fabrica móviles de tres marcas distintas: A, B y M. El 20 % de los móviles fabricados son de la marca A y el 40 % de la marca B. Se decide instalar un software oculto que permita espiar a los usuarios de estos móviles. El software espía se instala en el 15 % de los móviles de la marca A, en un 10 % de la marca B y en un 12 % de los móviles de la marca M. Se pide:

a) Determinar la probabilidad de que una persona que compra uno de estos móviles tenga instalado el software espía.

b) Si el móvil de una persona tiene instalado el software espía, calcular la probabilidad de que sea de la marca A.

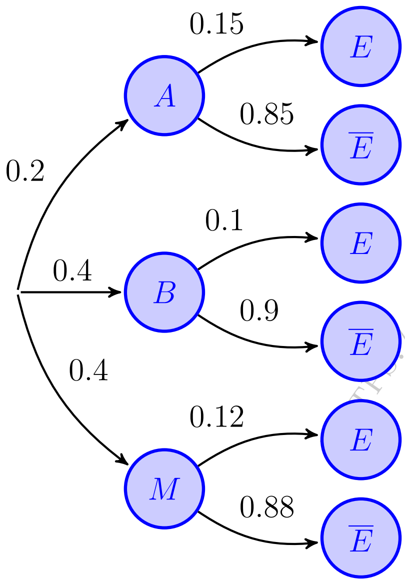
(Madrid - Matemáticas II - Septiembre 2017 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El móvil es de la marca A" $\qquad B \equiv$ "El móvil es de la marca B"

$M \equiv$ "El móvil es de la marca M" $\qquad E \equiv$ "El móvil tiene software espía"



a) $P(E) = P\big((A \cap E) \cup (B \cap E) \cup (M \cap E)\big)$

$= P(A \cap E) + P(B \cap E) + P(M \cap E)$

$= P(A) \cdot P(E \mid A) + P(B) \cdot P(E \mid B)$

$+ P(M) \cdot P(E \mid M) = 0.2 \cdot 0.15$

$+ 0.4 \cdot 0.1 + 0.4 \cdot 0.12 = 0.118$

b) $P(A \mid E) = \dfrac{P(A \cap E)}{P(E)} = \dfrac{P(A) \cdot P(E \mid A)}{P(E)}$

$= \dfrac{0.2 \cdot 0.15}{0.118} = 0.254$

Ejercicio 54

El 60 % de las ventas en unos grandes almacenes corresponden a artículos con precios rebajados. Los clientes devuelven el 15 % de los artículos que compran rebajados, porcentaje que disminuye al 8 % si los artícuos han sido adquiridos sin rebajas.

a) Determine el porcentaje global de artículos devueltos.

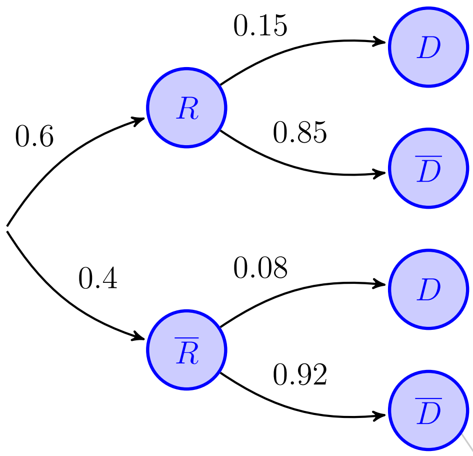
b) ¿Qué porcentaje de artículos devueltos fueron adquiridos con precios rebajados?

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2018 - Opción A)

Solución.

a) Sean los sucesos:

$$R \equiv \text{"El artículo tiene precio rebajado"}$$
$$D \equiv \text{"El cliente devuelve el artículo"}$$



a) $$\begin{aligned} P(D) &= P\big((R\cap D)\cup(\overline{R}\cap D)\big) \\ &= P(R\cap D) + P(\overline{R}\cap D) \\ &= P(R)\cdot P(D \mid R) + P(\overline{R})\cdot P(D \mid \overline{R}) \\ &= 0.6\cdot 015 + 0.4\cdot 0.08 = 0.122 = 12.2\,\% \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} P(R \mid D) &= \frac{P(R\cap D)}{P(D)} = \frac{P(R)\cdot P(D \mid R)}{P(D)} \\ &= \frac{0.6\cdot 0.15}{0.122} = 0.737 = 73.7\,\% \end{aligned}$$

Ejercicio 55

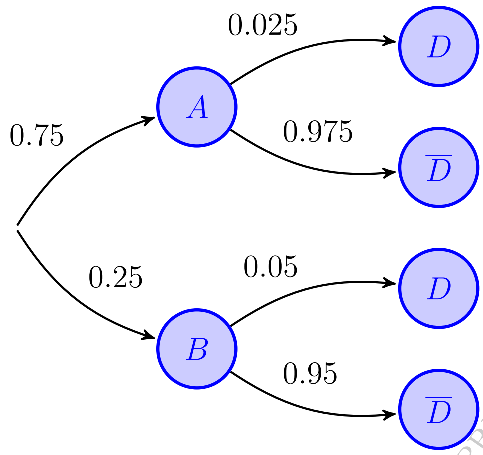
En una fábrica se elaboran dos tipos de productos: A y B. El 75 % de los productos fabricados son de tipo A y el 25 % de tipo B. Los productos de tipo B salen defectuosos un 5 % de las veces, mientras que los de tipo A salen defectuosos un 2.5 % de las veces.

a) Si se fabrican 5000 productos en un mes, ¿cuántos de ellos se espera que sean defectuosos?

b) Un mes, por motivos logísticos, se cambió la producción, de modo que se fabricaron exclusivamente productos de tipo A. Sabiendo que se fabricaron 6000 unidades, determinar, aproximando la distribución por una normal, la probabilidad de que haya más de 160 unidades defectuosas.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2018 - Opción B)

Solución.



a) Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El producto es de tipo A"
$B \equiv$ "El producto es de tipo B"
$D \equiv$ "El producto es defectuoso"

$$\begin{aligned} P(D) &= P\big((A \cap D) \cup (B \cap D)\big) \\ &= P(A \cap D) + P(B \cap D) \\ &= P(A) \cdot P(D \mid A) + P(B) \cdot P(D \mid B) \\ &= 0.75 \cdot 0.025 + 0.25 \cdot 0.05 = 0.03125 \end{aligned}$$

$5000 \cdot 0.03125 \simeq 157$ prod. defectuosos

b) Ahora solo se fabrica un tipo de producto, que puede ser defectuoso o no. El número de productos defectuosos X se distribuye como una variable binomial $\mathcal{B}(6000, 0.025)$. Para poder aproximar la variable X a una normal tiene que cumplirse:

$$X : \mathcal{B}(6000, 0.025) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n = 6000 > 20 \checkmark \\ np = 150 > 5 \checkmark \\ nq = 5850 > 5 \checkmark \end{array} \right\} \Rightarrow Y : \mathcal{N}(np, \sqrt{npq}) = \mathcal{N}(150, 12.09)$$

Aplicando la corrección por continuidad de Yates.

$$\begin{aligned} P(X > 160) = P(Y \geq 160.5) &= P\left(Z \geq \frac{160.5 - 150}{12.09}\right) = P(Z \geq 0.87) \\ &= 1 - P(Z \leq 0.87) = 1 - 0.8078 = 0.1922 \end{aligned}$$

Ejercicio 56

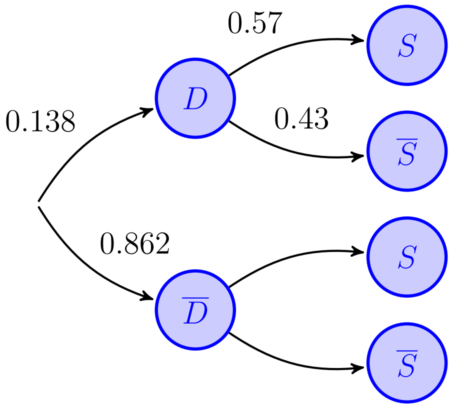
Según los datos de la Fundación para la Diabetes, el 13.8 % de los españoles mayores de 18 años tiene diabetes, aunque el 43 % de ellos no sabe que la tiene. Se elige al azar un español mayor de 18 años.

a) *¿Cuál es la probabilidad de que sea diabético y lo sepa?, ¿cuál la de que no sea diabético o no sepa que lo es?*

b) *Cierto test diagnostica correctamente el 96 % de los casos positivos de diabetes, pero da un 2 % de falsos positivos. Si un español mayor de 18 años da positivo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que realmente sea diabético?*

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2018 - Opción A)

Solución.



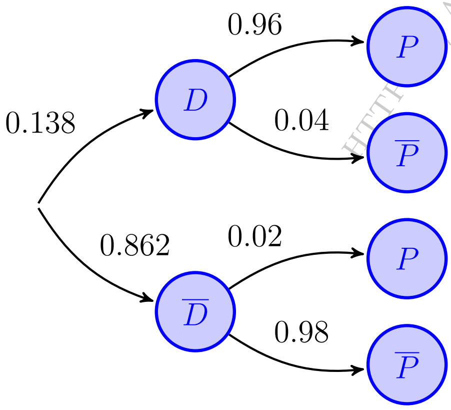
a) Sean los sucesos:

$D \equiv$ "La persona tiene diabetes"
$S \equiv$ "La persona sabe que tiene diabetes"

$$P(D \cap S) = P(D) \cdot P(S \mid D) = 0.138 \cdot 0.57 = 0.0787$$

$$P(\overline{D} \cup \overline{S}) = P(\overline{D \cap S}) = 1 - P(D \cap S) = 1 - 0.0787 = 0.9213$$

b) Sean los sucesos:



$D \equiv$ "La persona tiene diabetes"
$P \equiv$ "El test da positivo"

$$P(D \mid P) = \frac{P(D \cap P)}{P(P)} = \frac{P(D) \cdot P(P \mid D)}{P(P)} \overset{(*)}{=} \frac{0.138 \cdot 0.96}{0.1497} = 0.8849$$

$$(*)\ P(P) = P\big((D \cap P) \cup (\overline{D} \cap P)\big) = P(D \cap P) + P(\overline{D} \cap P) = 0.138 \cdot 0.96 + 0.862 \cdot 0.02 = 0.1497$$

Ejercicio 57

El grupo de WhatsApp, formado por los alumnos de una escuela de idiomas, está compuesto por un 60 % de mujeres y el resto varones. Se sabe que el 30 % del grupo estudia alemán y que la cuarta parte de las mujeres estudia alemán. Se recibe un mensaje en el grupo. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que lo haya enviado una mujer, si se sabe que el o la remitente estudia alemán.

b) Si en el mensaje no hay ninguna información sobre el sexo y estudios del remitente, calcular la probabilidad de que sea varón y estudie alemán.

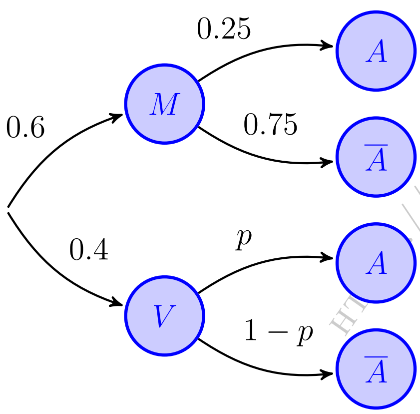
(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2019 - Opción B)

Solución.

Denominamos los sucesos:

$$M \equiv \text{“El mensaje lo envía una mujer”}$$
$$V \equiv \text{“El mensaje lo envía un hombre”}$$
$$A \equiv \text{“El remitente estudia alemán”}$$

a) $P(M \mid A) = \dfrac{P(M \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(M) \cdot P(A \mid M)}{P(A)} = \dfrac{0.6 \cdot 0.25}{0.3} = 0.5$



b)
$$\begin{aligned} P(A) &= P\big((M \cap A) \cup (V \cap A)\big) \\ &= P(M \cap A) + P(V \cap A) \\ &= P(M) \cdot P(A \mid M) + P(V) \cdot P(A \mid V) \\ &= 0.6 \cdot 0.25 + 0.4 \cdot p = 0.3 \end{aligned}$$

$\implies p = 0.375$

$$\begin{aligned} P(V \cap A) &= P(V) \cdot P(A \mid V) \\ &= 0.4 \cdot 0.375 = 0.15 \end{aligned}$$

Ejercicio 58

Una compañía farmacéutica vende un medicamento que alivia la dermatitis atópica en un 80 % de los casos. Si un enfermo es tratado con un placebo, la probabilidad de mejoría espontánea es del 10 %. En un estudio experimental, la mitad de los pacientes han sido tratados con el medicamento y la otra mitad con un placebo.

a) Determinar cuál es la probabilidad de que un paciente elegido al azar haya mejorado.

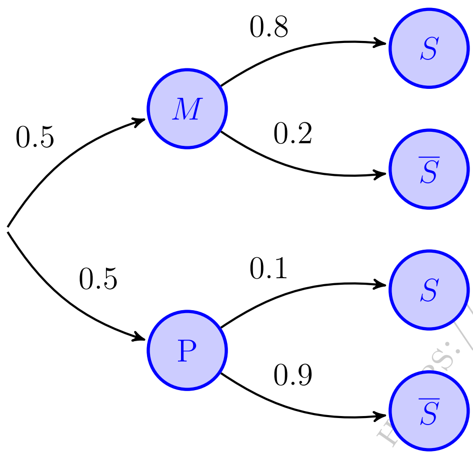
b) Si un paciente elegido al azar ha mejorado hallar la probabilidad de que haya sido tratado con el medicamento.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2019 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$\begin{aligned} M &\equiv \text{"El paciente toma el medicamento"} \\ P &\equiv \text{"El paciente toma el placebo"} \\ S &\equiv \text{"El paciente sana"} \end{aligned}$$



a)
$$\begin{aligned} P(S) &= P\big((M\cap S)\cup(P\cap S)\big) \\ &= P(M\cap S)+P(P\cap S) \\ &= P(M)\cdot P(S\mid M)+P(P)\cdot P(S\cap P) \\ &= 0.5\cdot 0.8+0.5\cdot 0.1=0.45 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} P(M\cap S) &= \frac{P(M\cap S)}{P(S)}=\frac{P(M)\cdot P(S\mid M)}{P(S)} \\ &= \frac{0.5\cdot 0.8}{0.45}=0.889 \end{aligned}$$

Ejercicio 59

Un concesionario dispone de vehículos de baja y alta gama, siendo los de alta gama 1/3 de las existencias. Entre los de baja gama, la probabilidad de tener un defecto de fabricación que obligue a revisarlos durante el rodaje es el 1.6 %, mientras que para los de alta gama es del 0.9 %. En un control de calidad preventa, se elige al azar un vehículo para examinarlo.

a) Calcule la probabilidad de que el vehículo elegido resulte defectuoso.

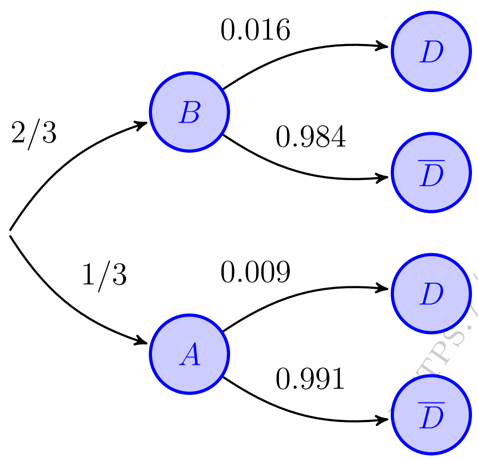
b) Si se comprueba que el vehículo elegido es defectuoso, calcule la probabilidad de que sea de gama baja.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2019 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$B \equiv \text{“El vehículo es de baja gama”}$$
$$A \equiv \text{“El vehículo es de alta gama”}$$
$$D \equiv \text{“El vehículo es defectuoso”}$$



a) $P(D) = P\Big((B \cap D) \cup (A \cap D)\Big)$
$$P(B \cap D) + P(A \cap D)$$
$$= P(B) \cdot P(D \mid B) + P(A) \cdot P(D \mid A)$$
$$= \frac{2}{3} \cdot 0.016 + \frac{1}{3} \cdot 0.009$$
$$= 0.0137 \simeq 1.37\,\%$$

b) $P(B \mid D) = \dfrac{P(B \cap D)}{P(D)} = \dfrac{P(B) \cdot P(D \mid B)}{P(D)}$
$$= \frac{{}^2\!/\!{}_3 \cdot 0.016}{0.0137} = 0.7785 \simeq 78\,\%$$

Ejercicio 60

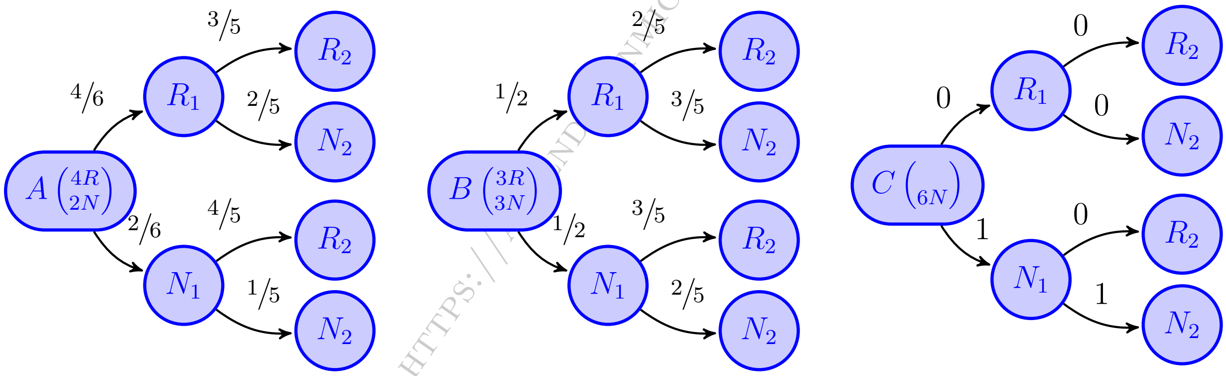
> *Se tienen tres urnas A, B y C. La urna A contiene 4 bolas rojas y 2 negras, la urna B contiene 3 bolas de cada color y la urna C contiene 6 bolas negras. Se elige una urna al azar y se extraen de ella dos bolas de manera consecutiva y sin reemplazamiento. Se pide:*
>
> *a) Calcular la probabilidad de que la primera bola extraída sea roja.*
>
> *b) Calcular la probabilidad de que la primera bola extraída sea roja y la segunda sea negra.*
>
> *c) Sabiendo que la primera bola extraída es roja, calcular la probabilidad de que la segunda sea negra.*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Septiembre 2020 - Opción A)*

Solución.

Asumiendo que la probabilidad de elegir cualquier urna es la misma tenemos que:

$$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$$

Se muestra a continuación, para cada una de las urnas, la probabilidad de elegir una bola roja o una negra en cada una de las dos extracciones.



a) $$\begin{aligned} P(R_1) &= P\Big((A\cap R_1)\cup(B\cap R_1)\cup(C\cap R_1)\Big)\\ &= P(A\cap R_1)+P(B\cap R_1)+P(C\cap R_1)\\ &= P(A)\cdot P(R_1\mid A)+P(B)\cdot P(R_1\mid B)+P(C)\cdot P(R_1\mid C)\\ &= \frac{1}{3}\cdot\frac{4}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot 0=\frac{7}{18}=0.3889 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} P(R_1\cap N_2) &= P\Big((A\cap R_1\cap N_2)\cup(B\cap R_1\cap N_2)\cup(C\cap R_1\cap N_2)\Big)\\ &= P(A\cap R_1\cap N_2)+P(B\cap R_1\cap N_2)+P(C\cap R_1\cap N_2)\\ &= P(A)\cdot P(R_1\cap N_2\mid A)+P(B)\cdot P(R_1\cap N_2\mid B)\\ &+P(C)\cdot P(R_1\cap N_2\mid C)=\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5}+\frac{1}{3}\cdot 0=\frac{17}{90}=0.1889 \end{aligned}$$

c) $$P(N_2\mid R_1)=\frac{P(R_1\cap N_2)}{P(R_1)}=\frac{17/90}{7/18}=\frac{17}{35}=0.4857$$

Ejercicio 61

Una prueba diagnóstica para una enfermedad da resultado negativo el 5 % de las veces que se aplica a un individuo que la padece y da resultado positivo el 10 % de las veces que se aplica a un individuo que no la padece.
Las estadísticas muestran que dicha enfermedad afecta a 50 de cada diez mil personas. Si una persona elegida al azar se somete a la prueba diagnóstica, calcule la probabilidad de:

a) Que la prueba dé resultado positivo.

b) Que la persona padezca la enfermedad, si el resultado de la prueba ha sido positivo.

c) Que la persona no padezca la enfermedad, si el resultado de la prueba ha sido negativo.

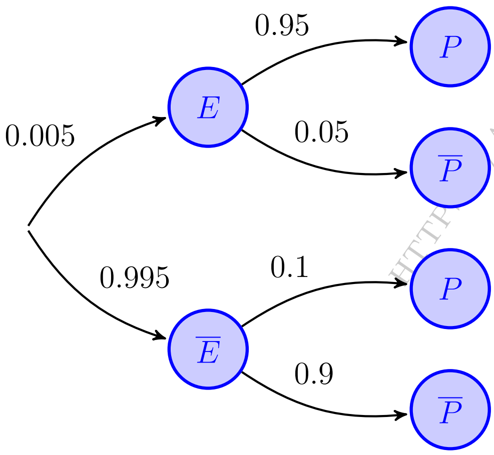
d) Que el resultado de la prueba diagnóstica sea erróneo.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2021 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$E \equiv \text{"La persona tiene la enfermedad"}$$
$$P \equiv \text{"La prueba diagnóstica da positivo"}$$



a) $$\begin{aligned} P(P) &= P\big((E \cap P) \cup (\overline{E} \cap P)\big) \\ &= P(E \cap P) + P(\overline{E} \cap P) \\ &= P(E) \cdot P(P \mid E) + P(\overline{E}) \cdot P(P \mid \overline{E}) \\ &= 0.005 \cdot 0.95 + 0.995 \cdot 0.1 = 0.1042 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} P(E \mid P) &= \frac{P(E \cap P)}{P(P)} = \frac{P(E) \cdot P(P \mid E)}{P(P)} \\ &= \frac{0.005 \cdot 0.95}{0.1042} = 0.04556 \end{aligned}$$

c) $$P(\overline{E} \mid \overline{P}) = \frac{P(\overline{E} \cap \overline{P})}{P(\overline{P})} = \frac{P(\overline{E}) \cdot P(\overline{P} \mid \overline{E})}{1 - P(P)} = \frac{0.995 \cdot 0.9}{1 - 0.1042} = 0.9997$$

d) $$\begin{aligned} P\big((E \cap \overline{P}) \cup (\overline{E} \cap P(P)\big) &= P(E \cap \overline{P}) + P(\overline{E} \cap P(P) \\ &= P(E) \cdot P(\overline{P} \mid E) + P(\overline{E}) \cdot P(P \mid \overline{E}) \\ &= 0.005 \cdot 0.05 + 0.995 \cdot 0.1 = 0.0998 \end{aligned}$$

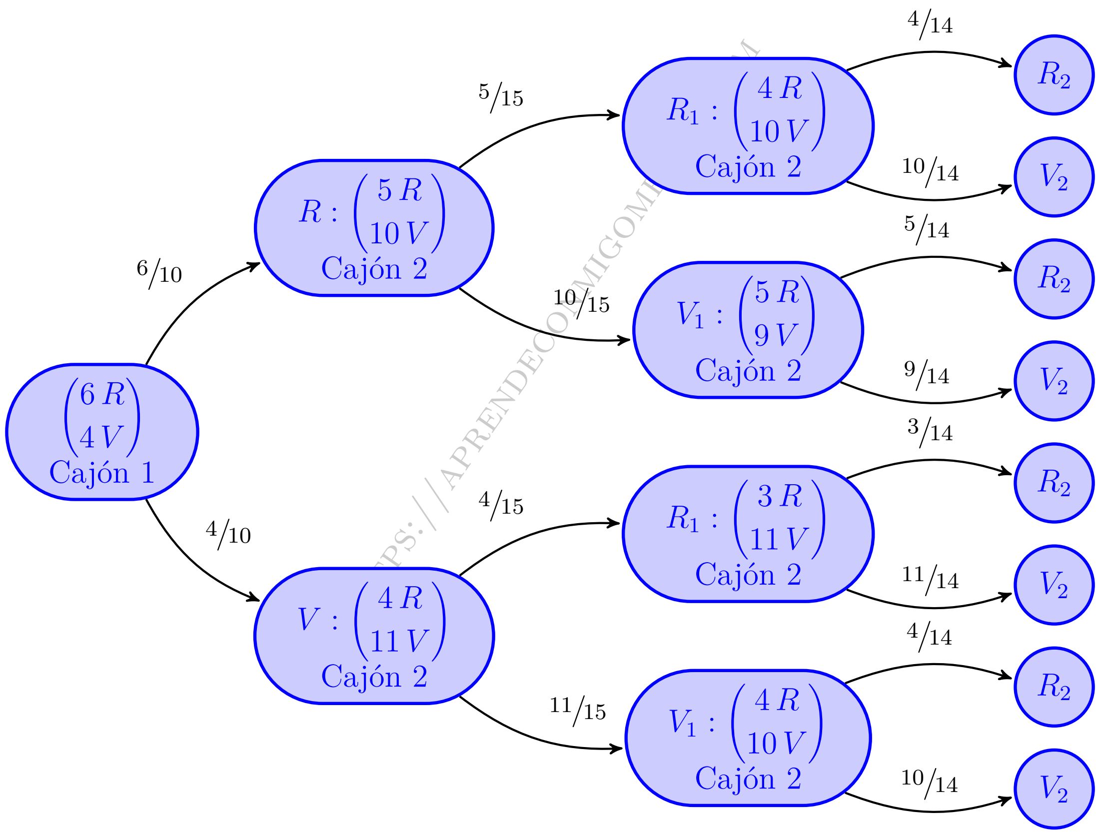
Ejercicio 62

> *En el primer cajón de una mesita de noche hay 6 calcetines rojos y 4 verdes. En el segundo cajón de dicha mesita hay 4 calcetines rojos y 10 verdes. Se extrae aleatoriamente uno de los calcetines del primer cajón para introducirlo en el segundo cajón. Se extraen posteriormente dos calcetines del segundo cajón. Calcule la probabilidad de que estos dos calcetines sean del mismo color.*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Junio 2021 - Opción A - Coincidentes)*

Solución.

Sean los sucesos:

$R \equiv$ "Pasar calcetín rojo al cajón 2" $\quad V \equiv$ "Pasar calcetín verde al cajón 2"
$R_i \equiv$ "Calcetín rojo en extracción i" $\quad V_i \equiv$ "Calcetín verde en extracción i"



$$
\begin{aligned}
P(\text{mismo color}) &= P(\text{dos rojos}) \cup (\text{dos verdes}) \\
&= P\Big((R \cap R_1 \cap R_2) \cup (V \cap R_1 \cap R_2) \cup (R \cap V_1 \cap V_2) \cup (V \cap V_1 \cap V_2)\Big) \\
&= (R \cap R_1 \cap R_2) + P(V \cap R_1 \cap R_2) + P(R \cap V_1 \cap V_2) + P(V \cap V_1 \cap V_2) \\
&= P(R) \cdot P(R_1 \mid R) \cdot P(R_2 \mid R \cap R_1) + P(V) \cdot P(R_1 \mid V) \cdot P(R_2 \mid V \cap R_1) \\
&+ P(R) \cdot P(V_1 \mid R) \cdot P(V_2 \mid R \cap V_1) + P(V) \cdot P(V_1 \mid V) \cdot P(V_2 \mid V \cap V_1) \\
&= \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} + \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{14} + \frac{6}{10} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} + \frac{4}{10} \cdot \frac{11}{15} \cdot \frac{10}{14} = \frac{41}{75} \approx 0.5467
\end{aligned}
$$

Ejercicio 63

Una urna contiene 7 bolas blancas y 12 bolas negras. Se extrae al azar una bola de la urna y se sustituye por dos del otro color. A continuación, se extrae una segunda bola de la urna. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que la segunda bola extraída sea blanca.

b) Calcular la probabilidad de que la segunda bola extraída sea de distinto color que la primera.

c) Calcular la probabilidad de que la primera bola extraída haya sido negra, sabiendo que la segunda bola fue blanca.

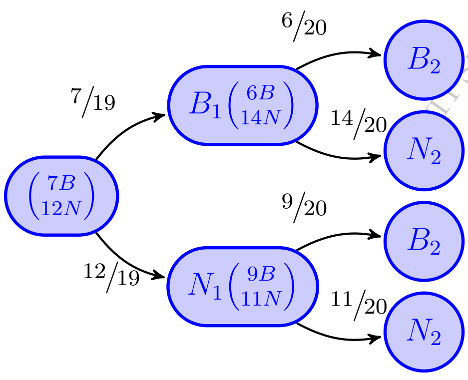
(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2022 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$B_i \equiv \text{"Sale bola } \textbf{blanca} \text{ en la extracción } i\text{"}$$
$$N_i \equiv \text{"Sale bola } \textbf{negra} \text{ en la extracción } i\text{"}$$

a) $$P(B_2) = P\big((B_1 \cap B_2) \cup (N_1 \cap B_2)\big) = P(B_1 \cap B_2) + P(N_1 \cap B_2)$$
$$= P(B_1) \cdot P(B_2 \mid B_1) + P(N_1) \cdot P(B_2 \mid N_1) = \frac{7}{19} \cdot \frac{6}{20} + \frac{12}{19} \cdot \frac{9}{20}$$
$$= \frac{15}{38} \simeq 0.3947$$



b) $$P\big((B_1 \cap N_2) \cup (N_1 \cap B_2)\big)$$
$$= P(B_1 \cap N_2) + P(N_1 \cap B_2)$$
$$= P(B_1) \cdot P(N_2 \mid B_1) + P(N_1) \cdot P(B_2 \mid N_1)$$
$$= \frac{7}{19} \cdot \frac{14}{20} + \frac{12}{19} \cdot \frac{9}{20} = \frac{103}{190} \simeq 0.5421$$

c) $$P(N_1 \mid B_2) = \frac{P(N_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{P(N_1) \cdot P(B_2 \mid N_1)}{P(B_2)}$$
$$= \frac{{}^{12}/_{19} \cdot {}^{9}/_{20}}{{}^{15}/_{38}} = \frac{18}{25} = 0.72$$

Ejercicio 64

De una cesta con 6 sombreros blancos y 3 negros se elige uno al azar. Si el sombrero es blanco, se toma, al azar un pañuelo de un cajón que contiene 2 blancos, 2 negros y 5 con cuadros blancos y negros. Si el sombrero es negro, se elige, al azar, un pañuelo de otro cajón que contiene 2 pañuelos blancos, 4 negros y 4 con cuadros blancos y negros. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que en el pañuelo aparezca algún color que no sea el del sombrero.

b) Calcular la probabilidad de que en al menos uno de los complementos (sombrero o pañuelo) aparezca el color negro.

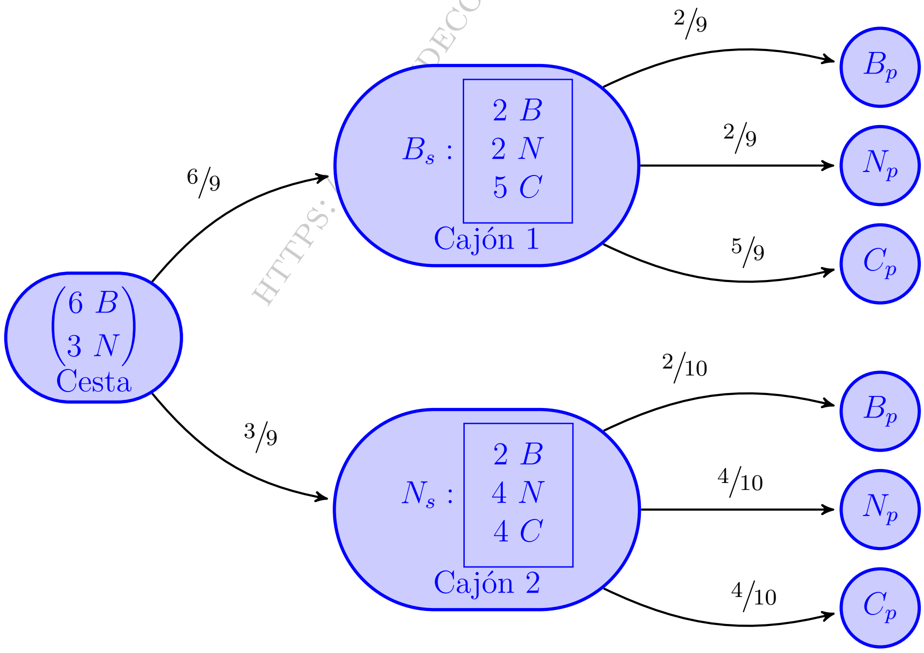
c) Calcular la probabilidad de que el sombrero haya sido negro, sabiendo que el pañuelo ha sido de cuadros.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2022 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$B_s \equiv$ "El sombrero es blanco" $N_s \equiv$ "El sombrero es negro"
$B_p \equiv$ "El pañuelo es blanco" $N_p \equiv$ "El pañuelo es negro"
$C_p \equiv$ "El pañuelo es de cuadros"



a) P("En el pañuelo aparece un color que no es el del sombrero")

$$= 1 - P(\text{“El pañuelo es del mismo color que el somprero”})$$
$$= 1 - P\Big((B_s \cap B_p) \cup (N_s \cap N_p)\Big) = 1 - \Big[P(B_s \cap B_p) + P(N_s \cap N_p)\Big]$$
$$= 1 - \Big[P(B_s) \cdot P(B_p \mid B_s) + P(N_s) \cdot P(N_p \mid N_s)\Big] = 1 - \left(\frac{6}{9} \cdot \frac{2}{9} + \frac{3}{9} \cdot \frac{4}{10}\right)$$
$$= \frac{97}{135} = 0.7185$$

b) P(“Aparezca el negro en algún complemento”)

$$= 1 - P(\text{“Los dos complementos son blancos''})$$

$$= 1 - P(B_s \cap B_p) = 1 - P(B_s)\cdot P(B_p \mid B_s) = 1 - \frac{6}{9}\cdot\frac{2}{9} = \frac{23}{27} = 0.8518$$

c) $$P(N_s \mid C_p) = \frac{P(N_s \cap C_p)}{P(C_p)} = \frac{P(N_s)\cdot P(C_p \mid N_s)}{P(B_s \cap C_p) + P(N_s \cap C_p)}$$

$$= \frac{P(N_s)\cdot P(C_p \mid N_s)}{P(B_s)\cdot P(C_p \mid B_s) + P(N_s)\cdot P(C_p \mid N_s)} = \frac{\frac{3}{9}\cdot\frac{4}{10}}{\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{9} + \frac{3}{9}\cdot\frac{4}{10}} = \frac{9}{34} = 0.2647$$

Ejercicio 65

Una influencer *famosa publica en su Instagram un* 20 % *de fotografías dedicadas a viajes, un* 50 % *referentes a temas de moda y el resto sobre maternidad. El* 5 % *de las publicaciones de viajes reciben menos de* 20000 Me gusta *lo mismo ocurre con el* 20 % *de las de moda y con el* 35 % *de las que tratan asuntos de maternidad. Elegida una fotografía al azar, se pide:*

a) Determinar la probabilidad de que tenga más de 20000 Me gusta.

b) Si tiene menos de 20000 Me gusta, *calcular la probabilidad de que el tema tratado en ella haya sido sobre viajes.*

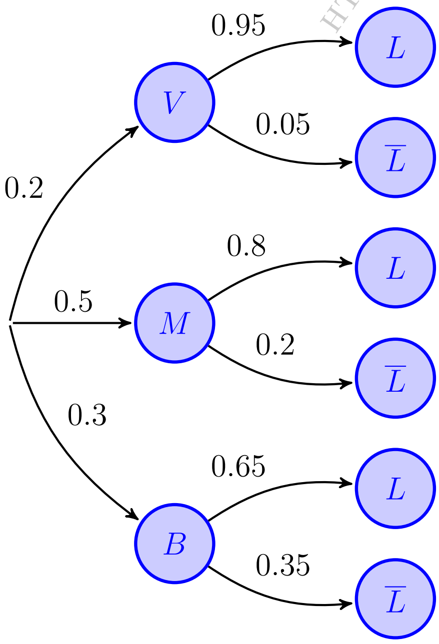
(Madrid - Matemáticas II - Junio 2022 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos

V = “La fotografía es de viajes” M = “La fotografía es de moda”

B = “La fotografía es de maternidad” L = “La foto tiene más de 20000 *Me gusta*”



a) $$P(L) = P\Big((V \cap L) \cup (M \cap L) \cup (B \cap L)\Big)$$
$$= P(V \cap L) + P(M \cap L) + P(B \cap L)$$
$$= P(V)\cdot P(L \mid V) + P(M)\cdot P(L \mid M)$$
$$+ P(B)\cdot P(L \mid B) = 0.2\cdot 0.95$$
$$+ 0.5\cdot 0.8 + 0.3\cdot 0.65 = 0.785$$

b) $$P(V \mid \overline{L}) = \frac{P(V \cap \overline{L})}{P(\overline{L})} = \frac{P(V)\cdot P(\overline{L} \mid V)}{1 - P(L)}$$
$$= \frac{0.2\cdot 0.05}{1 - 0.785} = 0.0465$$

Ejercicio 66

Una empresa comercializa tres tipos de productos A, B y C. Cuatro de cada siete productos son de tipo A, dos de cada siete productos son de tipo B y el resto lo son de tipo C. A la exportación se destina un $40\,\%$ de los productos tipo A, un $60\,\%$ de los productos tipo B y un $20\,\%$ de los productos tipo C. Elegido un producto al azar, se pide:

a) Calcular la probabilidad de que el producto sea destinado a la exportación.

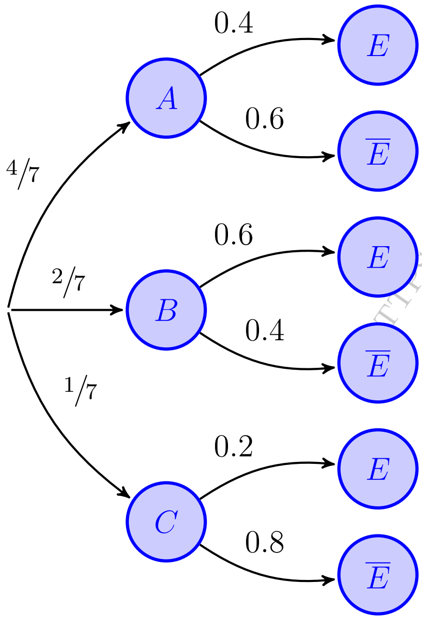
b) Calcular la probabilidad de que sea del tipo C sabiendo que el producto es destinado a la exportación.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2022 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$
\begin{aligned}
A &\equiv \text{“El producto es del tipo } A\text{”}\\
B &\equiv \text{“El producto es del tipo } B\text{”}\\
C &\equiv \text{“El producto es del tipo } C\text{”}\\
E &\equiv \text{“El producto se dedica a la exportación”}
\end{aligned}
$$



a) $$
\begin{aligned}
P(E) &= P\big((A\cap E)\cup(B\cap E)\cup(C\cap E)\big)\\
&= P\big((A\cap E)+P(B\cap E)+P(C\cap E)\big)\\
&= P(A)\cdot P(E\mid A)+P(B)\cdot P(E\mid B)\\
&+P(C)\cdot P(E\mid C)=\frac{4}{7}\cdot 0.4\\
&\frac{2}{7}\cdot 0.6+\frac{1}{7}\cdot 0.2=0.4286
\end{aligned}
$$

b) $$P(C\mid E)=\frac{{}^1\!/_7\cdot 0.2}{0.4286}=0.0667$$

Ejercicio 67 (2.5 *puntos*)

Siete de cada veinte personas que entran en cierta joyería acaban comprando algún artículo. El 75 % de las personas que se marchan sin comprar nada tienen menos de 50 años y el 80 % de las personas que realizan alguna compra tienen al menos 50 años. Entra un cliente en la joyería. Se pide:

a) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que sea menor de 50 años.

b) (1.25 puntos) Sabiendo que tiene como mínimo 50 años, hallar la probabilidad de que salga de la tienda sin haber comprado nada.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2023 - Opción B - Coincidentes)

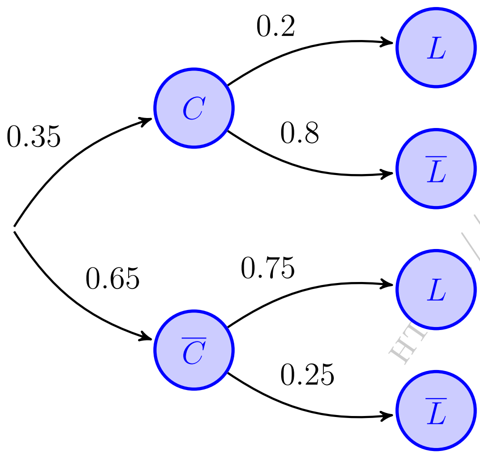
Solución.

Sean los sucesos:

$$C \equiv \text{“El cliente compra en la joyería”}$$
$$L \equiv \text{“El cliente tiene menos de 50 años”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(C) = \frac{7}{20} = 0.35 \quad \& \quad P(L \mid \overline{C}) = 0.75 \quad \& \quad P(\overline{L} \mid C) = 0.8$$



a) $P(L) = P\big((C \cap L) \cup (\overline{C} \cap L)\big)$
$$= P(C \cap L) + P(\overline{C} \cap L)$$
$$= P(C) \cdot P(L \mid C) + P(\overline{C}) \cdot P(L \mid \overline{C})$$
$$= 0.35 \cdot 0.2 + 0.65 \cdot 0.75 = 0.5575$$

b) $P(\overline{C} \mid \overline{L}) = \dfrac{P(\overline{C} \cap \overline{L})}{P(\overline{L})} = \dfrac{P(\overline{C}) \cdot P(\overline{L} \mid \overline{C})}{1 - P(L)}$
$$= \frac{0.65 \cdot 0.25}{1 - 0.5575} = 0.3672$$

Ejercicio 68 (2.5 *puntos*)

En la sección de idiomas de una biblioteca municipal se tienen libros, en francés o inglés, de tres categorías: el 50 % son cuentos infantiles, el 30 %, novelas históricas y el resto, manuales técnicos. Uno de cada cinco de los cuentos está en francés y una de cada tres de las novelas, en inglés. Por otra parte, uno de cada siete de los libros en francés es un manual técnico. Se toma un libro al azar y se pide:

a) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que esté en francés si no es un manual técnico.

b) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que esté escrito en francés, y la probabilidad de que si está en inglés sea una novela histórica.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2024 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

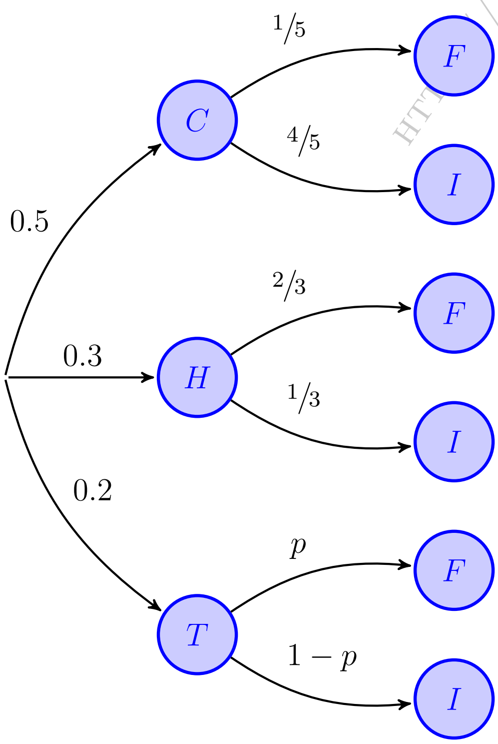
$C \equiv$ "El libro es un cuento infantil" $\quad$ $H \equiv$ "El libro es una novela histórica"

$T \equiv$ "El libro es un manual técnico" $\quad$ $F \equiv$ "El libro está escrito en francés"

$I \equiv$ "El libro está escrito en inglés"

a) $$P(F \mid \overline{T}) = \frac{P(F \cap \overline{T})}{P(\overline{T})} = \frac{P\Big((C \cap F) \cup (H \cap F)\Big)}{P(C \cup H)} = \frac{P(C \cap F) + P(H \cap F)}{P(C) + P(H)}$$

$$= \frac{P(C) \cdot P(F \mid C) + P(H) \cdot P(F \mid H)}{P(C) + P(H)} = \frac{0.5 \cdot \frac{1}{5} + 0.3 \cdot \frac{2}{3}}{0.5 + 0.3} \implies \boxed{P(F \mid \overline{T}) = 0.375}$$



b) $$P(F) = P\Big((C \cap F) \cup (H \cap F) \cup (T \cap F)\Big)$$

$$= P(C \cap F) + P(H \cap F) + P(T \cap F)$$

$$= P(C) \cdot P(F \mid C) + P(H) \cdot P(F \mid H)$$

$$+ P(T) \cdot P(F \mid T) = 0.5 \cdot \frac{1}{5} + 0.3 \cdot \frac{2}{3} + 0.2p$$

$$= 0.3 + 0.2p$$

$$P(T \mid F) = \frac{P(T \cap F)}{P(F)} = \frac{P(T) \cdot P(F \mid T)}{P(F)}$$

$$= \frac{0.2p}{0.3 + 0.2p} = \frac{1}{7}$$

$$\implies 1.4p = 0.3 + 0.2p \implies p = 0.25$$

$$P(F) = 0.3 + 0.2 \cdot 0.25 \implies \boxed{P(F) = 0.35}$$

$$P(H \mid I) = \frac{P(H \cap I)}{P(I)} = \frac{P(H) \cdot P(I \mid H)}{1 - P(F)}$$

$$= \frac{0.3 \cdot \frac{1}{3}}{1 - 0.35} \implies \boxed{P(H \mid I) = 0.1538}$$

Ejercicio 69 (2.5 *puntos*)

Entre los ciudadanos de 14 años o más de cierto país, el 20 % de la población tienen entre 14 y 24 años, el 50 % entre 25 y 64 y el resto más de 64 años. Según datos recogidos por el ministerio de cultura de ese país, el 74 % de sus ciudadanos de entre 14 y 24 es lector habitual, mientras que el porcentaje decrece hasta el 65.8 % entre los de 25 a 64 y al 53.7 % entre los mayores de 64. Elegido un ciudadano al azar del país en cuestión de 14 años o más, se pide:

a) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que sea lector habitual.

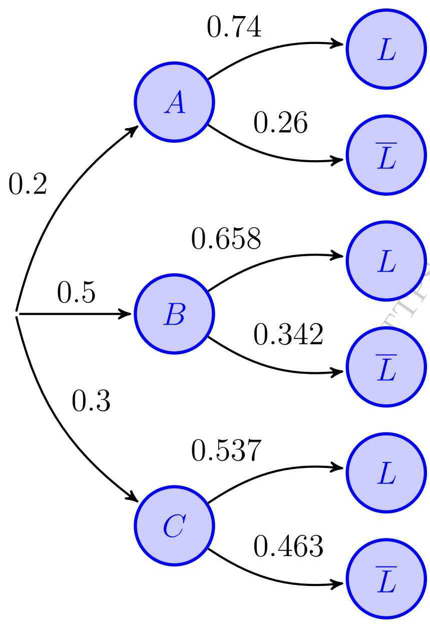
b) (1.25 puntos) Si no es lector habitual, calcular la probabilidad de que tenga entre 25 y 64 años.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“El ciudadano tiene 14 y 24 años”}$$
$$B \equiv \text{“El ciudadano tiene entre 25 y 64 años”}$$
$$C \equiv \text{“El ciudadano tiene más de 64 años”}$$
$$L \equiv \text{“El ciudadano es lector habitual”}$$



a) $P(L) = P\big((A\cap L)\cup(B\cap L)\cup(C\cap L)\big)$
$= P(A\cap L) + P(B\cap L) + P(C\cap L)$
$= P(A)\cdot P(L \mid A) + P(B)\cdot P(L\mid B)$
$+ P(C)\cdot P(L\mid C) = 0.2\cdot 0.74$
$+ 0.5\cdot 0.658 + 0.3\cdot 0.537 = 0.6381$

b) $P(B\mid \overline{L}) = \dfrac{P(B\cap \overline{L})}{P(\overline{L})} = \dfrac{P(B)\cdot P(\overline{L}\mid B)}{1-P(L)}$
$= \dfrac{0.5\cdot 0.342}{1-0.6381} = 0.4725$

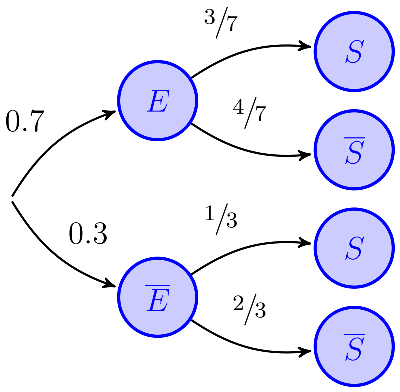
Ejercicio 70 (2.5 *puntos*)

En una empresa tecnológica internacional el 70 % de los empleados son europeos, una tercera parte de los empleados no europeos se dedica al desarrollo de software, labor a la que se dedican también tres de cada siete de los empleados europeos. Por el cincuenta aniversario la empresa elige al azar un empleado que será agraciado con un importante paquete de acciones de la empresa. Con estos datos se pide:

a) (1 punto) Calcular la probabilidad de que el empleado agraciado sea uno de los europeos que no realiza desarrollo de software en la empresa.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción A - Coincidentes)

Solución.



Sean los sucesos:

$E \equiv$ "El empleado es europeo"
$S \equiv$ "El empleado es desarrollador de software"

a) $P(E \cap \overline{S}) = P(E) \cdot P(\overline{S} \mid E) = 0.7 \cdot \dfrac{4}{7} = 0.4$

Ejercicio 71 (2.5 *puntos*)

> *La probabilidad de que un corredor sufra una caída en un día con lluvia es de* 0.08 *y en un día seco es de* 0.004*. La probabilidad de que llueva y se caiga es de* 0.032*. Hoy un corredor ha salido. Se pide:*
>
> *a) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que vuelva a casa sin haberse caído.*
>
> *b) (1.25 puntos) Hallar la probabilidad de que, sabiendo que se ha caído, no esté lloviendo.*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Julio 2025 - Opción B)*

Solución.

Sean los sucesos:

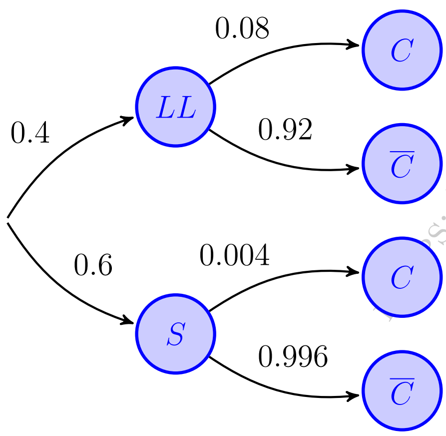
$LL \equiv$ "El día es lluvioso" $\qquad S \equiv$ "El día es seco"

$C \equiv$ "El corredor sufre una caída"

Del enunciado tenemos:

$$P(C \mid LL) = 0.08 \qquad \& \qquad P(C \mid S) = 0.004$$

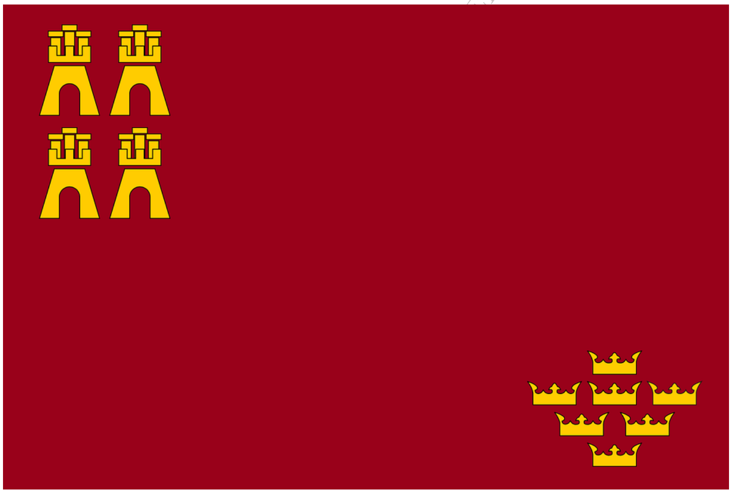
$$P(LL \cap C) = P(LL) \cdot P(C \mid LL) = P(LL) \cdot 0.08 = 0.032 \implies P(LL) = 0.4$$



a)
$$\begin{aligned} P(\overline{C}) &= P\Big((LL \cap \overline{C}) \cup (S \cap \overline{C})\Big) \\ &= P(LL \cap \overline{C}) + P(S \cap \overline{C}) \\ &= P(LL) \cdot P(\overline{C} \mid LL) + P(S) \cdot P(\overline{C} \mid S) \\ &= 0.4 \cdot 0.92 + 0.6 \cdot 0.996 = 0.9656 \end{aligned}$$

b)
$$P(S \mid C) = \frac{P(S \cap C)}{P(C)} = \frac{P(S) \cdot P(C \mid S)}{1 - P(\overline{C})} = \frac{0.6 \cdot 0.004}{1 - 0.9656} = 0.0698$$

Murcia



Ejercicio 72 (2.5 *puntos*)

Dos urnas A y B contienen bolas de colores con la siguiente composición: La urna A contiene 3 bolas verdes, 3 bolas rojas y 4 bolas negras, y la urna B contiene 1 bola verde, 3 bolas rojas y 5 bolas negras. Se saca al azar una bola de la urna A y se mete en la urna B. A continuación se saca al azar una bola de la urna B. Calcule:

a) (0.5 puntos) La probabilidad de que la bola que se saca de la urna B sea negra, sabiendo que la bola que se sacó de la urna A era verde.

b) (1 punto) La probabilidad de que la bola que se saca de la urna B sea negra.

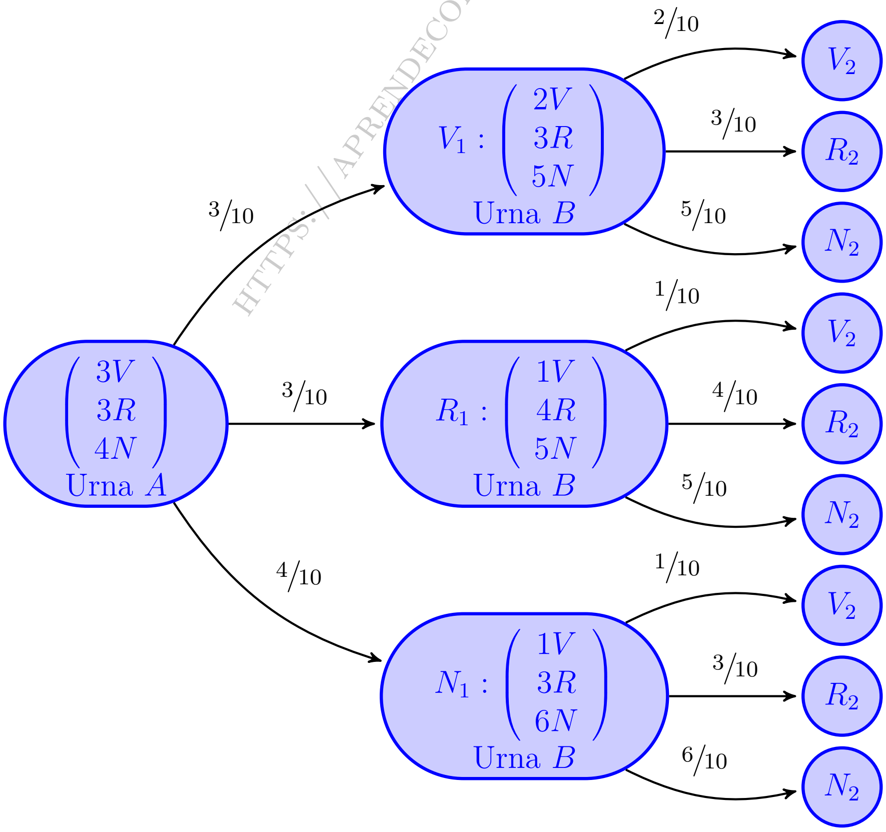
c) (1 punto) La probabilidad de que la bola que se sacó de la urna A fuera verde, sabiendo que la bola se ha sacado de la urna B ha sido negra.

(Región de Murcia - Matemáticas II - Junio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$V_1 \equiv$ "Se pasa bola verde de A a B" $\quad V_2 \equiv$ "Se extrae bola verde de la urna B"
$R_1 \equiv$ "Se pasa bola roja de A a B" $\quad R_2 \equiv$ "Se extrae bola roja de la urna B"
$N_1 \equiv$ "Se pasa bola negra de A a B" $\quad N_2 \equiv$ "Se extrae bola negra de la urna B"



a) $P(N_2 \mid V_1) = \dfrac{5}{10} = 0.5$

b) $P(N_2) = P\Big((V_1 \cap N_2) \cap (R_1 \cap N_2) \cap (N_1 \cap N_2)\Big) = P(V_1 \cap N_2) + P(R_1 \cap N_2) + P(N_1 \cap N_2)$

$$= P(V_1) \cdot P(N_2 \mid V_1) + P(R_1) \cdot P(N_2 \mid R_1) + P(N_1) \cdot P(N_2 \mid N_1)$$
$$= \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{10} + \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{54}{100} = 0.54$$

c) $P(V_1 \mid N_2) = \dfrac{P(V_1 \cap N_2)}{P(N_2)} = \dfrac{P(V_1) \cdot P(N_2 \mid V_1)}{P(N_2)} = \dfrac{3/10 \cdot 5/10}{0.54} = 0.2778$

Ejercicio 73 (2.5 *puntos*)

En un cine hay 3 salas y un total de 250 espectadores, repartidos de la siguiente manera: 100 espectadores en la sala A, 50 en la sala B y 100 en la sala C. Se sabe que la película de la sala A gusta al 80 % de los espectadores, la de la sala B al 20 % de los espectadores y la de la sala C al 60 % de los espectadores. A la salida de las tres películas, se elige un espectador al azar. Calcule:

a) (0.25 puntos) La probabilidad de que el espectador haya estado en la sala C.

b) (0.5 puntos) La probabilidad de que le haya gustado la película, sabiendo que ha estado en la sala C.

c) (0.5 puntos) La probabilidad de que le haya gustado la película y haya estado en la sala C.

d) (0.75 puntos) La probabilidad de que le haya gustado la película.

e) (0.5 puntos) La probabilidad de que le haya gustado la película o haya estado en la sala C.

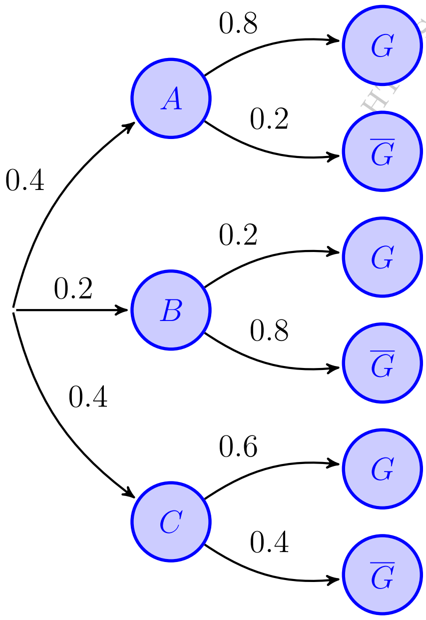
(Región de Murcia - Matemáticas II - Julio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ "La película se proyecta en la sala A" $B \equiv$ "La película se proyecta en la sala B"
$C \equiv$ "La película se proyecta en la sala C" $G \equiv$ "Al espectador le gusta la película"

$$P(A) = \frac{100}{250} = 0.4 \quad \& \quad P(A) = \frac{50}{250} = 0.2 \quad \& \quad P(C) = \frac{100}{250} = 0.4$$



a) $P(C) = 0.4$

b) $P(G \mid C) = 0.6$

c) $P(G \cap C) = P(C) \cdot P(G \mid C) = 0.5 \cdot 0.6 = 0.24$

d) $$\begin{aligned} P(G) &= P\big((A \cap G) \cup (B \cap G) \cup (C \cap G)\big) \\ &= P(A \cap G) + P(B \cap G) + P(C \cap G) \\ &= P(A) \cdot P(G \mid A) + P(B) \cdot P(G \mid B) \\ &+ P(C) \cdot P(G \mid C) = 0.4 \cdot 0.8 \\ &+ 0.2 \cdot 0.2 + 0.4 \cdot 0.6 = 0.6 \end{aligned}$$

e) $$\begin{aligned} P(G \cup C) &= P(G) + P(C) - P(G \cap C) \\ &= 0.6 + 0.4 - 0.24 = 0.76 \end{aligned}$$

Ejercicio 74 (2.5 *puntos*)

Considere dos urnas, U_1 y U_2, tales que en U_1 hay 2 bolas rojas y 3 verdes, y en U_2 hay 6 bolas rojas y 3 verdes. El experimento aleatorio consiste en sacar una bola de U_1, depositarla en U_2 y, a continuación, sacar una bola de U_2. Calcule la probabilidad de que:

a) (0.5 puntos) Salga una bola roja en U_2 sabiendo que ha salido roja en U_1.

b) (0.5 puntos) Salga una bola verde en U_2 sabiendo que ha salido roja en U_1.

c) (0.75 puntos) Salga una bola verde en U_2.

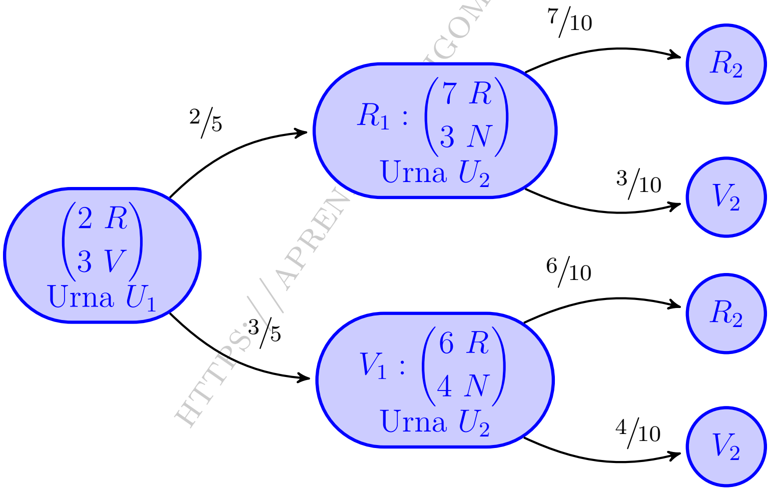
d) (0.75 puntos) Haya salido roja en U_1 sabiendo que ha salido roja en U_2.

(Región de Murcia - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$R_i \equiv \text{“Sacar una bola roja en la extracción } i\text{”}$$
$$V_i \equiv \text{“Sacar una bola verde en la extracción } i\text{”}$$



a) $P(R_2 \mid R_1) = \dfrac{7}{10} = 0.7$

b) $P(V_2 \mid R_1) = \dfrac{3}{10} = 0.3$

c) $P(V_2) = P\Big((R_1 \cap V_2) \cup (V_1 \cap V_2)\Big) = P(R_1 \cap V_2) + P(V_1 \cap V_2)$

$$= P(R_1) \cdot P(V_2 \mid R_1) + P(V_1) \cdot P(V_2 \mid V_1) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10} + \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{10} = \frac{9}{25} = 0.36$$

d) $P(R_1 \mid R_2) = \dfrac{P(R_1 \cap R_2)}{P(R_2)} = \dfrac{P(R_1) \cdot P(R_2 \mid R_1)}{1 - P(R_2)} = \dfrac{\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{10}}{1 - 0.36} = 0.4375$

Ejercicio 75 (2.5 *puntos*)

En un cine hay tres salas. En la sala S_1 hay 240 espectadores, en la sala S_2 hay 180 y en la sala S_3 hay 80. Se sabe que la película de la sala S_1 gusta al 40 % de los espectadores, la de la sala S_2 al 50 % y la de la sala S_3 al 90 %. Cuando acaban las tres películas se elige a un espectador al azar.

a) *(1 punto) Calcule la probabilidad de que le haya gustado la película.*

b) *(0.5 puntos) Calcule la probabilidad de que le haya gustado si ha estado en la sala S_3.*

c) *(1 punto) Calcule la probabilidad de que haya estado en la sala S_3 si le ha gustado.*

(Región de Murcia - Matemáticas II - Julio 2025 - Opción A - Extraordinario)

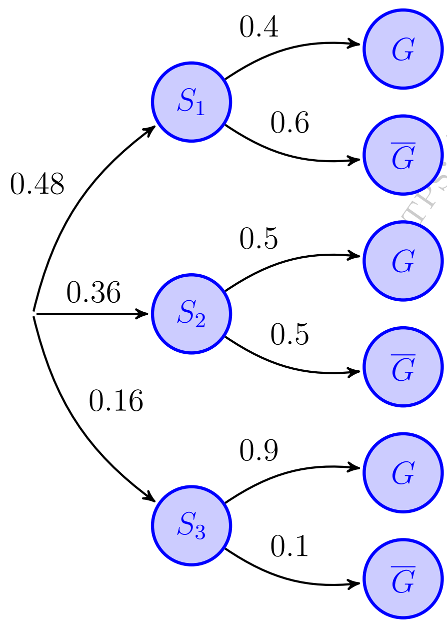
Solución.

Sean los sucesos:

$S_1 \equiv$ "El espectador es de la sala S_1" $\quad$ $S_2 \equiv$ "El espectador es de la sala S_2"
$S_3 \equiv$ "El espectador es de la sala S_3" $\quad$ $G \equiv$ "Al espectador le gustó la película"

Del enunciado tenemos:

$$P(S_1) = \frac{240}{240+180+80} = 0.48 \quad \& \quad P(S_2) = \frac{180}{500} = 0.36 \quad \& \quad P(S_3) = \frac{80}{500} = 0.16$$

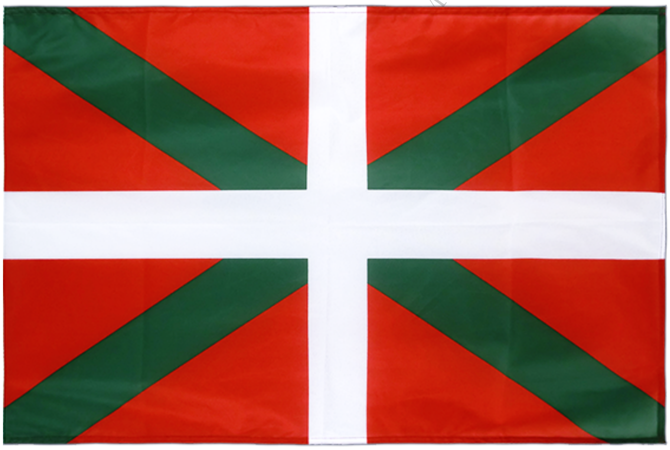


a) $P(G) = P\big((S_1 \cap G) \cup (S_2 \cap G) \cup (S_3 \cap G)\big)$
$= P(S_1 \cap G) + P(S_2 \cap G) + P(S_3 \cap G)$
$= P(S_1) \cdot P(G \mid S_1) + P(S_2) \cdot P(G \mid S_2)$
$+ P(S_3) \cdot P(G \mid S_3) = 0.48 \cdot 0.4$
$+ 0.36 \cdot 0.5 + 0.16 \cdot 0.9 = 0.516$

b) $P(G \mid S_3) = 0.9$

c) $P(S_3 \mid G) = \dfrac{P(S_3 \cap G)}{P(G)} = \dfrac{P(S_3) \cdot P(G \mid S_3)}{P(G)}$
$= \dfrac{0.16 \cdot 0.9}{0.516} = 0.2791$

País Vasco



Ejercicio 76 (2.5 *puntos*)

Tenemos dos urnas con bolas de colores. La urna A contiene 3 bolas verdes, 5 bolas rojas y 4 bolas azules. La urna B contiene 2 bolas verdes, 2 bolas rojas y 3 bolas azules. Se saca, al azar una bola de la urna A y se mete en la urna B. Posteriormente se saca una bola de la urna B.

a) *(0.5 puntos) Realiza el correspondiente diagrama de árbol.*

b) *(0.75 puntos) Calcula la probabilidad de que la bola extrída de la urna B sea verde.*

c) *(0.5 puntos) Calcula la probabilidad de que la bola extraída de la urna B sea verde sabiendo que la bola extraída de la urna A ha sido roja.*

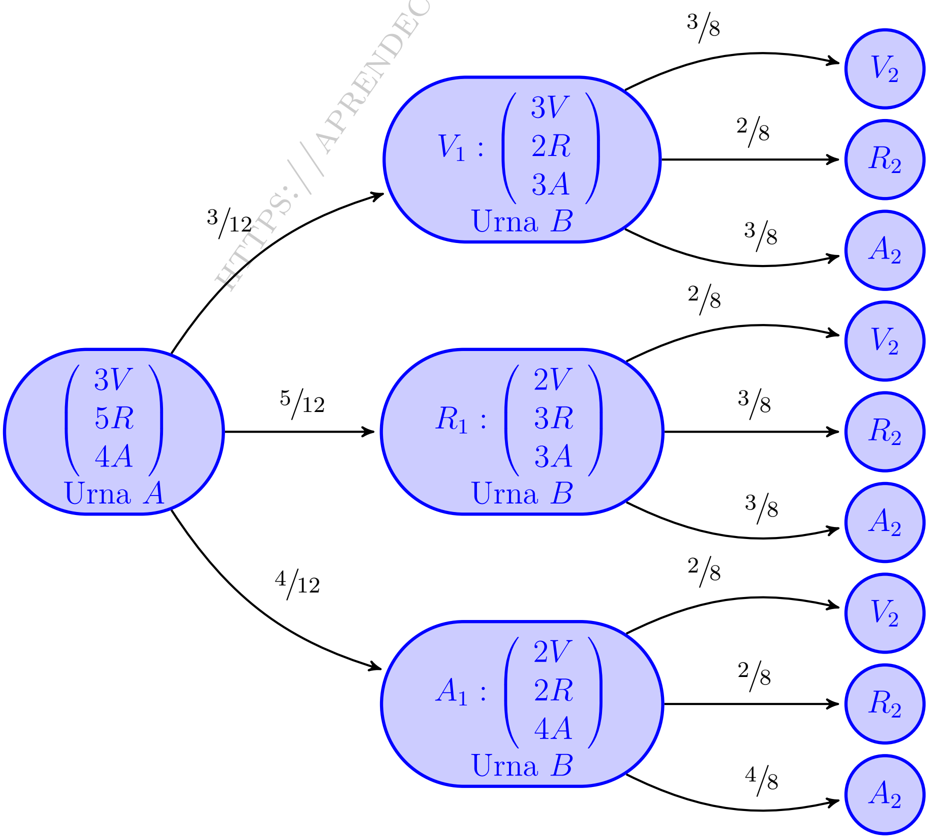
d) *(0.75 puntos) Sabiendo que la bola extraída de la urna B es verde, calcula la probabilidad de que la bola extraída de la urna A haya sido roja.*

(País Vasco - Matemáticas II - Junio 20245)

Probabilidad y Estadística

Solución.

a) Sean los sucesos: $V_i \equiv$ "La bola extraída de la urna i es de color verde"
$R_i \equiv$ "La bola extraída de la urna i es de color rojo"
$A_i \equiv$ "La bola extraída de la urna i es de color azul"



b) $$P(V_2) = P\Big((V_1 \cap V_2) \cup (R_1 \cap V_2) \cup (A_1 \cap V_2)\Big) = P(V_1 \cap V_2) + P(R_1 \cap V_2) + P(A_1 \cap V_2)$$
$$= P(V_1) \cdot P(V_2 \mid V_1) + P(R_1) \cdot P(V_2 \mid R_1) + P(A_1) \cdot P(V_2 \mid A_1)$$

$$= \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{8} + \frac{5}{12} \cdot \frac{2}{8} + \frac{4}{12} \cdot \frac{2}{8} = \frac{9}{32} \simeq 0.2813$$

c) $P(V_2 \mid R_1) = \dfrac{2}{8} = 0.25$

d) $P(R_1 \mid V_2) = \dfrac{P(R_1 \cap V_2)}{P(V_2)} = \dfrac{P(R_1) \cdot P(V_2 \mid R_1)}{P(V_2)} = \dfrac{\frac{5}{12} \cdot \frac{2}{8}}{\frac{9}{32}} = \dfrac{10}{27} \simeq 0.3704$

Ejercicio 77 (2.5 *puntos*)

Según estimación de cifras de cáncer en 2024, el número de cánceres diagnosticados en España durante el año 2024 alcanzará los 286664 casos, lo que supone un ligero incremento del 2.65 % respecto a 2023 con 279260 casos, según el informe "Las cifras del cáncer en España 2024", elaborado por la Sociedad Española de Oncología Médica (SEOM) y Red Española de Registros de Cáncer (REDECAN).
La estimación por edad y sexo es la siguiente: 5.56 % menores de 45 años, de los cuales el 62.86 % son mujeres; 59.77 % mayores de 65 años, de los cuales el 39.11 % son mujeres; del resto, el 42.25 % son mujeres.

a) *(0.75 puntos) Seleccionada al azar una persona que ha tenido cáncer en 2024, calcula la probabilidad de que sea mujer.*

b) *(0.75 puntos) Calcula el número probable de mujeres que han tenido cáncer en 2024 que son mayores de 65 años.*

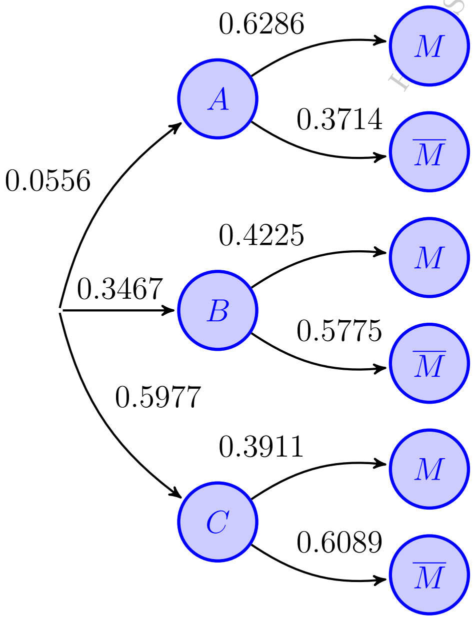
c) *(0.75 puntos) Seleccionada al azar una mujer que ha tenido cáncer en 2024, calcula la probabilidad de que tenga 65 años o menos.*

d) *(0.25 puntos) Seleccionada al azar una persona que ha tenido cáncer en 2024, ¿qué es más probable, que sea mujer o que no lo sea? Razona tu respuesta teniendo en cuenta únicamente los resultados anteriores.*

(País Vasco - Matemáticas II - Julio 2025 - Opción Unica - Extraordinario)

Solución. Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El paciente es menor de 45 años" $B \equiv$ "El paciente está entre 45 y 65 años"
$C \equiv$ "El paciente tiene más de 65 años" $M \equiv$ "El paciente es mujer"
$\overline{M} \equiv$ "El paciente es hombre"



a) $P(M) = P\Big((A \cap M) \cup (B \cap M) \cup (C \cap M)\Big)$
$= P(A \cap M) + P(B \cap M) + P(C \cap M)$
$= P(A) \cdot P(M \mid A) + P(B) \cdot P(M \mid B)$
$+ P(C) \cdot P(M \mid C) = 0.0556 \cdot 0.6286$
$+ 0.3467 \cdot 0.4225 + 0.5977 \cdot 0.3911 = 0.4152$

b) $P(C \cap M) = P(C) \cdot P(M \mid C) = 0.5977 \cdot 0.3911$
$= 0.2338 \xRightarrow{\times 286664} 67011$ mujeres

c) $P(\overline{C} \mid M) = 1 - P(C \mid M) = 1 - \dfrac{P(C \cap M)}{P(M)}$
$= 1 - \dfrac{P(C) \cdot P(M \mid C)}{P(M)}$
$= 1 - \dfrac{0.5977 \cdot 0.3911}{0.4152} = 0.437$

d) $P(M) = 0.4152 < P(\overline{M}) = 1 - P(M) = 1 - 0.4152 = 0.5848$, por lo que, elegida una persona al azar que tuvo cáncer en 2024, es más probable que sea hombre.

La Rioja

Ejercicio 78 (2 *puntos*)

En una empresa automovilística se ha recibido un lote de piezas de coches de tipos A, B y C. El 80 % corresponde al coche de tipo A, el 10 % al B y el resto al C. Se ha observado que hay piezas que están defectuosas en los siguientes porcentajes: el 10 % de A, el 20 % de B y el 5 % de C. Se elige una pieza al azar. Calcula:

I) *(1 punto) la probabilidad de coger una pieza defectuosa.*

II) *(1 punto) si sabemos que la pieza es defectuosa, la probabilidad de que sea del tipo A*

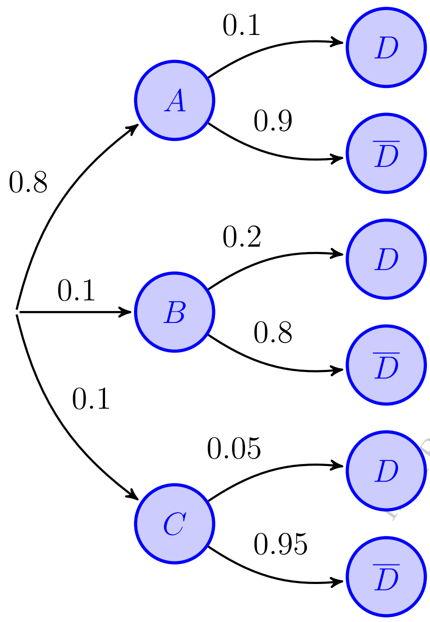
(La Rioja - Matemáticas II - Junio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El coche es del tipo A" $\quad$ $B \equiv$ "El coche es del tipo B"

$C \equiv$ "El coche es del tipo C" $\quad$ $D \equiv$ "La pieza es defectuosa"



I) $$\begin{aligned} P(D) &= P\big((A\cap D)\cup(B\cap D)\cup(C\cap D)\big) \\ &= P(A\cap D)+P(B\cap D)+P(C\cap D) \\ &= P(A)\cdot P(D\mid A)+P(B)\cdot P(D\mid B) \\ &+ P(C)\cdot P(D\mid C) = 0.8\cdot 0.1 \\ &+ 0.1\cdot 0.2 + 0.1\cdot 0.05 = 0.105 \end{aligned}$$

II) $$\begin{aligned} P(A\mid D) &= \frac{P(A\cap D)}{P(D)} = \frac{P(A)\cdot P(D\mid A)}{P(D)} \\ &= \frac{0.8\cdot 0.1}{0.105} = 0.7619 \end{aligned}$$

Ejercicio 79 (2 *puntos*)

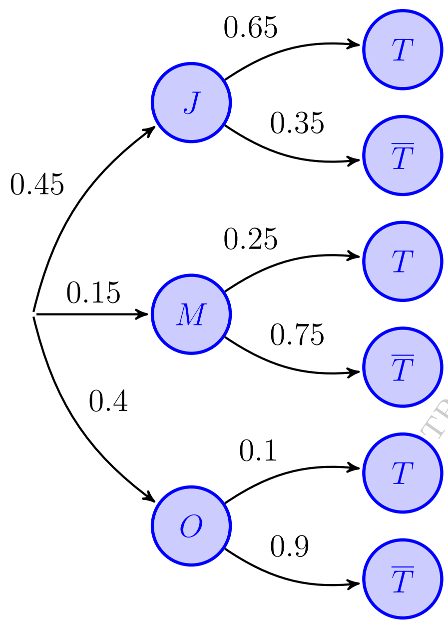
> *La estadística de un equipo de baloncesto en un partido, desvela que el* 45 % *de los puntos conseguidos por el equipo corresponde al jugador número* 23*, de los cuales el* 65 % *son triples;* 15 % *al jugador número* 6 *de los cuales el* 25 % *son triples y el resto de la puntuación, siendo el* 10 % *triples, corresponde a otros jugadores del equipo. Halla la probabilidad de que:*
>
> I) *(1 punto) una de las jugadas del equipo haya acabado en un triple.*
>
> II) *(1 punto) sabiendo que la canasta ha sido un triple, haya sido conseguida por el jugador número* 23*.*
>
> *(La Rioja - Matemáticas II - Julio 2023)*

Solución.

Sean los sucesos:

$J \equiv$ "El jugador es el nº 23" $\qquad M \equiv$ "El jugador es el nº 6"

$O \equiv$ "Es otro jugador" $\qquad T \equiv$ "La canasta es un triple"



I) $$\begin{aligned} P(T) &= P\Big((J\cap T)\cup(M\cap T)\cup(O\cap T)\Big) \\ &= P(J\cap T)+P(M\cap T)+P(O\cap T) \\ &= P(J)\cdot P(T\mid J)+P(M)\cdot P(T\mid M) \\ &+P(O)\cdot P(T\mid O) = 0.45\cdot 0.65 \\ &+0.15\cdot 0.25+0.4\cdot 0.1 = 0.37 \end{aligned}$$

II) $$\begin{aligned} P(J\mid T) &= \frac{P(J\cap T)}{P(T)} = \frac{P(J)\cdot P(T\mid J)}{P(T)} \\ &= \frac{0.45\cdot 0.65}{0.37} = 0.7905 \end{aligned}$$

Ejercicio 80 (2 *puntos*)

El 2 % de la población mundial padece una cierta enfermedad. Se dispone de una prueba para detectarla, pero no es fiable. En el 98 % de los casos da positivo en personas enfermas. Y en el 4 % de los casos da positivo en personas sanas. Halla

a) La probabilidad de que una persona esté sana, habiendo salido la prueba positiva.

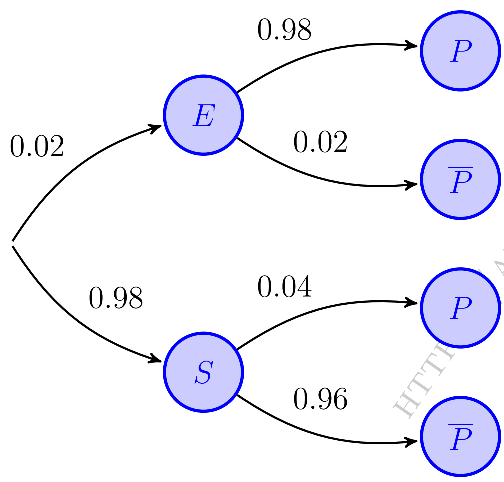
b) Habiendo salido la prueba negativa, la probabilidad de que una persona está enferma.

(La Rioja - Matemáticas II - Julio 2024 - Extraordinario)

Solución.

Sean los sucesos:

$$E \equiv \text{“La persona está enferma”}$$
$$S \equiv \text{“La persona está sana”}$$
$$P \equiv \text{“El test da positivo para la enfermedad”}$$

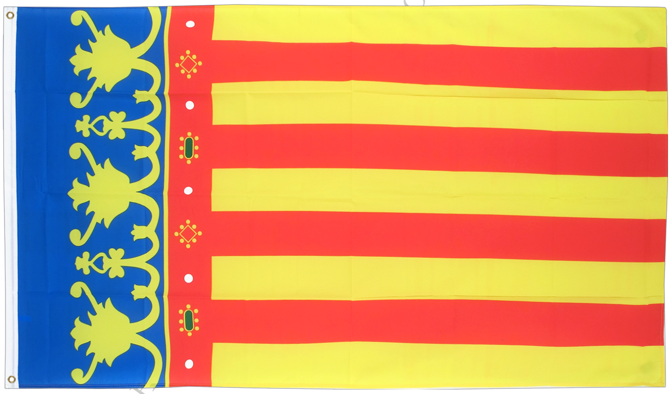


a) $$P(P) = P\big((E \cap P) \cup (S \cap P)\big)$$
$$= P(E \cap P) + P(S \cap P)$$
$$= P(E) \cdot P(P \mid E) + P(S) \cdot P(P \mid S)$$
$$= 0.02 \cdot 0.98 + 0.98 \cdot 0.04 = 0.0588$$

$$P(S \mid P) = \frac{P(S \cap P)}{P(P)} = \frac{P(S) \cdot P(P \mid S)}{P(P)}$$
$$= \frac{0.98 \cdot 0.04}{0.0588} = 0.6664$$

b) $$P(E \mid \overline{P}) = \frac{P(E \cap \overline{P})}{P(\overline{P})} = \frac{P(E) \cdot P(\overline{P} \mid E)}{1 - P(P)}$$
$$= \frac{0.02 \cdot 0.02}{1 - 0.0588} = 4.1 \cdot 10^{-4} = 0.00041$$

Comunidad Valenciana



Ejercicio 81 (2.5 *puntos*)

Una máquina funciona en nodo automático el 70 % de los días y de modo manual el resto de los días. La probabilidad de que tenga un fallo cuando funciona en modo automático es 0.15. *La probabilidad de eque tenga un fallo cuando funciona en modo manual es* 0.05. *Obtenga:*

a) (5 puntos) La probabilidad de que no tenga ningún fallo.

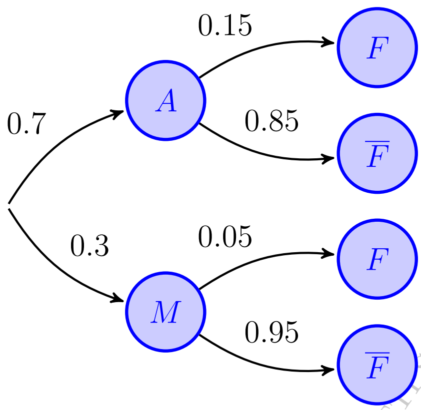
b) (5 puntos) Si un día tiene un fallo, ¿cuál es la probabilidad de que haya funcionado en modo manual?

(Comunidad Valenciana - Matemáticas II - Modelo 2024)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“La máquina funciona en modo automático”}$$
$$M \equiv \text{“La máquina funciona en modo manual”}$$
$$F \equiv \text{“La máquina falla”}$$



a)
$$\begin{aligned} P(\overline{F}) &= P\big((A\cap\overline{F})\cup(M\cap\overline{F})\big) \\ &= P(A\cap\overline{F}) + P(M\cap\overline{F}) \\ &= P(A)\cdot P(\overline{F}\mid A) + P(M)\cdot P(\overline{F}\mid M) \\ &= 0.7\cdot 0.85 + 0.3\cdot 0.95 = 0.88 \end{aligned}$$
$$P(F) = 1 - P(\overline{F}) = 1 - 0.88 = 0.12$$

b)
$$\begin{aligned} P(M\mid F) &= \frac{P(M\cap F)}{P(F)} = \frac{P(M)\cdot P(F\mid M)}{P(F)} \\ &= \frac{0.3\cdot 0.05}{0.12} = 0.125 \end{aligned}$$

Ejercicio 82 (2.5 *puntos*)

Una bolsa contiene dos monedas que llamamos M_1 y M_2. La moneda M_1 es una moneda trucada que tiene impresa una cara en uno de sus lados y una cruz en el otro. La probabilidad de obtener cara con la moneda M_1 es de 0.6. La moneda M_2 tiene una cara impresa en ambos lados.

a) Escogemos una moneda al azar de la bolsa, la lanzamos, anotamos el resultado y la devolvemos a la bolsa. Repetimos esta acción tres veces.

1. (3 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de haber obtenido tres caras?

2. (3 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de haber obtenido exactamente una cruz?

b) (4 puntos) Se elige al azar una moneda de la bolsa y se lanza dos veces observándose dos caras. Calcular la probabilidad de que la moneda seleccionada sea la moneda M_1. Responder a la misma pregunta para la moneda M_2.

(Comunidad Valenciana - Matemáticas II - Junio 2024)

Solución.

a) Sean los sucesos:

$M_1 \equiv$ "La moneda elegida es la M_1" $\quad M_2 \equiv$ "La moneda elegida es la M_2"

$C \equiv$ "Sale cara al lanzar la moneda" $\quad X \equiv$ "Sale cruz al lanzar la moneda"

$$P(M_1) = P(M_2) = \frac{1}{2} \quad \& \quad P(C \mid M_1) = 0.6 \quad \& \quad P(C \mid M_2) = 1$$

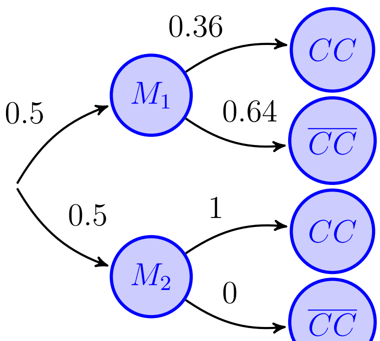
$$P(C) = P\Big((M_1 \cap C) \cup (M_2 \cap C)\Big) = P(M_1 \cap C) + P(M_2 \cap C) = P(M_1) \cdot P(C \mid M_1)$$
$$+ P(M_2) \cdot P(C \mid M_2) = \frac{1}{2} \cdot 0.6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = 0.8$$

$X \equiv$ "Nº de caras en 3 lanzamientos" $\longrightarrow X : \mathcal{B}(3, 0.8)$

1. $P(X=3) = \binom{3}{3} \cdot 0.8^3 \cdot 0.8^0 = 0.512$

2. $P(\text{"Una cruz"}) = P(X=2) = \binom{3}{2} \cdot 0.8^2 \cdot 0.2^1 = 0.384$

b) $P(CC \mid M_1) = 0.6^2 = 0.36 \quad \& \quad P(CC \mid M_2) = 1^2 = 1$



$$\begin{aligned} P(CC) &= P\Big((M_1 \cap CC) \cup (M_2 \cap CC)\Big) \\ &= P(M_1 \cap CC) + P(M_2 \cap CC) \\ &= P(M_1) \cdot P(CC \mid M_1) + P(M_2) \cdot P(CC \mid M_2) \\ &= 0.5 \cdot 0.36 + 0.5 \cdot 1 = 0.68 \end{aligned}$$

$$P(CC \mid M_1) = \frac{P(CC \cap M_1)}{P(M_1)} = \frac{P(CC) \cdot P(M_1 \mid CC)}{P(M_1)}$$
$$= \frac{0.5 \cdot 0.36}{0.68} = 0.2647$$

$$P(CC \mid M_2) = 1 - P(CC \mid M_1) = 1 - 0.2647 = 0.7353$$

Ejercicio 83 (2.5 *puntos*)

Una empresa tiene 3 máquinas de fabricación de latas de refresco. El 10.25 % de las latas que fabrica la empresa son defectuosas. El 30 % de las latas las fabrica en la primera máquina, siendo el 10 % defectuosas. El 25 % de las latas las fabrica en la segunda máquina, siendo el 5 % defectuosas. El resto de las latas las fabrica en la tercera máquina.

a) (4 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que una lata fabricada por la tercera máquina sea defectuosa?

b) (3 puntos) Si se escoge una lata al azar y no es defectuosa, ¿Cuál es la probabilidad de que proceda de la primera máquina?

c) (3 puntos) Si se escoge una lata al azar y es defectuosa ¿Cuál es la probabilidad de que no haya sido fabricada en la segunda máquina?

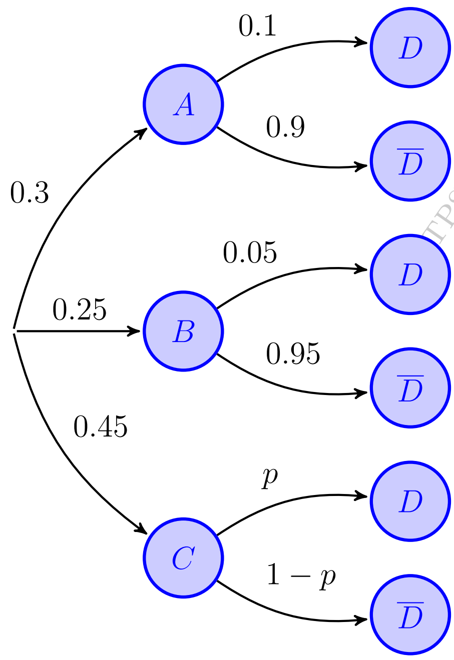
(Comunidad Valenciana - Matemáticas II - Julio 2024 - Extraordinario)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ "La pieza es de la máquina 1" $\quad B \equiv$ "La pieza es de la máquina 2"

$C \equiv$ "La pieza es de la máquina 3" $\quad D \equiv$ "La pieza es defectuosa"



a) $P(D) = P\big((A\cap D)\cup(B\cap D)\cup(C\cap D)\big)$

$= P(A\cap D) + P(B\cap D) + P(C\cap D)$

$= P(A)\cdot P(D \mid A) + P(B)\cdot P(D\mid B)$

$+ P(C)\cdot P(D\mid C) = 0.3\cdot 0.1 + 0.25\cdot 0.05$

$+0.45\cdot p = 0.1025 \Rightarrow p = P(D\mid C) = 0.1333$

b) $$P(A\mid \overline{D}) = \frac{P(A\cap\overline{D})}{P(\overline{D})} = \frac{P(A)\cdot P(\overline{D}\mid A)}{1-P(D)} = \frac{0.3\cdot 0.9}{1-0.1025} = 0.3008$$

c) $$P(\overline{B}\mid D) = P\big((A\cup C)\mid D\big) = \frac{P\big((A\cup C)\cap D\big)}{P(D)} = \frac{P\big((A\cap D)\cup(C\cap D)\big)}{P(D)} = \frac{0.3\cdot 0.1 + 0.45\cdot 0.1333}{0.1025} = 0.8779$$

Ejercicio 84 (2.5 *puntos*)

Una firma automovilística fabrica tres modelos de coches: $M1$, $M2$ y $M3$, y produce un 35 % de vehículos en Estados Unidos, un 45 % en China y un 20 % en Alemania. En la planta de Estados Unidos se fabrican un 38 % de vahículos del modelo $M1$, un 42 % del $M2$ y un 20 % del $M3$; en la de China un 42 % del $M1$, un 40 % del $M2$ y un 18 % del $M3$; y en la de Alemania un 24 % del $M1$, un 40 % del $M2$ y un 36 % del $M3$.
El control de calidad ha detectado que en Estados Unidos un 3 % de los coches presenta algún tipo de defecto, en China un 4 % y en Alemania un 1 %.

a) *(0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un coche seleccionado al azar presente algún tipo de defecto?*

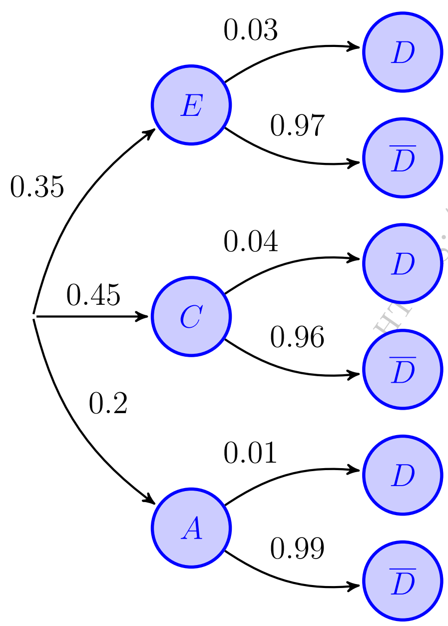
b) *(0.75 puntos) Si un coche no presenta ningún defecto, ¿cuál es la probabilidad de que esté fabricado en Estados Unidos?*

(Comunidad Valenciana - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción Unica - Reserva)

Solución.

Sean los sucesos:

$E \equiv$ "El coche se fabrica en USA" $\quad A \equiv$ "El coche se fabrica en Alemania"
$C \equiv$ "El coche se fabrica en China" $\quad D \equiv$ "El coche es defectuoso"



a) $$\begin{aligned} P(D) &= P\Big((E\cap D)\cup(C\cap D)\cup(A\cap D)\Big) \\ &= P(E\cap D)+P(C\cap D)+P(A\cap D) \\ &= P(E)\cdot P(D\mid E)+P(C)\cdot P(D\mid C) \\ &+P(A)\cdot P(D\mid A) = 0.35\cdot 0.03 \\ &+0.45\cdot 0.04+0.2\cdot 0.01 = 0.0305 \end{aligned}$$

b) $$P(E\mid \overline{D}) = \frac{P(E\cap \overline{D})}{P(\overline{D})} = \frac{P(E)\cdot P(\overline{D}\mid E)}{1-P(D)} = \frac{0.35\cdot 0.97}{1-0.0305} = 0.3501$$