

MATEMATICAS CCSS

PROBABILIDAD

TOTAL

<https://aprendeconmigomelon.com>

24 de abril de 2026



IÑIGO ZUNZUNEGUI MONTEERRUBIO

En este libro he actualizado este libro que reúne una serie de ejercicios de Probabilidad Total, la mayoría de los cuales están seleccionados de exámenes de Matemáticas aplicadas a las CCSS de la EVAU de todas las Comunidades españolas. En total 194 problemas resueltos que espero que te resulten de utilidad. Si quieres más ejercicios te recomiendo el libro equivalente de Matemáticas II, pues en este tema en concreto el nivel es similar.

Índice general

Ejercicios de Probabilidad Total	7
EJERCICIO 1: -	8
EJERCICIO 2: -	9
EJERCICIO 3: -	10
EJERCICIO 4: -	11
Ejercicios de EVAU	13
ANDALUCÍA	14
EJERCICIO 5: 2021 Modelo Bloque C-6	15
EJERCICIO 6: 2021 Junio Bloque C-5	16
EJERCICIO 7: 2021 Junio - Reserva Bloque C-6	17
EJERCICIO 8: 2021 Junio - Suplente Bloque C-5	18
EJERCICIO 9: 2021 Junio - Suplente Bloque C-6	19
EJERCICIO 10: 2021 Junio - Suplente Bloque C-5	20
EJERCICIO 11: 2021 Junio - Reserva Bloque C-5	21
EJERCICIO 12: 2021 Julio - Reserva Bloque C-6	22
EJERCICIO 13: 2021 Julio - Suplente Bloque C-5	23
EJERCICIO 14: 2022 Junio - Reserva Bloque C-6	24
EJERCICIO 15: 2022 Julio Bloque C-5	25
EJERCICIO 16: 2022 Julio - Suplente Bloque C-6	26
EJERCICIO 17: 2023 Junio Bloque C-6	27
EJERCICIO 18: 2023 Julio Bloque C-5	28
EJERCICIO 19: 2024 Junio Bloque C-5	29
EJERCICIO 20: 2024 Junio - Suplente Bloque C-6	30
EJERCICIO 21: 2025 Modelo Ej-3A	31
EJERCICIO 22: 2025 Modelo Ej-3A	32
EJERCICIO 23: 2025 Junio Ej-4C	33
EJERCICIO 24: 2025 Junio - Suplente Ej-3	34

EJERCICIO 25: 2025 Julio Ej-5	35
EJERCICIO 26: 2025 Julio - Suplente Ej-5	36
EJERCICIO 27: 2025 Julio - Suplente 2 Ej-4	37
EJERCICIO 28: 2025 Julio - Suplente 2 Ej-5	38
ARAGÓN	39
EJERCICIO 29: 2022 Julio Ej-5	40
EJERCICIO 30: 2023 Junio Ej-5	41
EJERCICIO 31: 2023 Julio Ej-5	42
EJERCICIO 32: 2024 Julio Ej-5	43
EJERCICIO 33: 2025 Junio Ej-3	44
EJERCICIO 34: 2025 Julio Ej-3	45
ASTURIAS	46
EJERCICIO 35: 2022 Junio Ej-3A	47
EJERCICIO 36: 2022 Junio Ej-3B	48
EJERCICIO 37: 2022 Julio Ej-3A	49
EJERCICIO 38: 2022 Julio Ej-3B	50
EJERCICIO 39: 2023 Junio Ej-6	51
EJERCICIO 40: 2023 Julio Ej-6	52
EJERCICIO 41: 2024 Junio Ej-5	53
EJERCICIO 42: 2024 Julio Ej-5	54
EJERCICIO 43: 2025 Modelo Ej-4A	55
EJERCICIO 44: 2025 Modelo Ej-4B	56
EJERCICIO 45: 2025 Junio Ej-4A	57
EJERCICIO 46: 2025 Julio Ej-4A	58
ISLAS BALEARES	59
EJERCICIO 47: 2024 Junio Ej-6	60
EJERCICIO 48: 2024 Junio Ej-6	61
EJERCICIO 49: 2024 Junio Ej-7	62
ISLAS CANARIAS	63
EJERCICIO 50: 2022 Junio Ej-1A	64
EJERCICIO 51: 2022 Julio Ej-1A	65
EJERCICIO 52: 2023 Junio Ej-1A	66
EJERCICIO 53: 2023 Julio Ej-1A	67
EJERCICIO 54: 2024 Junio Ej-1A	68
EJERCICIO 55: 2024 Julio Ej-1A	69
EJERCICIO 56: 2025 Junio Ej-2A	70
EJERCICIO 57: 2025 Julio Ej-2B	71
CANTABRIA	72
EJERCICIO 58: 2022 Junio Ej-6	73
EJERCICIO 59: 2022 Julio Ej-6	74
EJERCICIO 60: 2023 Junio Ej-6	75

EJERCICIO 61: 2023 Julio Ej-6	76
EJERCICIO 62: 2024 Junio Ej-6	77
EJERCICIO 63: 2024 Julio Ej-6	78
EJERCICIO 64: 2025 Junio Ej-3B	79
EJERCICIO 65: 2025 Julio Ej-3B	80
CASTILLA-LA MANCHA	81
EJERCICIO 66: 2022 Junio S2 B1-1	82
EJERCICIO 67: 2022 Julio S2 B1-1	83
EJERCICIO 68: 2022 Junio S2 B1-1	84
EJERCICIO 69: 2022 Julio S2 B1-1	85
EJERCICIO 70: 2022 Junio S2 B1-1	86
EJERCICIO 71: 2022 Julio S2 B1-1	87
EJERCICIO 72: 2022 Modelo Ej-4B	88
EJERCICIO 73: 2022 Julio Ej-4B	89
CASTILLA Y LEÓN	90
EJERCICIO 74: 2022 Junio Ej-5	91
EJERCICIO 75: 2022 Julio Ej-5	92
EJERCICIO 76: 2023 Junio Ej-6	93
EJERCICIO 76: 2023 Julio Ej-6	94
EJERCICIO 76: 2024 Junio Ej-6	95
EJERCICIO 76: 2024 Julio Ej-5	96
EJERCICIO 76: 2025 Junio Ej-3	97
EJERCICIO 77: 2025 Julio Ej-3	98
EXTREMADURA	99
EJERCICIO 78: 2022 Junio Ej-8	100
EJERCICIO 79: 2022 Julio Ej-8	101
EJERCICIO 80: 2023 Julio Ej-8	102
EJERCICIO 81: 2023 Junio Ej-8	103
EJERCICIO 82: 2024 Julio Ej-8	104
EJERCICIO 83: 2025 Junio Ej-1A	105
EJERCICIO 84: 2025 Julio Ej-1A	106
GALICIA	108
EJERCICIO 85: 2023 Junio Ej-5	109
EJERCICIO 86: 2023 Julio Ej-5	110
COMUNIDAD DE MADRID	111
EJERCICIO 87: 2000 Modelo A-4	112
EJERCICIO 88: 2000 Junio A-3	113
EJERCICIO 89: 2000 Septiembre B-3	114
EJERCICIO 90: 2001 Modelo A-3	115
EJERCICIO 91: 2001 Junio A-3	116
EJERCICIO 92: 2001 Junio B-3	117

EJERCICIO 93: 2002 Modelo B-4	118
EJERCICIO 94: 2002 Junio A-3	119
EJERCICIO 95: 2002 Septiembre B-3	120
EJERCICIO 96: 2003 Modelo A-3	121
EJERCICIO 97: 2004 Junio A-3	122
EJERCICIO 98: 2004 Junio B-3	123
EJERCICIO 99: 2004 Septiembre B-3	124
EJERCICIO 100: 2005 Septiembre A-3	125
EJERCICIO 101: 2006 Junio A-3	126
EJERCICIO 102: 2006 Septiembre A-3	127
EJERCICIO 103: 2006 Septiembre B-3	128
EJERCICIO 104: 2007 Junio B-3	129
EJERCICIO 105: 2007 Septiembre A-3	130
EJERCICIO 106: 2008 Septiembre B-3	131
EJERCICIO 107: 2009 Modelo B-3	132
EJERCICIO 108: 2009 Junio B-3	133
EJERCICIO 109: 2009 Septiembre A-3	134
EJERCICIO 110: 2010 Septiembre B-3	135
EJERCICIO 111: 2010 Septiembre - Coincidentes A-3	136
EJERCICIO 112: 2011 Modelo B-3	137
EJERCICIO 113: 2011 Junio B-3	138
EJERCICIO 114: 2011 Septiembre B-3	139
EJERCICIO 115: 2012 Modelo A-3	140
EJERCICIO 116: 2012 Junio A-3	141
EJERCICIO 117: 2012 Junio - Coincidentes A-3	142
EJERCICIO 118: 2013 Modelo A-4	143
EJERCICIO 119: 2013 Junio B-4	144
EJERCICIO 120: 2013 Septiembre A-4	145
EJERCICIO 121: 2013 Septiembre B-4	146
EJERCICIO 122: 2014 Modelo B-4	147
EJERCICIO 123: 2014 Junio B-4	148
EJERCICIO 124: 2014 Septiembre B-4	149
EJERCICIO 125: 2014 Septiembre - Coincidentes B-4	150
EJERCICIO 126: 2015 Modelo B-4	151
EJERCICIO 127: 2015 Junio A-4	152
EJERCICIO 128: 2015 Junio - Coincidentes A-4	153
EJERCICIO 129: 2015 Septiembre - Coincidentes B-4	154
EJERCICIO 130: 2016 Modelo A-4	155
EJERCICIO 131: 2016 Junio B-4	156
EJERCICIO 132: 2016 Junio - Coincidentes B-4	157
EJERCICIO 133: 2016 Septiembre B-4	158

EJERCICIO 134: 2017 Junio A-4	159
EJERCICIO 135: 2017 Junio - Coincidentes A-4	160
EJERCICIO 136: 2017 Septiembre A-4	161
EJERCICIO 137: 2017 Septiembre - Coincidentes A-4	162
EJERCICIO 138: 2018 Junio B-4	163
EJERCICIO 139: 2018 Julio A-4	164
EJERCICIO 140: 2019 Modelo A-4	165
EJERCICIO 141: 2019 Modelo B-4	166
EJERCICIO 142: 2019 Junio B-4	167
EJERCICIO 143: 2019 Junio - Coincidentes A-4	168
EJERCICIO 144: 2019 Julio - Coincidentes A-4	169
EJERCICIO 145: 2019 Julio - Coincidentes B-4	170
EJERCICIO 146: 2020 Modelo A-4	171
EJERCICIO 147: 2020 Junio A-4	172
EJERCICIO 148: 2020 Junio - Coincidentes A-4	173
EJERCICIO 149: 2020 Septiembre B-4	174
EJERCICIO 150: 2021 Modelo A-4	175
EJERCICIO 151: 2021 Junio A-4	176
EJERCICIO 152: 2021 Julio B-4	177
EJERCICIO 153: 2022 Modelo A-4	178
EJERCICIO 154: 2022 Junio B-4	179
EJERCICIO 155: 2022 Junio - Coincidentes B-4	180
EJERCICIO 156: 2022 Julio B-4	181
EJERCICIO 157: 2022 Julio - Coincidentes B-4	182
EJERCICIO 158: 2023 Modelo Ej-4B	183
EJERCICIO 159: 2023 Junio Ej-4B	184
EJERCICIO 160: 2023 Junio Ej-4B	185
EJERCICIO 161: 2024 Junio Ej-10	186
EJERCICIO 162: 2024 Junio Ej-10	187
EJERCICIO 163: 2024 Junio Ej-10	188
EJERCICIO 164: 2024 Junio Ej-10	189
EJERCICIO 165: 2024 Junio Ej-10	190
EJERCICIO 166: 2025 Modelo Ej-4B	191
EJERCICIO 167: 2025 Junio Ej-4A	192
EJERCICIO 168: 2025 Junio - Coincidentes Ej-4B	193
EJERCICIO 169: 2025 Julio Ej-4B	194
EJERCICIO 170: 2025 Julio - Coincidentes Ej-4B	195
EJERCICIO 171: 2026 Modelo Ej-4B	196
MURCIA	197
EJERCICIO 172: 2022 Junio Ej-8	198
EJERCICIO 173: 2023 Junio Ej-8	199

EJERCICIO 174: 2024 Junio Ej-8	200
PAÍS VASCO	201
EJERCICIO 175: 2022 Junio Ej-1	202
EJERCICIO 176: 2023 Junio Ej-1	203
EJERCICIO 177: 2023 Julio Ej-1	204
EJERCICIO 178: 2023 Julio Ej-2	205
EJERCICIO 179: 2025 Junio Ej-4A	206
EJERCICIO 180: 2025 Julio Ej-4A	207
LA RIOJA	208
EJERCICIO 181: 2022 Julio Ej-2	209
EJERCICIO 182: 2025 Julio Ej-4A	210
COMUNIDAD VALENCIANA	211
EJERCICIO 183: 2021 Modelo Ej-3	212
EJERCICIO 184: 2021 Modelo Ej-6	213
EJERCICIO 185: 2021 Junio Ej-6	214
EJERCICIO 186: 2021 Julio Ej-6	215
EJERCICIO 187: 2022 Junio Ej-5	216
EJERCICIO 188: 2022 Julio Ej-6	218
EJERCICIO 189: 2023 Junio Ej-5	219
EJERCICIO 190: 2023 Julio Ej-6	220
EJERCICIO 191: 2024 Modelo Ej-5	221
EJERCICIO 192: 2024 Modelo Ej-6	222
EJERCICIO 193: 2025 Junio Ej-3	223
EJERCICIO 194: 2025 Junio - Reserva Ej-3	224

[HTTPS://PAPERKIT.NET/MIGUELON.COM](https://paperkit.net/miguelon.com)

Ejercicios de Probabilidad Total

Ejercicio 1

En un aula de dibujo hay 40 sillas, 30 con respaldo y 10 sin él. Entre las sillas sin respaldo hay 3 nuevas y entre las sillas con respaldo hay 7 nuevas.

- Tomada una silla al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea nueva?
- Si se coge una silla que no es nueva, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga respaldo.

Solución.

Sean los sucesos:

$R \equiv$ “La silla tiene respaldo”

$N \equiv$ “La silla es nueva”

1ª FORMA: TABLA DE CONTINGENCIA

Resolveremos el ejercicio mediante una tabla de contingencia en donde pondremos los datos y completaremos el resto (en azul).

	R	\bar{R}	Total
N	7	3	10
\bar{N}	23	7	30
Total	30	10	40

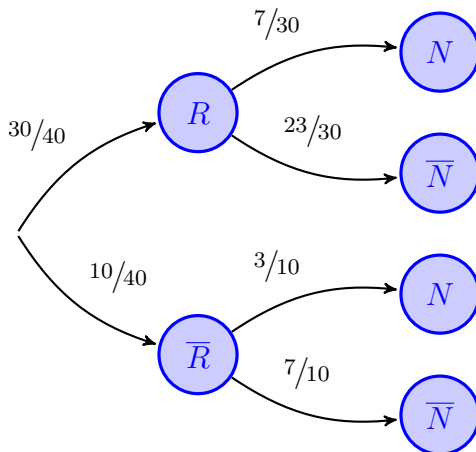
$$a) P(N) = \frac{10}{40} = 0.25$$

$$b) P(\bar{R} | \bar{N}) = \frac{7}{30} = 0.2333$$

2ª FORMA: DIAGRAMA DE ÁRBOL

$$P(R) = \frac{30}{40} \quad \& \quad P(R \cap N) = P(R) \cdot P(N | R) \Rightarrow P(N | R) = \frac{P(R \cap N)}{P(R)} = \frac{7/40}{30/40} = \frac{7}{30}$$

$$P(\bar{R} \cap N) = P(\bar{R}) \cdot P(N | \bar{R}) \Rightarrow P(N | \bar{R}) = \frac{P(\bar{R} \cap N)}{P(\bar{R})} = \frac{3/40}{1 - 30/40} = \frac{3}{10}$$



$$\begin{aligned}
 a) P(N) &= P((R \cap N) \cup (\bar{R} \cap N)) \\
 &= P(R \cap N) + P(\bar{R} \cap N) \\
 &= P(R) \cdot P(N | R) + P(\bar{R}) \cdot P(N | \bar{R}) \\
 &= \frac{30}{40} \cdot \frac{7}{30} + \frac{10}{40} \cdot \frac{3}{10} = 0.25
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) P(\bar{R} | \bar{N}) &= \frac{P(\bar{R} \cap \bar{N})}{P(\bar{N})} = \frac{P(\bar{R}) \cdot P(\bar{N} | \bar{R})}{1 - P(N)} \\
 &= \frac{10/40 \cdot 7/10}{1 - 0.25} = 0.2333
 \end{aligned}$$

Ejercicio 2

Una bolsa contiene diez monedas equilibradas. Cinco de dichas monedas tienen cara y cruz, otras tres son monedas con dos caras y las dos restantes son monedas con dos cruces. Se elige al azar una moneda de la bolsa y se lanza.

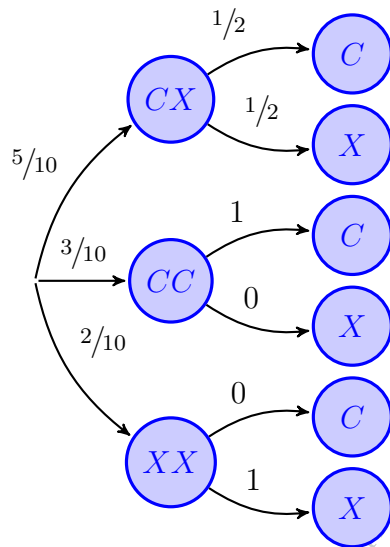
- Calcúlese la probabilidad de que salga cara en dicho lanzamiento.
- Si en el lanzamiento ha salido cara, ¿cuál es la probabilidad de que la moneda elegida tenga cara y cruz?

Solución.

$CX \equiv$ "Elegir una moneda con cara y cruz" $CC \equiv$ "Elegir una moneda con dos caras"

$XX \equiv$ "Elegir una moneda con dos cruces" $C \equiv$ "Salir cara en el lanzamiento"

$X \equiv$ "Salir curz en el lanzamiento"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(C) &= P((CX \cap C) \cup (CC \cap C) \cup (XX \cap C)) \\ &= P(CX \cap C) + P(CC \cap C) + P(XX \cap C) \\ &= P(CX) \cdot P(C | CX) + P(CC) \cdot P(C | CC) \\ &\quad + P(XX) \cdot P(C | XX) = \frac{5}{10} \cdot \frac{1}{2} \\ &\quad + \frac{3}{10} \cdot 1 + \frac{2}{10} \cdot 0 = \frac{11}{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(CX | C) &= \frac{P(CX \cap C)}{P(C)} = \frac{P(CX) \cdot P(C | CX)}{P(C)} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{11}{20}} = \frac{5}{11} \end{aligned}$$

Ejercicio 3

Se tiene tres cajas iguales. La primera contiene 3 bolas blancas y 4 negras; la segunda contiene 5 bolas negras y, la tercera, 4 blancas y 3 negras.

- a) Si se elige una caja al azar y luego se extrae una bola, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea negra?
- b) Si se extrae una bola negra de una de las cajas, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la segunda caja?

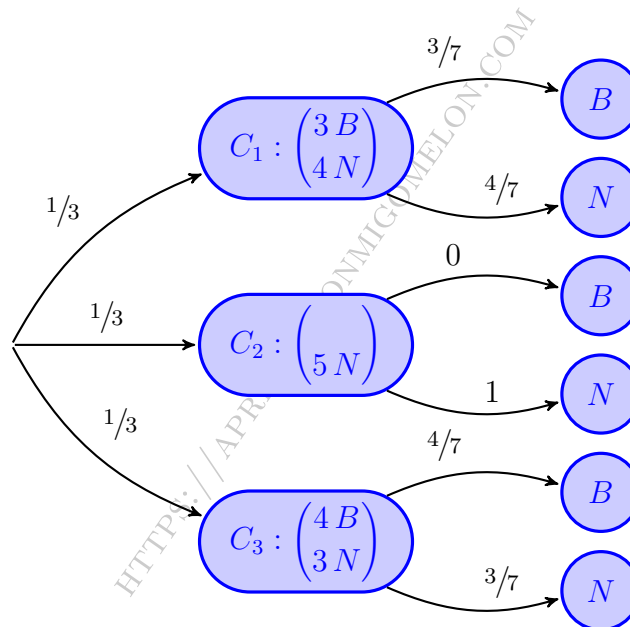
Solución.

Sean los sucesos:

$C_i \equiv$ "La bola extraída es de la caja i "

$B \equiv$ "La bola extraída es blanca"

$N \equiv$ "La bola extraída es negra"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(N) &= P((C_1 \cap N) \cup (C_2 \cap N) \cup (C_3 \cap N)) = P(C_1 \cap N) + P(C_2 \cap N) + P(C_3 \cap N) \\ &= P(C_1) \cdot P(N | C_1) + P(C_2) \cdot P(N | C_2) + P(C_3) \cdot P(N | C_3) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(C_2 | N) = \frac{P(C_2 \cap N)}{P(N)} = \frac{P(C_2) \cdot P(N | C_2)}{P(N)} = \frac{1/3 \cdot 1}{2/3} = \frac{1}{2}$$

————— o —————

Ejercicio 4

Tenemos dos urnas A y B y una moneda trucada de manera que la probabilidad de sacar cara es tres veces la de sacar cruz. La urna A contiene 4 bolas rojas y 5 blancas. La urna B contiene 6 bolas rojas y 4 blancas. Se lanza la moneda al aire. Si sale cara se pasa una bola de la urna A a la urna B , si sale cruz se pasa una bola de la urna B a la urna A . Se extrae una bola al azar de la urna B . Calcúlese la probabilidad de que:

- La bola extraída sea blanca.
- Sabiendo que la bola extraída es roja calcúlese la probabilidad de que en el lanzamiento de la moneda halla salido cruz.

Solución.

Sean los sucesos:

$$\begin{aligned} C &\equiv \text{“Ha salido cara en la moneda”} & X &\equiv \text{“Ha salido cruz en la moneda”} \\ b &\equiv \text{“Se pasa una bola blanca”} & r &\equiv \text{“Se pasa bola roja”} \\ B &\equiv \text{“Se extrae bola blanca de la urna B”} & R &\equiv \text{“Se extrae bola roja de la urna B”} \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que la moneda está trucada y que la probabilidad de sacar cara es tres veces la de sacar cruz:

$$\left. \begin{aligned} P(C) &= 3P(X) \\ P(C) + P(X) &= 1 \end{aligned} \right\} \implies 3P(X) + P(X) = 1 \implies 4P(X) = 1 \implies \begin{cases} P(C) = 3/4 \\ P(X) = 1/4 \end{cases}$$

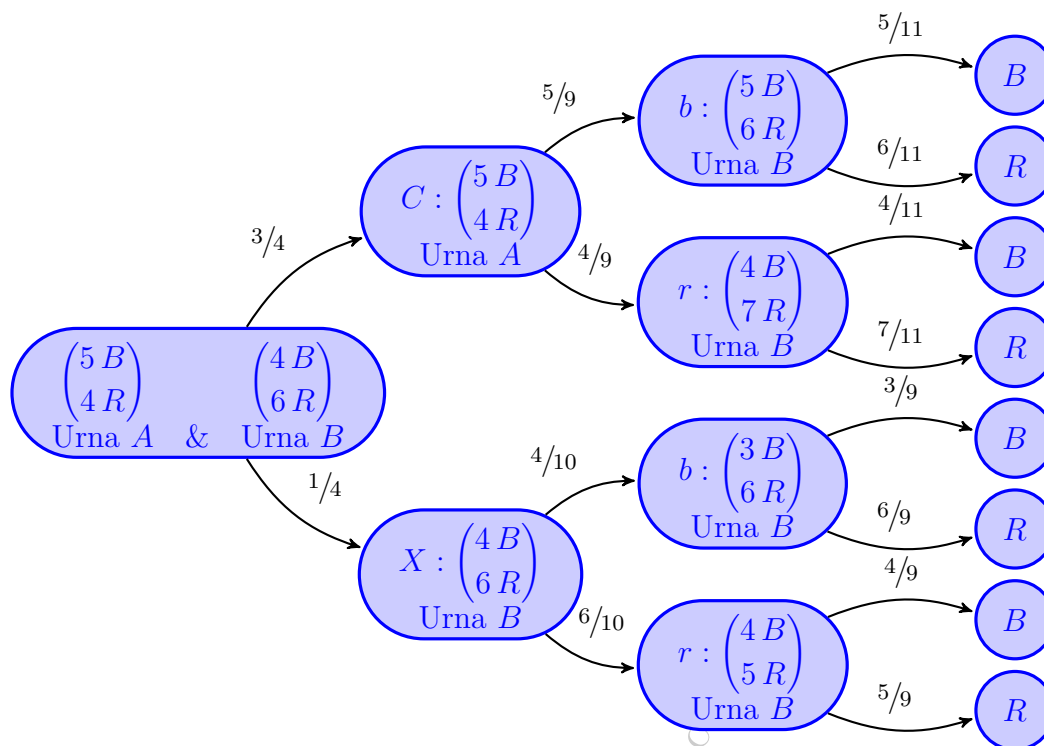
Si sale cara en la moneda pasamos una bola de la urna A a la urna B . La configuración de la urna B será:

$$C \implies \begin{cases} P(b | C) = 5/9 \implies \begin{matrix} \binom{5B}{6R} \\ \text{Urnas } B \end{matrix} \implies \begin{cases} P(B | C \cap b) = 5/11 \\ P(R | C \cap b) = 6/11 \end{cases} \\ P(r | C) = 4/9 \implies \begin{matrix} \binom{4B}{7R} \\ \text{Urnas } B \end{matrix} \implies \begin{cases} P(B | C \cap r) = 4/11 \\ P(R | C \cap r) = 7/11 \end{cases} \end{cases}$$

Mientras que si sale cruz pasamos una bola de la urna B a la urna A . La configuración de la urna B será:

$$X \implies \begin{cases} P(b | C) = 4/10 \implies \begin{matrix} \binom{3B}{6R} \\ \text{Urnas } B \end{matrix} \implies \begin{cases} P(B | C \cap b) = 3/9 \\ P(R | C \cap b) = 6/9 \end{cases} \\ P(r | C) = 6/10 \implies \begin{matrix} \binom{4B}{5R} \\ \text{Urnas } B \end{matrix} \implies \begin{cases} P(B | C \cap r) = 4/9 \\ P(R | C \cap r) = 5/9 \end{cases} \end{cases}$$

Conviene darse cuenta de que si sale cara la urna B , termina con una bola más que las iniciales 10 que tenía, mientras que si sale cruz, terminará con una bola menos.



$$\begin{aligned}
 \text{a) } P(B) &= P((C \cap b \cap B) \cup (C \cap r \cap B) \cup (X \cap b \cap B) \cup (X \cap r \cap B)) \\
 &= P(C \cap b \cap B) + P(C \cap r \cap B) + P(X \cap b \cap B) + P(X \cap r \cap B) \\
 &= P(C \cap b) \cdot P(B | C \cap b) + P(C \cap r) \cdot P(B | C \cap r) \\
 &\quad + P(X \cap b) \cdot P(B | X \cap b) + P(X \cap r) \cdot P(B | X \cap r) \\
 &= P(C) \cdot P(b | C) \cdot P(B | C \cap b) + P(C) \cdot P(r | C) \cdot P(B | C \cap r) \\
 &\quad + P(X) \cdot P(b | X) \cdot P(B | X \cap b) + P(X) \cdot P(r | X) \cdot P(B | X \cap r) \\
 &= \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{11} + \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{4}{11} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} + \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} = 0.411
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } P(X | R) &= \frac{P(X \cap R)}{P(R)} = \frac{P((X \cap b \cap R) \cup (X \cap r \cap R))}{1 - P(B)} \\
 &= \frac{P(X \cap b \cap R) + P(X \cap r \cap R)}{1 - P(B)} \\
 &= \frac{P(X) \cdot P(b | X) \cdot P(R | X \cap b) + P(X) \cdot P(r | X) \cdot P(R | X \cap r)}{1 - P(B)} \\
 &= \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} + \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9}}{1 - 0.411} = 0.2547
 \end{aligned}$$

————— ◦ —————

Ejercicios de EVAU

[HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM](https://aprendeconmigomelon.com)

Andalucía



Ejercicio 5

Se sabe que el 30 % de los individuos de una población tiene estudios superiores; también se sabe que, de ellos, el 95 % tiene empleo. Además, de la parte de la población que no tiene estudios superiores, el 60 % tiene empleo.

- Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar, tenga empleo.
- Se ha elegido un individuo aleatoriamente y tiene empleo; calcule la probabilidad de que tenga estudios superiores.

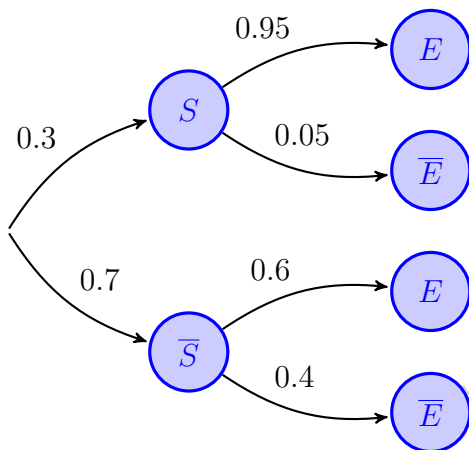
(Andalucía - Matemáticas CCSS - Modelo 2021 - Bloque C)

Solución.

Sean los sucesos:

$S \equiv$ "El individuo tiene estudios superiores"

$E \equiv$ "El individuo tiene empleo"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(E) &= P((S \cap E) \cup (\bar{S} \cap E)) \\ &= P(S \cap E) + P(\bar{S} \cap E) \\ &= P(S) \cdot P(E | S) + P(\bar{S}) \cdot P(E | \bar{S}) \\ &= 0.3 \cdot 0.95 + 0.7 \cdot 0.6 = 0.705 \\ \text{b) } P(S | E) &= \frac{P(S \cap E)}{P(E)} = \frac{P(S) \cdot P(E | S)}{P(E)} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.95}{0.705} = 0.4043 \end{aligned}$$

Ejercicio 6

Se desea probar la eficacia de dos tipos de vacunas, A y B , contra un virus determinado. Para ello, se seleccionan 5000 voluntarios sin anticuerpos para este virus, a los que se les administra una de las vacunas o un placebo, resultando que 3000 reciben la vacuna A , 1500 la B y el resto el placebo. Se comprueba que el 90% de los vacunados con la A y el 95% de los vacunados con la B , generan anticuerpos, no generando anticuerpos los que han recibido el placebo. Se selecciona uno de esos voluntarios al azar.

- ¿Cuál es la probabilidad de que haya generado anticuerpos?
- Si dicho voluntario no ha generado anticuerpos, ¿qué probabilidad hay de que se le haya administrado placebo?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Bloque C)

Solución.

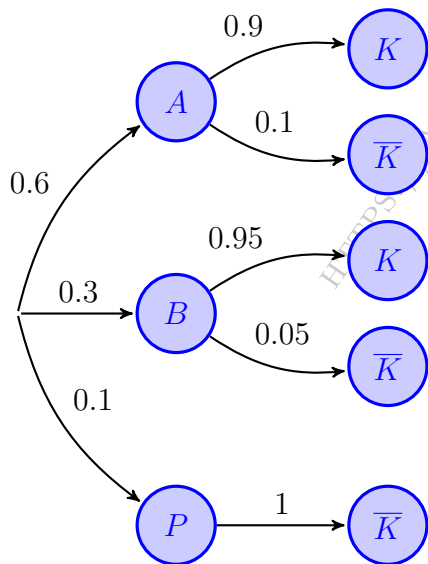
Sean los sucesos

A = “Al paciente se le suministra la vacuna A ”

B = “Al paciente se le suministra la vacuna B ”

P = “Al paciente se le suministra un placebo”

K = “El paciente genera anticuerpos”



$$P(A) = \frac{3000}{5000} = 0.6 \quad \& \quad P(B) = \frac{1500}{5000} = 0.3$$
$$P(P) = \frac{500}{5000} = 0.1$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(K) &= P((A \cap K) \cup (B \cap K)) \\ &= P(A \cap K) + P(B \cap K) \\ &= P(A) \cdot P(K | A) + P(B) \cdot P(K | B) \\ &= 0.6 \cdot 0.9 + 0.3 \cdot 0.95 + 0.1 \cdot 0 = 0.825 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(P | \bar{K}) &= \frac{P(P \cap \bar{K})}{P(\bar{K})} = \frac{P(P) \cdot P(\bar{K} | P)}{1 - P(K)} \\ &= \frac{0.1 \cdot 1}{1 - 0.825} = 0.5714 \end{aligned}$$

Ejercicio 7

En una determinada muestra de suelo se han aislado dos tipos de bacterias, A y B , de las cuales el 70% son de A y el 30% de B . La probabilidad de que una bacteria de tipo A reaccione a la prueba del nitrato es 0.15 y para la bacteria B es 0.8. De las bacterias aisladas se selecciona una al azar.

- Calcule la probabilidad de que reaccione a la prueba del nitrato.
- Si la bacteria ha reaccionado a la prueba del nitrato, calcule la probabilidad de que sea del tipo B .
- Calcule la probabilidad de que la bacteria sea del tipo A y no reacciones a la prueba del nitrato.

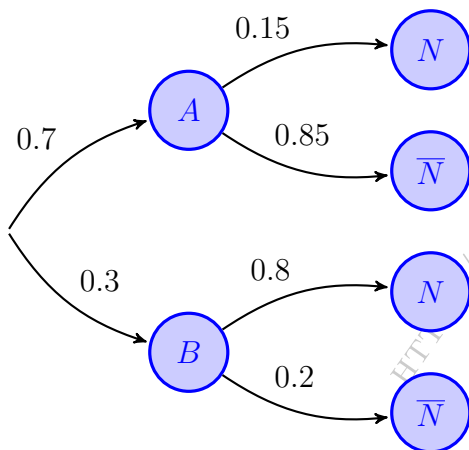
(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Bloque C -Reserva)

Solución. Sean los sucesos:

$A \equiv$ “La bacteria es del tipo A ”

$B \equiv$ “La bacteria es del tipo B ”

$N \equiv$ “La bacteria reacciona a la prueba del nitrato”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(N) &= P((A \cap N) \cup (B \cap N)) \\ &= P(A \cap N) + P(B \cap N) \\ &= P(A) \cdot P(N | A) + P(B) \cdot P(N | B) \\ &= 0.7 \cdot 0.15 + 0.3 \cdot 0.8 = 0.345 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(B | N) &= \frac{P(B \cap N)}{P(N)} = \frac{P(B) \cdot P(N | B)}{P(N)} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.8}{0.345} = 0.6957 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(A \cap \bar{N}) &= P(A) \cdot P(\bar{N} | A) = 0.7 \cdot 0.85 \\ &= 0.595 \end{aligned}$$

o

Ejercicio 8

Una determinada ciudad tiene en la plantilla del ayuntamiento 1000 agentes de la policía local, 600 bomberos y 400 funcionarios de protección civil. En esta plantilla, el 42% de policías, el 20% de bomberos y el 50% de funcionarios de protección civil son mujeres. Se elige una persona al azar de la plantilla.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?
b) Si la persona elegida es hombre, ¿cuál es la probabilidad de que sea bombero?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Bloque C - Suplente)

Solución.

Sean los sucesos:

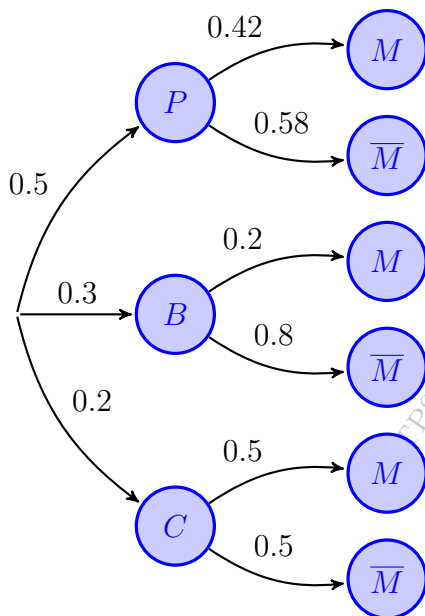
$P \equiv$ "El trabajador es policía local"

$B \equiv$ "El trabajador es bombero"

$C \equiv$ "El trabajador es de protección civil"

$M \equiv$ "El trabajador es mujer"

$\bar{M} \equiv$ "El trabajador es hombre"



$$P(P) = \frac{1000}{1000 + 600 + 400} = 0.5$$

$$P(B) = \frac{600}{2000} = 0.3 \quad \& \quad P(C) = \frac{400}{2000} = 0.2$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(M) &= P((P \cap M) \cup (B \cap M) \cup (C \cap M)) \\ &= P(P \cap M) + P(B \cap M) + P(C \cap M) \\ &= P(P) \cdot P(M | P) + P(B) \cdot P(M | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(M | C) = 0.5 \cdot 0.42 \\ &\quad + 0.3 \cdot 0.2 + 0.2 \cdot 0.5 = 0.37 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(B | \bar{M}) &= \frac{P(B \cap \bar{M})}{P(\bar{M})} = \frac{P(B) \cdot P(\bar{M} | B)}{1 - P(M)} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.8}{1 - 0.37} = 0.381 \end{aligned}$$

Ejercicio 9

Una urna A contiene 4 bolas rojas y 5 verdes y otra urna B contiene 6 bolas rojas y 3 verdes. Lanzamos dos dados y si la suma es mayor o igual a 9, extraemos una bola de la urna A y en caso contrario la extraemos de la urna B .

- Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea verde y de la urna B .
- Halle la probabilidad de que la bola extraída sea roja.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Bloque C - Suplente)

Solución.

Para calcular la probabilidad de que la suma de los dados sea mayor o igual que 9 vamos a hallar el espacio muestral del experimento “Lanzar dos dados” y la suma de los mismos:

	1	2	3	4	5	6
1	{1, 1}	{1, 2}	{1, 3}	{1, 4}	{1, 5}	{1, 6}
2	{2, 1}	{2, 2}	{2, 3}	{2, 4}	{2, 5}	{2, 6}
3	{3, 1}	{3, 2}	{3, 3}	{3, 4}	{3, 5}	{3, 6}
4	{4, 1}	{4, 2}	{4, 3}	{4, 4}	{4, 5}	{4, 6}
5	{5, 1}	{5, 2}	{5, 3}	{5, 4}	{5, 5}	{5, 6}
6	{6, 1}	{6, 2}	{6, 3}	{6, 4}	{6, 5}	{6, 6}

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

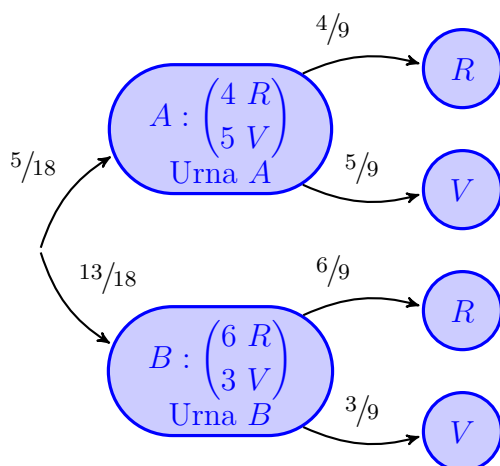
De esta forma $P(\text{Suma} \geq 9) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$. Sean los sucesos:

$A \equiv$ “La suma es ≥ 9 (se extrae la bola de la urna A)”

$B \equiv$ “La suma es < 9 (se extrae la bola de la urna B)”

$R \equiv$ “La bola extraída es roja”

$V \equiv$ “La bola extraída es verde”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(V \cap B) &= P(B) \cdot P(V | B) \\ &= \frac{13}{18} \cdot \frac{3}{9} = \frac{13}{54} = 0.2407 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(R) &= P((A \cap R) \cup (B \cap R)) \\ &= P(A \cap R) + P(B \cap R) \\ &= P(A) \cdot P(R | A) \\ &\quad + P(B) \cdot P(R | B) = \frac{5}{18} \cdot \frac{4}{9} \\ &\quad + \frac{13}{18} \cdot \frac{6}{9} = \frac{49}{81} = 0.6049 \end{aligned}$$

— o —

Ejercicio 10

En una población, se sabe que el 15% de las personas padece una determinada enfermedad. Si la persona está enferma, un test da positivo en el 92% de los casos, mientras que si la persona está sana, el test da positivo en el 4% de los casos (falso positivo). Se elige una persona al azar de esa población,

- Calcule la probabilidad de que, habiendo dado positivo el test, la persona esté enferma.
- Calcule la probabilidad de que la persona esté enferma y el test salga negativo.
- Calcule la probabilidad de que saliendo el test negativo, la persona esté enferma.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2021 - Bloque C - Extraordinario)

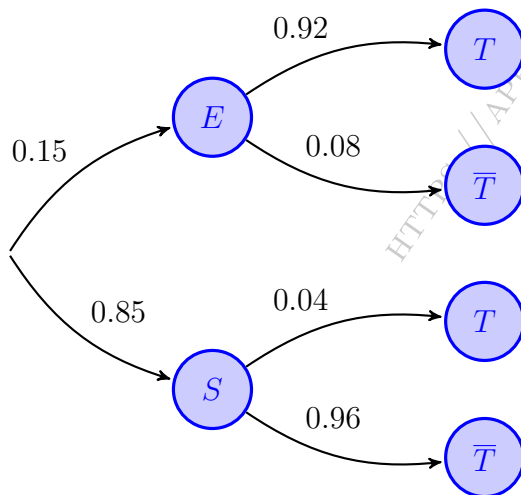
Solución.

Sean los sucesos:

$E \equiv$ "La persona padece la enfermedad"

$S \equiv$ "La persona está sana"

$T \equiv$ "La persona da positivo en el test"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(T) &= P((E \cap T) \cup (S \cap T)) \\ &= P(E \cap T) + P(S \cap T) \\ &= P(E) \cdot P(T | E) + P(S) \cdot P(T | S) \\ &= 0.15 \cdot 0.92 + 0.85 \cdot 0.04 = 0.172 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(E | T) &= \frac{P(E \cap T)}{P(T)} = \frac{P(E) \cdot P(T | E)}{P(T)} \\ &= \frac{0.15 \cdot 0.92}{0.172} = 0.8023 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(E \cap \bar{T}) &= P(E) \cdot P(\bar{T} | E) = 0.15 \cdot 0.08 \\ &= 0.012 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(E | \bar{T}) &= \frac{P(E \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{P(E) \cdot P(\bar{T} | E)}{1 - P(T)} \\ &= \frac{0.15 \cdot 0.08}{1 - 0.172} = 0.0145 \end{aligned}$$

Ejercicio 11

Una empresa dedicada a la fabricación de coches lanza al mercado un nuevo modelo que fabrica en tres plantas diferentes, A , B y C . La planta A produce el 45% de los vehículos, la planta B el 21% y el resto los produce la planta C . Se ha detectado un defecto en la colocación del airbag, que afecta al 1% de los coches procedentes de la planta A , al 3% de los procedentes de la planta B y al 2% de los de la planta C . Se selecciona un coche al azar de este nuevo modelo.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso y proceda de la planta C ?
- b) Si el coche elegido no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la planta A ?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2021 - Bloque C - Reserva)

Solución.

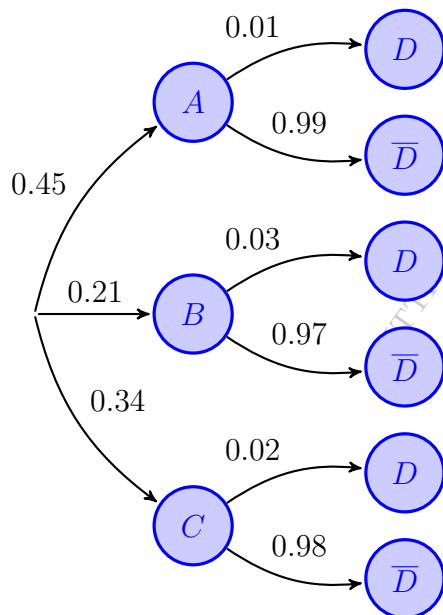
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El vehículo se fabrica en la planta A "

$B \equiv$ "El vehículo se fabrica en la planta B "

$C \equiv$ "El vehículo se fabrica en la planta C "

$D \equiv$ "El vehículo tiene un defecto en el airbag"



$$\text{a) } P(C \cap \bar{D}) = P(C) \cdot P(\bar{D} | C)$$

$$= 0.34 \cdot 0.98 = 0.3332$$

$$\text{b) } P(\bar{D}) = P((A \cap \bar{D}) \cup (B \cap \bar{D}) \cup (C \cap \bar{D}))$$

$$= P(A \cap \bar{D}) + P(B \cap \bar{D}) + P(C \cap \bar{D})$$

$$= P(A) \cdot P(\bar{D} | A) + P(B) \cdot P(\bar{D} | B)$$

$$+ P(C) \cdot P(\bar{D} | C) = 0.45 \cdot 0.01$$

$$+ 0.21 \cdot 0.03 + 0.34 \cdot 0.02 = 0.0176$$

$$P(A | \bar{D}) = \frac{P(A \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{P(A) \cdot P(\bar{D} | A)}{P(\bar{D})}$$

$$= \frac{0.45 \cdot 0.99}{0.9824} = 0.4535$$

_____ o _____

Ejercicio 12

La probabilidad de que una persona sana se contagie de otra enferma por un virus es del 80% si coinciden en una reunión.

- a) Si una persona enferma se reúne con dos personas sanas, teniendo en cuenta que contagiar a distintas personas son sucesos independientes entre sí, ¿cuál es la probabilidad de que se contagien las dos personas a la vez? ¿Cuál es la probabilidad de que se contagie alguna de ellas?
- b) Una prueba para detectar la enfermedad da el resultado correcto en el 90% de los casos cuando se le aplica a personas contagiadas y da falsos positivos en el 5% de los casos cuando se aplica a personas sanas. Si una persona sana se reúne con una enferma y resulta positivo en una prueba posterior, ¿qué probabilidad hay de que se haya contagiado en la reunión?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2021 - Bloque C - Reserva)

Solución.

Sean los sucesos:

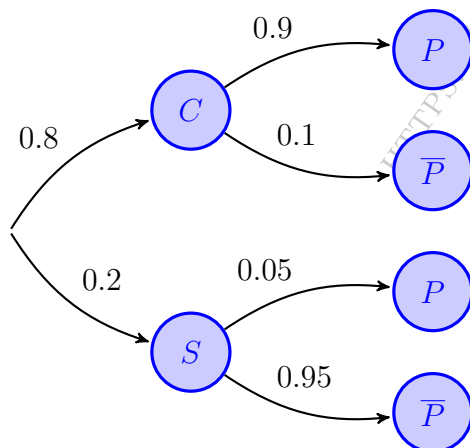
$C \equiv$ "La persona se ha contagiado en la reunión"

$S \equiv$ "La persona sigue sana tras la reunión"

$P \equiv$ "La persona da positivo en el test"

a) $P(C_1 \cap C_2) \stackrel{C_1 \text{ y } C_2}{\text{Indep.}} P(C_1) \cdot P(C_2) = 0,8 \cdot 0,8 = 0,64$

$$P(C_1 \cup C_2) = P(C_1) + P(C_2) - P(C_1 \cap C_2) = 0,8 + 0,8 - 0,64 = 0,96$$



b)
$$\begin{aligned} P(P) &= P((C \cap P) \cup (S \cap P)) \\ &= P(C \cap P) + P(S \cap P) \\ &= P(C) \cdot P(P | C) + P(S) \cdot P(P | S) \\ &= 0,8 \cdot 0,9 + 0,2 \cdot 0,05 = 0,73 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(C | P) &= \frac{P(C \cap P)}{P(P)} = \frac{P(C) \cdot P(P | C)}{P(P)} \\ &= \frac{0,8 \cdot 0,9}{0,73} = 0,9863 \end{aligned}$$

Ejercicio 13

Un equipo andaluz de baloncesto jugó en una temporada un 40 % de los partidos en casa y el resto fuera. De los partidos que jugó en casa, obtuvo un 60 % de victorias y el resto fueron derrotas, mientras que de los que jugó fuera, obtuvo un 30 % de victorias y el resto derrotas. Se elige un partido de este equipo al azar.

- Calcule la probabilidad de que el partido acabase en victoria.
- Calcule la probabilidad de que el partido haya sido jugado en casa, sabiendo que el resultado final fue una derrota.
- Si además se sabe que el 10% de las victorias obtenidas en casa y el 20% de las obtenidas fuera se produjeron tras una prórroga, calcule la probabilidad de que el partido acabase en victoria y que además esa victoria haya sido tras una prórroga.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2021 - Bloque C - Suplente)

Solución.

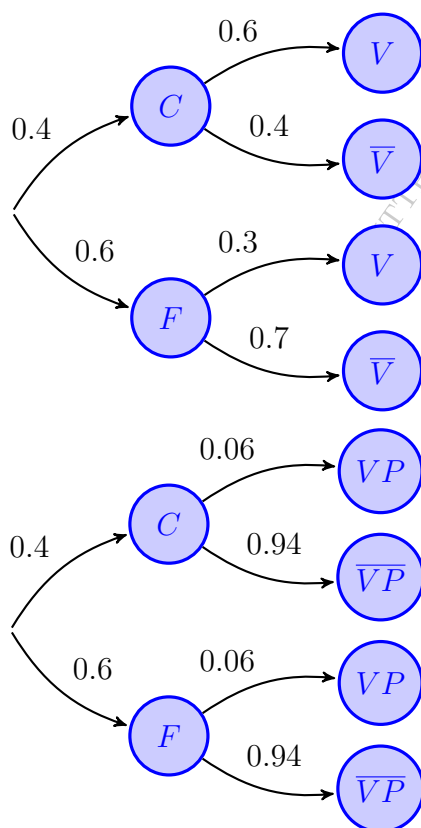
Sean los sucesos:

$C \equiv$ "El partido se jugó en casa"

$F \equiv$ "El partido se jugó fuera"

$V \equiv$ "El partido acabó en victoria"

$VP \equiv$ "El partido acabó en victoria tras prórroga"



$$\begin{aligned}
 \text{a) } P(V) &= P((C \cap V) \cup (F \cap V)) \\
 &= P(C \cap V) + P(F \cap V) \\
 &= P(C) \cdot P(V | C) + P(F) \cdot P(V | F) \\
 &= 0.4 \cdot 0.6 + 0.6 \cdot 0.3 = 0.42
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } P(C | \bar{V}) &= \frac{P(C \cap \bar{V})}{P(\bar{V})} = \frac{P(C) \cdot P(\bar{V} | C)}{1 - P(V)} \\
 &= \frac{0.4 \cdot 0.4}{1 - 0.42} = 0.2759
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } P(VP | C) &= 0.1 \cdot 0.6 = 0.06 \\
 P(VP | F) &= 0.2 \cdot 0.3 = 0.06 \\
 P(VP) &= P((C \cap VP) \cup (F \cap VP)) \\
 &= P(C \cap VP) + P(F \cap VP) \\
 &= P(C) \cdot P(VP | C) + P(F) \cdot P(VP | F) \\
 &= 0.4 \cdot 0.06 + 0.6 \cdot 0.06 = 0.06
 \end{aligned}$$

Ejercicio 14

El porcentaje de conductores que consumen alcohol durante la madrugada del sábado es del 5%. La policía realiza controles de alcoholemia mediante un test del que se sabe que da positivo en un 96% si la persona ha bebido alcohol y en un 10% si la persona no ha bebido alcohol.

Elegido al azar un conductor en la madrugada del sábado y realizado este test de alcoholemia halle la probabilidad de que:

- Si el test da positivo, el conductor haya consumido alcohol.
- El test dé negativo y el conductor no haya consumido alcohol.
- (0.75 puntos) Si el test ha dado negativo, el conductor no haya consumido alcohol.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque C - Reserva)

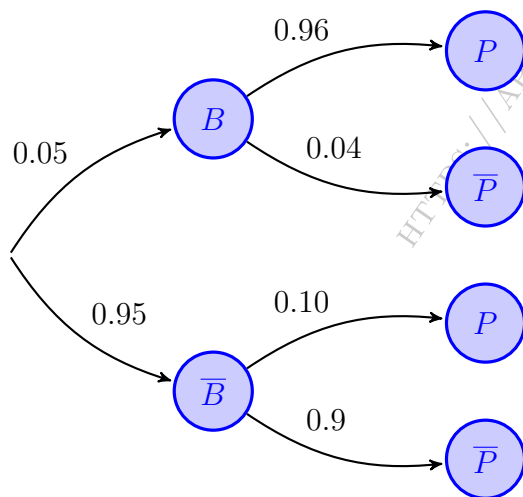
Solución.

Sean los sucesos:

$B \equiv$ “El conductor ha bebido alcohol”

$P \equiv$ “El test de alcoholemia da positivo”

$$\begin{aligned} P(P) &= P((B \cap P) \cup (\bar{B} \cap P)) = P(B \cap P) + P(\bar{B} \cap P) \\ &= P(B) \cdot P(P | B) + P(\bar{B}) \cdot P(P | \bar{B}) = 0.05 \cdot 0.96 + 0.95 \cdot 0.10 = 0.143 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(B | P) &= \frac{P(B \cap P)}{P(P)} = \frac{P(B) \cdot P(P | B)}{P(P)} \\ &= \frac{0.05 \cdot 0.96}{0.143} = 0.3356 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(\bar{B} \cap \bar{P}) &= P(\bar{B}) \cdot P(\bar{P} | \bar{B}) = 0.95 \cdot 0.9 \\ &= 0.855 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(\bar{B} | \bar{P}) &= \frac{P(\bar{B} \cap \bar{P})}{P(\bar{P})} = \frac{P(\bar{B}) \cdot P(\bar{P} | \bar{B})}{1 - P(P)} \\ &= \frac{0.95 \cdot 0.9}{1 - 0.143} = 0.9976 \end{aligned}$$

Ejercicio 15

En una determinada región hay tres universidades A , B y C . De los estudiantes que terminaron sus estudios el año pasado, el 60% procedían de la universidad A , el 30% de la universidad B y el resto de C . Además, se conoce que la probabilidad de que un estudiante de la universidad A no encuentre trabajo en su región es 0.4 y para un estudiante de B es 0.5.

- a) Si la probabilidad de que un estudiante no encuentre trabajo en su región es 0.395, determine la probabilidad de que un estudiante de la universidad C encuentre trabajo en su región.
- b) Calcule la probabilidad de que un estudiante que no haya encontrado trabajo en su región proceda de la universidad A o de la B .

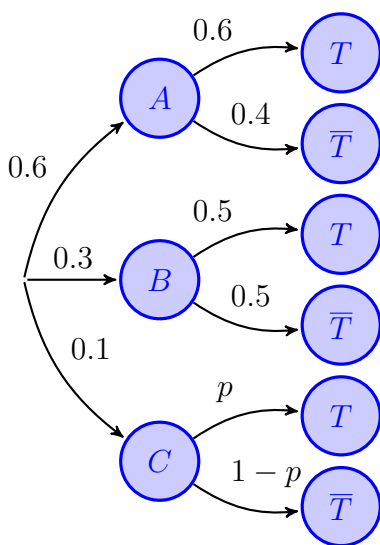
(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Bloque C - Extraordinario)

Solución.

Sean los sucesos

$A \equiv$ "Estudiante de la universidad A " $B \equiv$ "Estudiante de la universidad B "
 $C \equiv$ "Estudiante de la universidad C " $T \equiv$ "El estudiante encuentra trabajo"

$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{T}) &= P((A \cap \bar{T}) \cup (B \cap \bar{T}) \cup (C \cap \bar{T})) = P(A \cap \bar{T}) + P(B \cap \bar{T}) + P(C \cap \bar{T}) \\ &= P(A) \cdot P(\bar{T} | A) + P(B) \cdot P(\bar{T} | B) + P(C) \cdot P(\bar{T} | C) \\ &= 0.6 \cdot 0.4 + 0.3 \cdot 0.5 + 0.1 \cdot (1 - p) = 0.49 - 0.1p = 0.395 \implies p = 0.95 \\ &\implies \boxed{P(T | C) = 0.95} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{b) } P((A \cup B) | \bar{T}) &= \frac{P((A \cup B) \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} \\ &= \frac{P((A \cap \bar{T}) \cup (B \cap \bar{T}))}{P(\bar{T})} \\ &= \frac{P(A \cap \bar{T}) + P(B \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} \\ &= \frac{P(A) \cdot P(\bar{T} | A) + P(B) \cdot P(\bar{T} | B)}{P(\bar{T})} \\ &= \frac{0.6 \cdot 0.4 + 0.3 \cdot 0.5}{0.395} = 0.9873 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Otra forma: } P((A \cup B) | \bar{T}) &= 1 - P(C | \bar{T}) \\ &= 1 - \frac{P(C \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = 1 - \frac{P(C) \cdot P(\bar{T} | C)}{P(\bar{T})} \\ &= 1 - \frac{0.1 \cdot (1 - 0.95)}{0.395} = 0.9873 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 16

Del total de personas vacunadas en un país para prevenir una enfermedad, el 48 % recibió la vacuna A, el 35 % la vacuna B y el resto la vacuna C.

La efectividad de la vacuna A se sitúa en el 70 %, la de B en el 95 % y la de C en el 94 %. Elegida al azar una persona vacunada.

- ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido vacunada con A y no le sea efectiva?
- ¿Qué probabilidad hay de que la vacuna le sea efectiva?
- (0.5 puntos) Sabiendo que la vacuna no le ha sido efectiva, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido vacunada con C?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Bloque C - Suplente)

Solución.

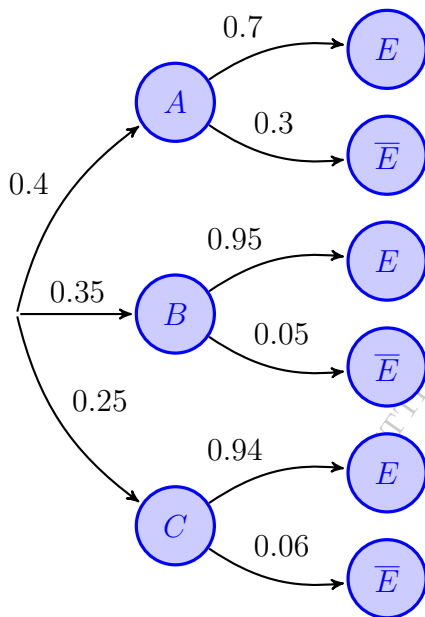
Sean los sucesos:

$A \equiv$ “La persona recibió la vacuna A”

$B \equiv$ “La persona recibió la vacuna B”

$C \equiv$ “La persona recibió la vacuna C”

$E \equiv$ “La vacuna es efectiva”



a) $P(A \cap \bar{E}) = P(A) \cdot P(\bar{E} | A) = 0.48 \cdot 0.3 = 0.144$

b) $P(E) = P((A \cap E) \cup (B \cap E) \cup (C \cap E))$
 $= P(A \cap E) + P(B \cap E) + P(C \cap E)$
 $= P(A) \cdot P(E | A) + P(B) \cdot P(E | B)$
 $+ P(C) \cdot P(E | C) = 0.48 \cdot 0.7$
 $+ 0.35 \cdot 0.95 + 0.17 \cdot 0.94 = 0.8283$

c) $P(C | \bar{E}) = \frac{P(C \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{P(C) \cdot P(\bar{E} | C)}{1 - P(E)}$
 $= \frac{0.17 \cdot 0.06}{1 - 0.8283} = 0.0594$

Ejercicio 17 (2.5 puntos)

En una base de datos de correos electrónicos se ha observado que el 20% de los correos recibidos son spam. Además, se ha observado que la palabra “lottery” ha aparecido en el 40% de los correos que son spam y en el 0.6% de los correos que no lo son.

- (1.25 puntos) Halle la probabilidad de que en un correo elegido al azar en el que aparezca la palabra “lottery” sea spam.
- (0.5 puntos) Halle la probabilidad de que un correo elegido al azar en el que no aparezca la palabra “lottery” no sea spam.
- (0.75 puntos) Si un correo se etiqueta como spam si aparece la palabra “lottery” y como no spam si esta palabra no aparece, calcule la probabilidad de que un correo se etiquete incorrectamente.

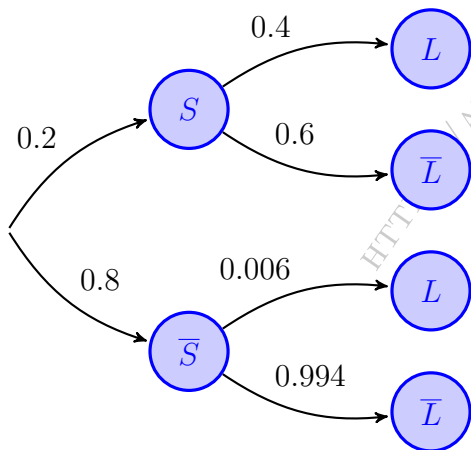
(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2023 - Bloque C)

Solución.

Sean los sucesos:

$S \equiv$ “El correo es spam”

$L \equiv$ “En el correo aparece la palabra *lottery*”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(L) &= P((S \cap L) \cup (\bar{S} \cap L)) \\ &= P(S \cap L) + P(\bar{S} \cap L) \\ &= P(S) \cdot P(L | S) + P(\bar{S}) \cdot P(L | \bar{S}) \\ &= 0.2 \cdot 0.4 + 0.8 \cdot 0.006 = 0.0848 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(S | L) &= \frac{P(S \cap L)}{P(L)} = \frac{P(S) \cdot P(L | S)}{P(L)} \\ &= \frac{0.2 \cdot 0.4}{0.0848} = 0.9432 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(\bar{S} | \bar{L}) &= \frac{P(\bar{S} \cap \bar{L})}{P(\bar{L})} = \frac{P(\bar{S}) \cdot P(\bar{L} | \bar{S})}{1 - P(L)} \\ &= \frac{0.8 \cdot 0.994}{1 - 0.0848} = 0.8688 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(\text{“Etiqueta incorrecta”}) &= P((S \cap \bar{L}) \cup (\bar{S} \cap L)) = P(S \cap \bar{L}) + P(\bar{S} \cap L) \\ &= P(S) \cdot P(\bar{L} | S) + P(\bar{S}) \cdot P(L | \bar{S}) = 0.2 \cdot 0.6 + 0.8 \cdot 0.006 \\ &= 0.1248 \end{aligned}$$

○

Ejercicio 18 (2.5 puntos)

Una caja contiene 3 fichas verdes, 2 fichas azules y 4 fichas rojas. Un juego consiste en realizar dos extracciones, sin reemplazamiento, de tal manera que el jugador que saque dos fichas azules gana el primer premio, el jugador que saque dos fichas verdes gana el segundo premio y el jugador que, de las dos fichas, una sea azul y otra de un color diferente gana el tercer premio.

- (0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que un jugador consiga el primer o el segundo premio.
- (0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que un jugador gane el tercer premio.
- (1 punto) Sabiendo que un jugador ha obtenido premio, ¿cuál es la probabilidad de que haya ganado el tercer premio?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2023 - Bloque C - Extraordinario)

Solución. Sean los sucesos

V_i = "Sacar una ficha verde en la extracción i "

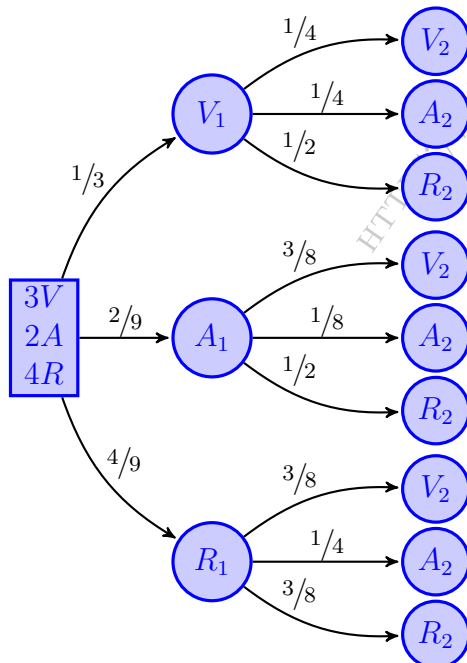
A_i = "Sacar una ficha azul en la extracción i "

R_i = "Sacar una ficha roja en la extracción i "

P = "El jugador gana el primer premio (sacando dos fichas azules)"

S = "El jugador gana el segundo premio (sacando dos fichas verdes)"

T = "El jugador gana el tercer premio (sacando una ficha azul y otra de otro color)"



$$\begin{aligned}
 \text{a) } P(P \cup S) &= P(P) + P(S) \\
 &= P(A_1 \cap A_2) + P(V_1 \cap V_2) \\
 &= P(A_1) \cdot P(A_2 | A_1) \\
 &\quad + P(V_1) \cdot P(V_2 | V_1) \\
 &= \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{9} \simeq 0.1111
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } P(T) &= P((V_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap V_2) \\
 &\quad \cup (A_1 \cap R_2) \cup (R_1 \cap A_2)) \\
 &= P(V_1 \cap A_2) + P(A_1 \cap V_2) \\
 &\quad + P(A_1 \cap R_2) + P(R_1 \cap A_2) \\
 &= P(V_1) \cdot P(A_2 | V_1) + P(A_1) \cdot P(V_2 | A_1) \\
 &\quad + P(A_1) \cdot P(R_2 | A_1) + P(R_1) \cdot P(A_2 | R_1) \\
 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} + \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2} + \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{4} = \frac{7}{18} \simeq 0.3889
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } P(T | Premio) &= \frac{P(T \cap Premio)}{P(Premio)} = \frac{P(T)}{P((P \cup S) \cup T)} = \frac{P(T)}{P(P \cup S) + P(T)} \\
 &= \frac{7/18}{1/9 + 7/18} = \frac{7}{9} \simeq 0.7778
 \end{aligned}$$

Ejercicio 19 (2.5 puntos)

Un grupo de turistas programa una visita a la Geoda de Pulpi. El 42% de los turistas del grupo proceden de Andalucía, el 32% de otras comunidades autónomas y el resto del extranjero. Son mayores de edad el 65% de los visitantes que proceden de Andalucía y el 75% de los que proceden de otras comunidades autónomas. Son menores de edad el 20% de los visitantes extranjeros. Elegido un turista de este grupo al azar, halle la probabilidad de que:

- (1 punto) Sea mayor de edad.
- (0.5 puntos) Proceda de Andalucía y sea menor de edad.
- (1 punto) Sea extranjero sabiendo que es menor de edad.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2024 - Bloque C)

Solución.

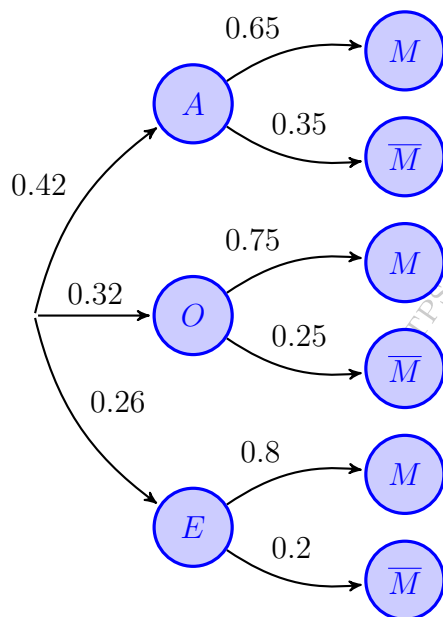
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El turista es de Andalucía"

$O \equiv$ "El turista es de otras comunidades"

$E \equiv$ "El turista es del extranjero"

$M \equiv$ "El turista es mayor de edad"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(M) &= P((A \cap M) \cup (O \cap M) \cup (E \cap M)) \\ &= P(A \cap M) + P(O \cap M) + P(E \cap M) \\ &= P(A) \cdot P(M | A) + P(O) \cdot P(M | O) \\ &\quad + P(E) \cdot P(M | E) = 0.42 \cdot 0.65 \\ &\quad + 0.32 \cdot 0.75 + 0.26 \cdot 0.8 = 0.721 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A \cap \bar{M}) &= P(A) \cdot P(\bar{M} | A) \\ &= 0.42 \cdot 0.35 = 0.147 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(E | \bar{M}) &= \frac{P(E \cap \bar{M})}{P(\bar{M})} = \frac{P(E) \cdot P(\bar{M} | E)}{1 - P(M)} \\ &= \frac{0.26 \cdot 0.2}{1 - 0.721} = 0.1863 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 20 (2.5 puntos)

Una fábrica dispone de máquinas A , B y C para la fabricación de una cierta pieza. El 25% de las piezas, son fabricadas por la máquina A , el 35% por B y el resto por C . Tras un estudio se determina que el 2.05% del total de las piezas fabricadas son defectuosas y que el 1% de las piezas fabricadas por B son defectuosas.

- a) (1.25 puntos) Se selecciona una pieza al azar y resulta no ser defectuosa, ¿qué probabilidad hay de que fuera fabricada por la máquina B ?
- b) (1.25 puntos) Si A y C tienen la misma probabilidad de fabricar una pieza defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que una pieza sea fabricada por A sabiendo que es defectuosa?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2024 - Bloque C - Suplente)

Solución.

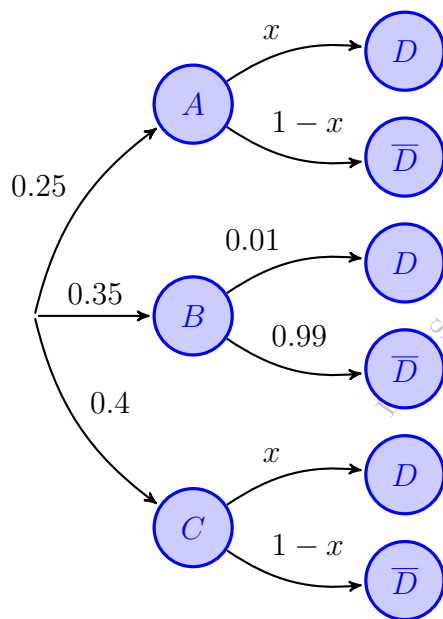
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "La pieza es de la máquina A "

$B \equiv$ "La pieza es de la máquina B "

$C \equiv$ "La pieza es de la máquina C "

$D \equiv$ "La pieza es defectuosa"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(B | \bar{D}) &= \frac{P(B \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{P(B) \cdot P(\bar{D} | B)}{1 - P(D)} \\ &= \frac{0.35 \cdot 0.99}{1 - 0.0205} = 0.3537 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(D) &= P(P(A \cap D) \cup P(B \cap D) \cup P(C \cap D)) \\ &= P(A \cap D) + P(B \cap D) + P(C \cap D) \\ &= P(A) \cdot P(D | A) + P(B) \cdot P(D | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(D | C) = 0.25x + 0.35 \cdot 0.01 \\ &\quad + 0.4x = 0.0035 + 0.65x = 0.0205 \\ &\implies x = 0.02615 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A | D) &= \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A) \cdot P(D | A)}{P(D)} \\ &= \frac{0.25 \cdot 0.02615}{0.0205} = 0.3186 \end{aligned}$$

Ejercicio 21 (2.5 puntos)

Para tratar cierta enfermedad, en un hospital se utilizan tres fármacos distintos, A , B y C , administrándose a cada enfermo un solo fármaco. El 30% de los pacientes es tratado con el fármaco A , el 50% es tratado con el B y el resto con el fármaco C . La probabilidad de que la enfermedad se cure con el fármaco A es de 0.6, de que se cure con el fármaco B es de 0.8 y de que se cure con el fármaco C es de 0.7. Se elige al azar un paciente de ese hospital con esa enfermedad.

- I) (1.5 puntos) Calcule la probabilidad de que el paciente se cure.
- II) (1 punto) Sabiendo que el paciente se ha curado, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido tratado con el fármaco A ?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción A)

Solución.

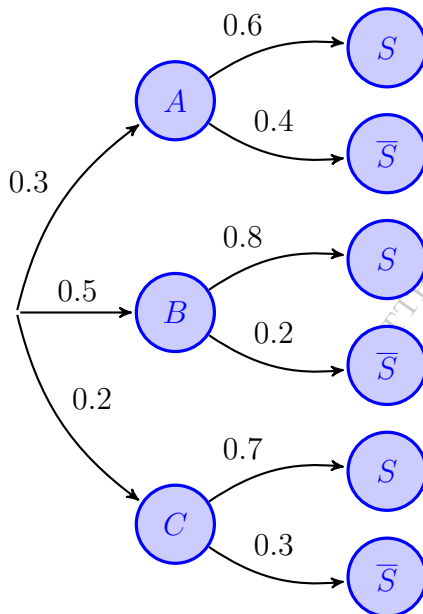
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El paciente es tratado con el fármaco A "

$B \equiv$ "El paciente es tratado con el fármaco B "

$C \equiv$ "El paciente es tratado con el fármaco C "

$S \equiv$ "La enfermedad se cura"



$$\begin{aligned} \text{I) } P(S) &= P((A \cap S) \cup (B \cap S) \cup (C \cap S)) \\ &= P(A \cap S) + P(B \cap S) + P(C \cap S) \\ &= P(A) \cdot P(S | A) + P(B) \cdot P(S | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(S | C) = 0.3 \cdot 0.6 \\ &\quad + 0.5 \cdot 0.8 + 0.2 \cdot 0.7 = 0.72 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II) } P(A | S) &= \frac{P(A \cap S)}{P(S)} = \frac{P(A) \cdot P(S | A)}{P(S)} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.6}{0.72} = 0.25 \end{aligned}$$

————— ○ —————

Ejercicio 22 (2.5 puntos)

Para tratar cierta enfermedad, en un hospital se utilizan tres fármacos distintos, A , B y C , administrándose a cada enfermo un solo fármaco. El 30% de los pacientes es tratado con el fármaco A , el 50% es tratado con el B y el resto con el fármaco C . La probabilidad de que la enfermedad se cure con el fármaco A es de 0.6, de que se cure con el fármaco B es de 0.8 y de que se cure con el fármaco C es de 0.7. Se elige al azar un paciente de ese hospital con esa enfermedad.

- I) (1.5 puntos) Calcule la probabilidad de que el paciente se cure.
- II) (1 punto) Sabiendo que el paciente se ha curado, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido tratado con el fármaco A ?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción A)

Solución.

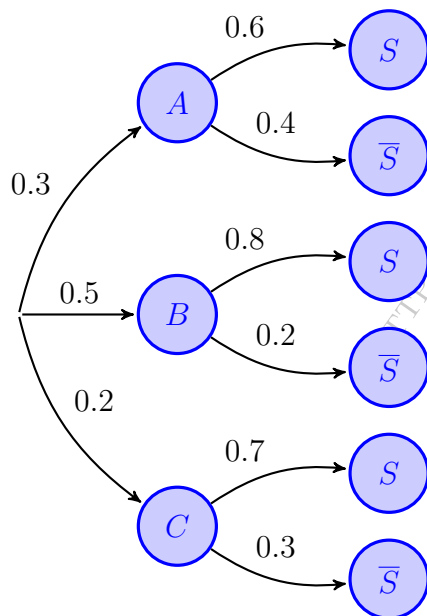
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El paciente es tratado con el fármaco A "

$B \equiv$ "El paciente es tratado con el fármaco B "

$C \equiv$ "El paciente es tratado con el fármaco C "

$S \equiv$ "La enfermedad se cura"



$$\begin{aligned} \text{I) } P(S) &= P((A \cap S) \cup (B \cap S) \cup (C \cap S)) \\ &= P(A \cap S) + P(B \cap S) + P(C \cap S) \\ &= P(A) \cdot P(S | A) + P(B) \cdot P(S | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(S | C) = 0.3 \cdot 0.6 \\ &\quad + 0.5 \cdot 0.8 + 0.2 \cdot 0.7 = 0.72 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II) } P(A | S) &= \frac{P(A \cap S)}{P(S)} = \frac{P(A) \cdot P(S | A)}{P(S)} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.6}{0.72} = 0.25 \end{aligned}$$

Ejercicio 23 (2.5 puntos)

En una casa con trastero viven tres personas y cada una tiene un llavero con las llaves de la casa. El primer llavero contiene 7 llaves, el segundo 8 y el tercero 5. En cada uno de los llaveros hay una única llave que abre el trastero. Otra persona necesita abrir el trastero y, para ello, selecciona un llavero al azar y, de este, elige una llave aleatoriamente e intenta abrirlo. Calcule la probabilidad de que:

- (1 punto) No haya acertado con la llave seleccionada.
- (0.5 puntos) El llavero sea el tercero y la llave abra el trastero.
- (0.5 puntos) Sabiendo que la llave elegida abre el trastero, esta pertenezca al primer o al tercer llavero.
- (0.5 puntos) Si la llave no abre el trastero, esta no pertenezca al primer llavero.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque C)

Solución.

Sean los sucesos:

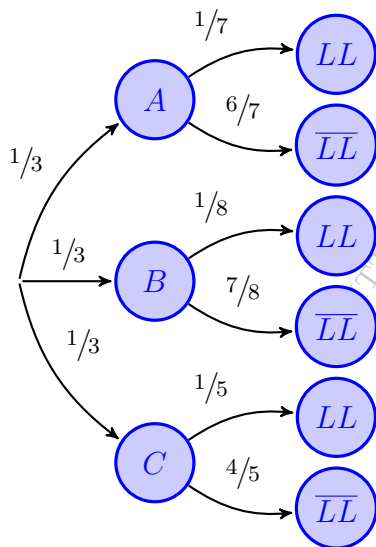
$A \equiv$ "El llavero elegido es el A"

$B \equiv$ "El llavero elegido es el B"

$C \equiv$ "El llavero elegido es el C"

$LL \equiv$ "La llave elegida abre la puerta"

Del enunciado tenemos que: $P(LL | A) = \frac{1}{7}$ & $P(LL | B) = \frac{1}{8}$ & $P(LL | C) = \frac{1}{5}$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\overline{LL}) &= P((A \cap \overline{LL}) \cup (B \cap \overline{LL}) \cup (C \cap \overline{LL})) \\ &= P(A \cap \overline{LL}) \cup P(B \cap \overline{LL}) \cup P(C \cap \overline{LL}) \\ &= P(A) \cdot P(\overline{LL} | A) + P(B) \cdot P(\overline{LL} | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(\overline{LL} | C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7} \\ &\quad + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{709}{840} \approx 0.8440 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C \cap LL) &= P(C) \cdot P(LL | C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \\ &= \frac{1}{15} \approx 0.0667 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P((A \cup C) | LL) &= 1 - P(\overline{(A \cup C)} | LL) = 1 - P(B | LL) = 1 - \frac{P(B \cap LL)}{P(LL)} \\ &= 1 - \frac{P(B) \cdot P(LL | B)}{1 - P(\overline{LL})} = 1 - \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8}}{1 - \frac{709}{840}} = \frac{96}{131} = 0.7328 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } P(\overline{A} | \overline{LL}) &= 1 - P(A | \overline{LL}) = 1 - \frac{P(A \cap \overline{LL})}{P(\overline{LL})} = 1 - \frac{P(A) \cdot P(\overline{LL} | A)}{P(\overline{LL})} \\ &= 1 - \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7}}{\frac{709}{840}} = 1 - \frac{240}{709} \approx 0.6615 \end{aligned}$$

Ejercicio 24 (2.5 puntos)

Un nuevo servicio de streaming utiliza un algoritmo para recomendar películas a sus usuarios en función de las películas vistas anteriormente. Como la plataforma es de reciente creación, solo tiene disponibles tres géneros: ciencia ficción, terror y musicales. El 62% de las películas disponibles son de ciencia ficción, la cuarta parte son de terror y el resto musicales. De las películas de ciencia ficción, el algoritmo hace una recomendación correcta en el 70% de las ocasiones, de las de terror, el 70% de las veces y de los musicales, el 15%. Un usuario selecciona al azar una película de su lista de recomendaciones:

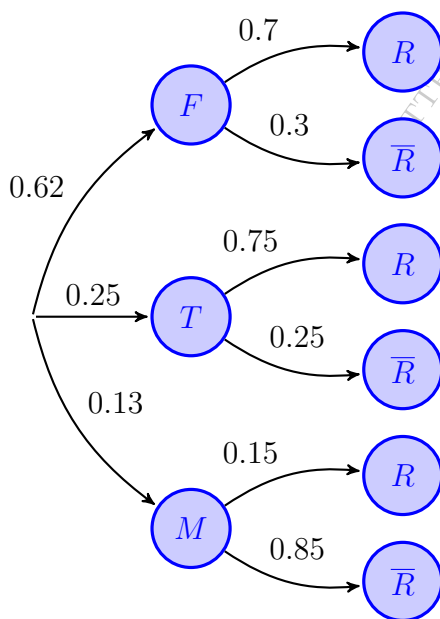
- (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que el algoritmo haya hecho una recomendación correcta?
- (0.75 puntos) Si no ha sido recomendada correctamente, ¿qué probabilidad hay de que la película sea de terror?
- (0.5 puntos) De las recomendaciones correctas del género de ciencia ficción, el usuario queda satisfecho con la elección de la película en el 55% de las ocasiones. ¿Qué probabilidad hay de que la película sea de ciencia ficción, esté recomendada correctamente y el usuario haya quedado satisfecho?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque Obligatorio - Suplente 1)

Solución.

Sean los sucesos:

$F \equiv$ “La película es de ciencia ficción” $T \equiv$ “La película es de terror”
 $M \equiv$ “La película es un musical” $R \equiv$ “La recomendación es correcta”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(R) &= P((F \cap R) \cup (T \cap R) \cup (M \cap R)) \\ &= P(F \cap R) + P(T \cap R) + P(M \cap R) \\ &= P(F) \cdot P(R | F) + P(T) \cdot P(R | T) \\ &\quad + P(M) \cdot P(R | M) = 0.62 \cdot 0.7 \\ &\quad + 0.25 \cdot 0.75 + 0.13 \cdot 0.15 = 0.641 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(T | \bar{R}) &= \frac{P(T \cap \bar{R})}{P(\bar{R})} = \frac{P(T) \cdot P(\bar{R} | T)}{1 - P(R)} \\ &= \frac{0.25 \cdot 0.25}{1 - 0.641} = 0.1741 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \text{Sea } C : \text{ “Estar contento con la recomendación”} \\ P(F \cap R \cap C) &= P(F) \cdot P(R | F) \cdot P(C | (F \cap R)) \\ &= 0.25 \cdot 0.75 \cdot 0.55 = 0.1031 \end{aligned}$$

○

Ejercicio 25 (2.5 puntos)

Los alumnos de un colegio de una localidad andaluza van a realizar una excursión a la estación de esquí de Sierra Nevada desplazándose en tres autobuses A, B y C. En el autobús A se desplazan cuatro novenos de los alumnos de la excursión, en el B se desplaza la tercera parte y el resto van en el autobús C. Se sabe que el 65% de los alumnos que viajan en el autobús A y el 40% de los del autobús B no sabe esquiar y todos los del autobús C sí que saben esquiar. Se escoge al azar a uno de los alumnos de la excursión. Calcule la probabilidad de que:

- (1 punto) Sepa esquiar.
- (0.75 puntos) Viaje en el autobús C, si sabe esquiar.
- (0.75 puntos) Sepa esquiar y no viaje en el autobús B.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque C)

Solución.

Sean los sucesos:

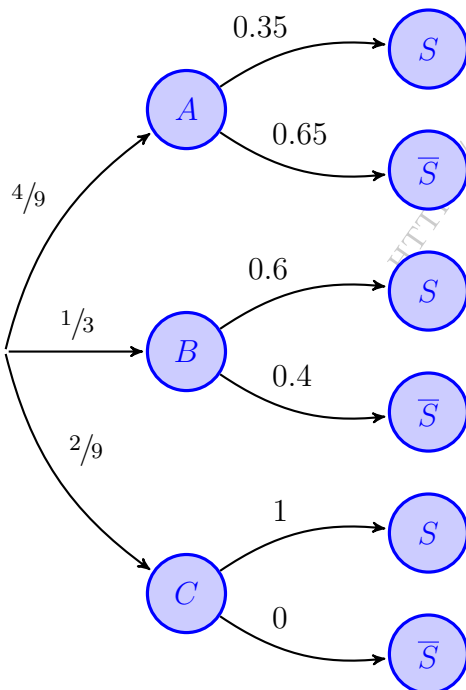
$A \equiv$ "El alumno va en el autobús A"

$B \equiv$ "El alumno va en el autobús B"

$C \equiv$ "El alumno va en el autobús C"

$S \equiv$ "El alumno sabe esquiar"

$$P(C) = 1 - [P(A) + P(B)] = 1 - \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{9}$$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(S) &= P((A \cap S) \cup (B \cap S) \cup (C \cap S)) \\ &= P(A \cap S) + P(B \cap S) + P(C \cap S) \\ &= P(A) \cdot P(S | A) + P(B) \cdot P(S | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(S | C) = \frac{4}{9} \cdot 0.35 + \frac{1}{3} \cdot 0.6 \\ &\quad + \frac{2}{9} \cdot 1 = 0.5778 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C | S) &= \frac{P(C \cap S)}{P(S)} = \frac{P(C) \cdot P(S | C)}{P(S)} \\ &= \frac{\frac{2}{9} \cdot 1}{0.5778} = 0.3846 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(S \cap \bar{B}) &= P(S) - P(S \cap B) \\ &= P(S) - P(B) \cdot P(S | B) \\ &= 0.5778 - \frac{1}{3} \cdot 0.6 = 0.3778 \end{aligned}$$

Ejercicio 26 (2.5 puntos)

En un estudio sobre la presencia de mujeres en las empresas tecnológicas se observa que el 20% de los operarios, el 40% de los ingenieros y el 30% de los directivos son mujeres. Se sabe que en estas empresas el 20% de las plantillas son directivos, el 35% son ingenieros y el resto son operarios. Se elige un trabajador al azar de una de estas empresas.

- (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que no sea un operario y sea mujer?
- (0.5 puntos) Si el trabajador elegido no es un operario, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
- (1 punto) Si el trabajador elegido es hombre, ¿a qué colectivo es más probable que pertenezca?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque C - Suplente 1)

Solución.

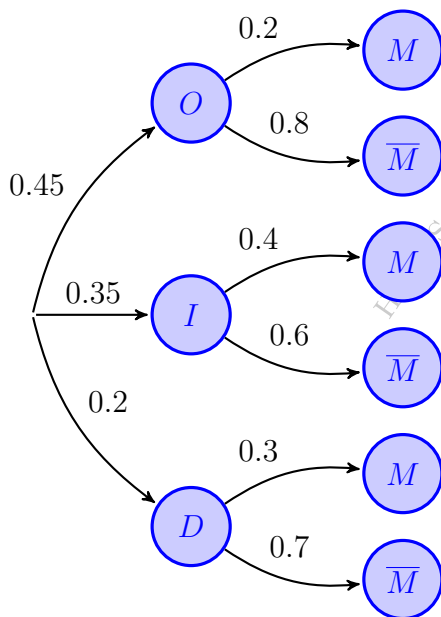
Sean los sucesos:

$O \equiv$ "El empleado es un operario"

$I \equiv$ "El empleado es un ingeniero"

$D \equiv$ "El empleado es un directivo"

$M \equiv$ "El trabajador es una mujer"



$$\begin{aligned}
 \text{a) } P(M) &= P((O \cap M) \cup (I \cap M) \cup (D \cap M)) \\
 &= P(O \cap M) + P(I \cap M) + P(D \cap M) \\
 &= P(O) \cdot P(M | O) + P(I) \cdot P(M | I) \\
 &\quad + P(D) \cdot P(M | D) = 0.45 \cdot 0.2 \\
 &\quad + 0.35 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.3 = 0.29
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(\bar{O} \cap M) &= P(M) - P(O \cap M) \\
 &= P(M) - P(O) \cdot P(M | O) \\
 &= 0.29 - 0.45 \cdot 0.2 = 0.2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } P(M | \bar{O}) &= \frac{P(M \cap \bar{O})}{P(\bar{O})} = \frac{P(M \cap \bar{O})}{1 - P(O)} \\
 &= \frac{0.2}{1 - 0.45} = 0.3636
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } P(O | \bar{M}) &= \frac{P(O \cap \bar{M})}{P(\bar{M})} = \frac{P(O) \cdot P(\bar{M} | O)}{1 - P(M)} \\
 &= \frac{0.45 \cdot 0.8}{1 - 0.29} = 0.507
 \end{aligned}$$

$$P(I | \bar{M}) = \frac{P(I \cap \bar{M})}{P(\bar{M})} = \frac{P(I) \cdot P(\bar{M} | I)}{1 - P(M)} = \frac{0.35 \cdot 0.6}{0.29} = 0.2958$$

$$P(D | \bar{M}) = 1 - [P(O | \bar{M}) + P(I | \bar{M})] = 1 - (0.507 + 0.2958) = 0.1972$$

Por lo tanto si es un hombre es más probable que sea operario.

o

Ejercicio 27 (2.5 puntos)

Una empresa de tecnología fabrica tres modelos de teléfonos móviles; Básico, Intermedio y Premium. Cada modelo puede estar fabricado con uno de los siguientes tipos de pantalla: A o B. El 35 % de los móviles fabricados por esta empresa son del modelo Básico, el 45 % son del Intermedio y el resto son Premium. Se sabe que el 80 % de los móviles fabricados del modelo Básico tienen una pantalla del tipo A, mientras que en el modelo Premium solo un 5 % dispone de esta pantalla. Finalmente, el 53 % de los teléfonos producidos tienen pantalla del tipo A. Se selecciona un teléfono al azar de la línea de producción. Determine la probabilidad de que:

- (1.5 puntos) Tenga una pantalla del tipo A sabiendo que es del modelo Intermedio.
- (1 punto) Sea del modelo Intermedio sabiendo que tiene pantalla del tipo A.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque B - Suplente 2)

Solución.

Sean los sucesos:

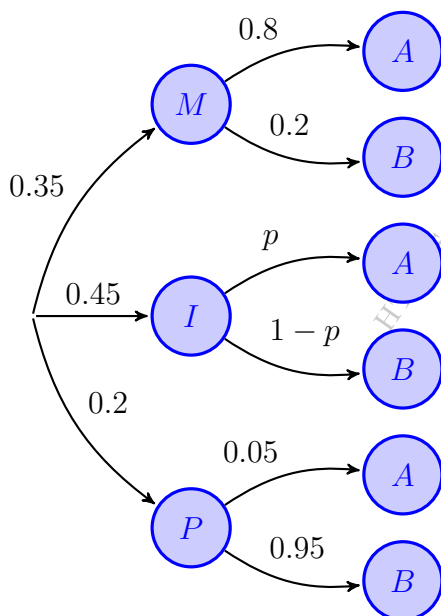
$M \equiv$ "El móvil es *Básico*"

$P \equiv$ "El móvil es *Premium*"

$B \equiv$ "El móvil tiene pantalla B"

$I \equiv$ "El móvil es *Intermedio*"

$A \equiv$ "El móvil tiene pantalla A"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(A) &= P(M \cap A) \cup (I \cap A) \cup (P \cap A) \\ &= P(M \cap A) + P(I \cap A) + P(P \cap A) \\ &= P(M) \cdot P(A | M) + P(I) \cdot P(A | I) \\ &\quad + P(P) \cdot P(A | P) = 0.35 \cdot 0.8 \\ &\quad + 0.45 \cdot p + 0.2 \cdot 0.05 = 0.53 \\ &\implies \boxed{p = P(A | I) = 0.5333} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(I | A) &= \frac{P(I \cap A)}{P(A)} = \frac{P(I) \cdot P(A | I)}{P(A)} \\ &= \frac{0.45 \cdot 0.5333}{0.53} = 0.4528 \end{aligned}$$

— o —

Ejercicio 28 (2.5 puntos)

El 20 % de los estudiantes de danza de una localidad andaluza están matriculados en la escuela A y el resto en la B. En estas escuelas se practica danza clásica y moderna y cada estudiante solo se puede matricular en una de estas dos especialidades. De los matriculados en A, el 70 % practica danza clásica y el resto danza moderna. Se sabe también que el 32 % de los estudiantes de danza son de la escuela B y practican danza clásica. Elegido al azar un estudiante de danza de la localidad, calcule la probabilidad de que:

- (1 punto) Practique danza clásica.
- (0.5 puntos) Practique danza moderna si es de la escuela B.
- (0.5 puntos) Estudie en la escuela B si resulta ser un estudiante de danza moderna.
- (0.5 puntos) Sea de la escuela A, pratique danza clásica y realice un Máster, sabiendo que el 80 % de los estudiantes de danza clásica de la escuela A realiza un Máster.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque C - Suplente 2)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El estudiante va a la escuela A"

$B \equiv$ "El estudiante va a la escuela B"

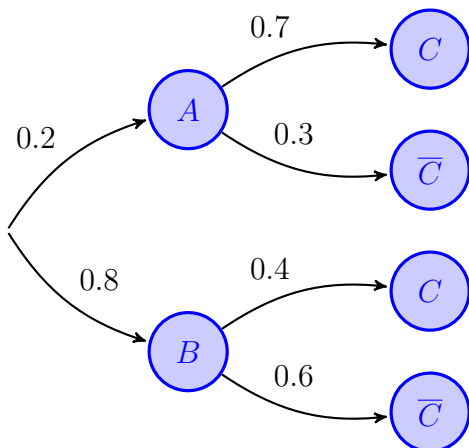
$C \equiv$ "El estudiante practica danza clásica"

$\bar{C} \equiv$ "El estudiante practica danza moderna"

$M \equiv$ "El estudiante hace un master"

Del enunciado tenemos:

$$P(B \cap C) = P(B) \cdot P(C | B) = 0.8 \cdot P(C | B) = 0.32 \implies P(C | B) = 0.4$$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(C) &= P((A \cap C) \cup (B \cap C)) \\ &= P(A \cap C) + P(B \cap C) \\ &= P(A) \cdot P(C | A) + P(B) \cdot P(C | B) \\ &= 0.2 \cdot 0.7 + 0.8 \cdot 0.4 = 0.46 \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(\bar{C} | B) = 1 - P(C | B) = 1 - 0.4 = 0.6$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(B | \bar{C}) &= \frac{P(B \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{P(B) \cdot P(\bar{C} | B)}{1 - P(C)} \\ &= \frac{0.8 \cdot 0.6}{1 - 0.46} = 0.889 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } P(A \cap C \cap M) &= P(A) \cdot P(C | A) \cdot P(M | A \cap C) \\ &= 0.2 \cdot 0.7 \cdot 0.8 = 0.112 \end{aligned}$$

Aragón



Ejercicio 29 (3.33 puntos)

Responde a las siguientes cuestiones:

a) (7 puntos) Una aseguradora ha lanzado seguros multidispositivos a jóvenes para contingencias de hurtos, roturas, daños, etc. de patinetes, teléfonos móviles y ordenadores portátiles. Los seguros de patinetes suponen el 40% de su cartera, los móviles representan el 45% y los portátiles el resto de su cartera. La compañía conoce que un 51% de patinetes, un 40% de teléfonos móviles y un 9% de ordenadores dan lugar a un parte de siniestro.

a.1 (2 puntos) Calcule la probabilidad de que se comunique un parte de siniestro.

a.2 (2 puntos) Si llegara un parte de siniestro, calcule la probabilidad de haber sido una contingencia por un teléfono móvil.

a.3 (3 puntos) Si llegara un parte de siniestro, ¿cuál de los tres dispositivos es más probable que haya causado la contingencia?

(Aragón - Matemáticas CCSS - Julio 2022)

Solución.

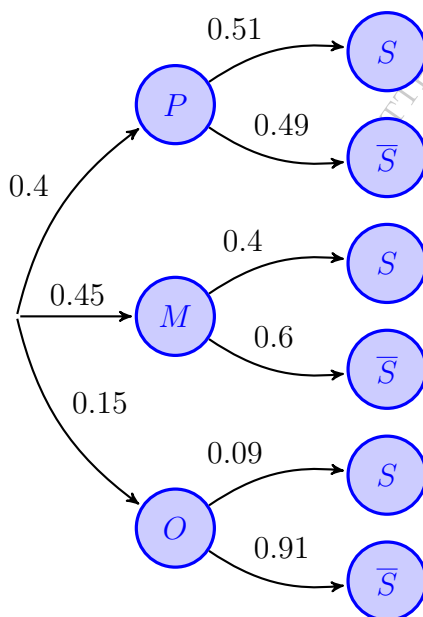
$P \equiv$ "El seguro es de patinete"

$M \equiv$ "El seguro es de teléfono móvil"

$O \equiv$ "El seguro es de ordenador"

$S \equiv$ "Se comunica un siniestro"

$$\begin{aligned} \text{a.1) } P(S) &= P((P \cap S) \cup (M \cap S) \cup (O \cap S)) = P(P \cap S) + P(M \cap S) + P(O \cap S) \\ &= P(P) \cdot P(S | P) + P(M) \cdot P(S | M) + P(O) \cdot P(S | O) \\ &= 0.4 \cdot 0.51 + 0.45 \cdot 0.4 + 0.15 \cdot 0.09 = 0.3975 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{a.2) } P(M | S) &= \frac{P(M \cap S)}{P(S)} = \frac{P(M) \cdot P(S | M)}{P(S)} \\ &= \frac{0.45 \cdot 0.4}{0.3975} = 0.4528 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{a.3) } P(P | S) &= \frac{P(P \cap S)}{P(S)} = \frac{P(P) \cdot P(S | P)}{P(S)} \\ &= \frac{0.4 \cdot 0.51}{0.3975} = 0.5132 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(O | S) &= \frac{P(O \cap S)}{P(S)} = \frac{P(O) \cdot P(S | O)}{P(S)} \\ &= \frac{0.15 \cdot 0.09}{0.3975} = 0.0339 \end{aligned}$$

Lo más probable es que el siniestro lo haya causado un patinete

Ejercicio 30 (3.33 puntos)

En cierta Facultad de Economía se oferta una misma asignatura en tres grupos, que denotaremos por G_1 , G_2 , G_3 . Los grupos representan el 40%, el 35% y el 25% de los estudiantes, respectivamente. Superan la asignatura el 80% del grupo G_1 , el 60% del grupo G_2 y el 92% del grupo G_3 . Calcule la probabilidad de que al escoger un estudiante al azar:

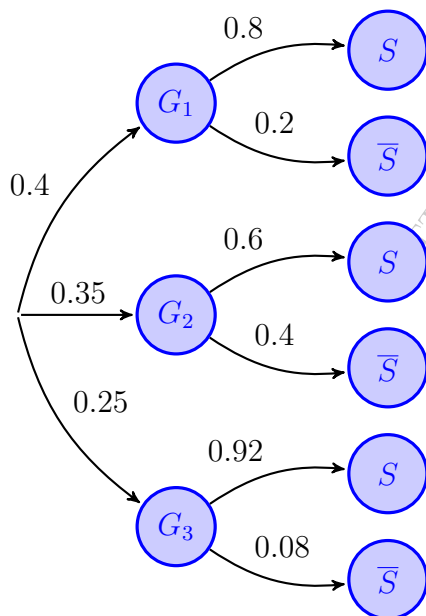
- (2 puntos) Haya superado la asignatura y sea del grupo G_3 .
- (2 puntos) No haya superado la asignatura.
- (2 puntos) Haya superado la asignatura.
- (2 puntos) Ni haya superado la asignatura ni sea del grupo G_1 .
- (2 puntos) Si el estudiante elegido al azar ha superado la asignatura calcule la probabilidad de ser del grupo G_3 .

(Aragón - Matemáticas CCSS - Junio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$G_1 \equiv$ "El estudiante es del grupo G_1 " $G_2 \equiv$ "El estudiante es del grupo G_2 "
 $G_3 \equiv$ "El estudiante es del grupo G_3 " $S \equiv$ "El estudiante supera la asignatura"



a) $P(G_3 \cap S) = P(G_3) \cdot P(S | G_3) = 0.25 \cdot 0.92 = 0.23$

b) $P(\bar{S}) = P((G_1 \cap \bar{S}) \cup (G_2 \cap \bar{S}) \cup (G_3 \cap \bar{S}))$
 $= P(G_1 \cap \bar{S}) + P(G_2 \cap \bar{S}) + P(G_3 \cap \bar{S})$
 $= P(G_1) \cdot P(\bar{S} | G_1) + P(G_2) \cdot P(\bar{S} | G_2)$
 $+ P(G_3) \cdot P(\bar{S} | G_3) = 0.4 \cdot 0.8$
 $+ 0.35 \cdot 0.6 + 0.25 \cdot 0.92 = 0.76$

c) $P(S) = 1 - P(\bar{S}) = 1 - 0.24 = 0.76$

d) $P(\overline{G_1 \cap \bar{S}}) = P(\overline{G_1 \cup \bar{S}}) = 1 - P(G_1 \cup \bar{S})$
 $= 1 - (P(G_1) + P(\bar{S}) - P(G_1 \cap \bar{S}))$
 $= 1 - (P(G_1) + P(\bar{S}) - P(G_1) \cdot P(\bar{S} | G_1))$
 $= 1 - (0.4 + 0.76 - 0.4 \cdot 0.8) = 0.16$

e) $P(G_3 | S) = \frac{P(G_3 \cap S)}{P(S)} = \frac{P(G_3) \cdot P(S | G_3)}{P(S)} = \frac{0.25 \cdot 0.92}{0.76} = 0.3026$

Ejercicio 31 (3.33 puntos)

Responda a las siguientes cuestiones:

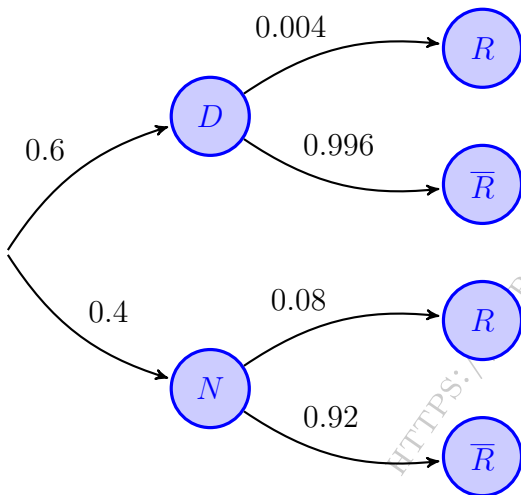
- a) (6 puntos) La probabilidad de que un autobús escolar llegue con retraso en un día nublado es de 0.08 y en un día despejado 0.004. Durante un periodo de 20 días ha habido 8 días nublados y 12 días despejados. Para un día elegido al azar, ¿cuál será la probabilidad de que el autobús llegue con retraso?
- b) (4 puntos) De los sucesos A y B de un mismo experimento aleatorio se sabe que:

$$P(A) = \frac{3}{8} \quad \& \quad P(B) = \frac{5}{8} \quad \& \quad P(A \cup B) = \frac{3}{4}$$

Calcule $P(A \cap B)$ & $P(A | B)$ & $P(A \cap \bar{B})$. Justifique si A y B son dos sucesos independientes.

(Aragón - Matemáticas CCSS - Julio 2023)

Solución.



a) Sean los sucesos:

$D \equiv$ "El día es despejado"

$N \equiv$ "El día es nublado"

$R \equiv$ "El autobús llega con retraso"

Del enunciado tenemos:

$$P(D) = \frac{12}{20} = 0.6 \quad \& \quad P(N) = \frac{8}{20} = 0.4$$

$$\begin{aligned} P(R) &= P((D \cap R) \cup (N \cap R)) \\ &= P(D \cap R) + P(N \cap R) \\ &= P(D) \cdot P(R | D) + P(N) \cdot P(R | N) \\ &= 0.6 \cdot 0.004 + 0.4 \cdot 0.08 = 0.0344 \end{aligned}$$

$$b) P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{3}{8} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{P(A \cap B) = \frac{1}{4}}$$

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/4}{5/8} \Rightarrow \boxed{P(A | B) = \frac{2}{5}}$$

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{P(A \cap \bar{B}) = \frac{1}{8}}$$

$$\left. \begin{aligned} P(A) \cdot P(B) &= \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{8} = \frac{15}{64} \\ P(A \cap B) &= \frac{1}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left| \begin{aligned} P(A \cap B) &\neq P(A) \cdot P(B) \\ A \text{ y } B &\text{ no son independientes} \end{aligned} \right.$$

o

Ejercicio 32 (3.33 puntos)

En España, el 30% de la población tiene menos de 30 años, el 50% tiene entre 30 y 65 años y el 20% tiene más de 65 años. Un estudio afirma que, de las personas de menos de 30 años el 70% tiene teléfono móvil, que de las personas entre 30 y 65 años el 95% tiene teléfono móvil y que de las personas de más de 65 años el 50% tiene teléfono móvil.

- (3 puntos) Se elige una persona al azar. Calcule la probabilidad de que tenga más de 65 años y posea teléfono móvil.
- (2 puntos) Elegimos una persona al azar. ¿cuál es la probabilidad de que tenga teléfono móvil?
- (2 puntos) Elegimos una persona al azar y resulta que tiene teléfono móvil. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga más de 65 años?
- (3 puntos) Elegimos a una persona de cada uno de los tres grupos de edad. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres tengan teléfono móvil? (Puede suponerse independencia entre las tres personas).

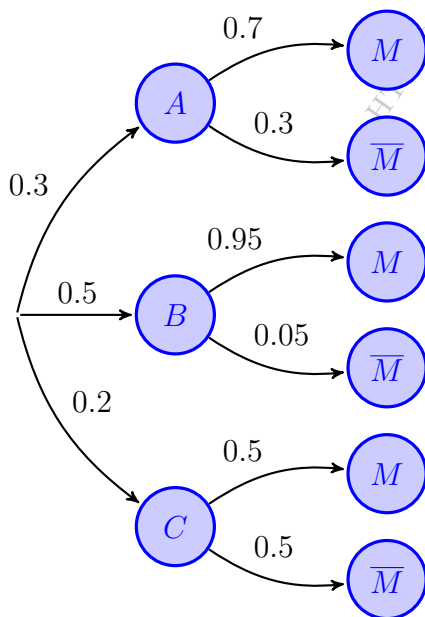
(Aragón - Matemáticas CCSS - Julio 2024)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ "La persona tiene menos de 30 años" $B \equiv$ "La persona tiene entre 30 y 65 años"

$C \equiv$ "La persona tiene más de 65" $M \equiv$ "La persona tiene teléfono móvil"



a) $P(C \cap M) = P(C) \cdot P(M | C) = 0.2 \cdot 0.5 = 0.1$

b) $P(M) = P((A \cap M) \cup (B \cap M) \cup (C \cap M))$
 $= P(A \cap M) + P(B \cap M) + P(C \cap M)$
 $= P(A) \cdot P(M | A) + P(B) \cdot P(M | B)$
 $+ P(C) \cdot P(M | C) = 0.3 \cdot 0.7$
 $+ 0.5 \cdot 0.95 + 0.2 \cdot 0.5 = 0.785$

c) $P(C | M) = \frac{P(C \cap M)}{P(M)} = \frac{P(C) \cdot P(M | C)}{P(M)}$
 $= \frac{0.2 \cdot 0.5}{0.785} = 0.1274$

d) $P((M | A) \cap (M | B) \cap (M | C))$
 $= P(M | A) \cdot P(M | B) \cdot P(M | C)$
 $= 0.7 \cdot 0.95 \cdot 0.5 = 0.3325$

Ejercicio 33 (2.5 puntos)

Una plataforma de streaming desea mejorar su catálogo de películas, para lo cual quiere conocer las preferencias de sus usuarios sobre las películas de Ciencia Ficción y de Comedia, dos de los géneros más populares entre sus suscriptores.

- a) (5 puntos) Con el fin de conocer las preferencias de sus usuarios, la plataforma ha realizado una encuesta entre una muestra aleatoria simple de 300 suscriptores. De estos, 210 han indicado que prefieren ver películas de Ciencia Ficción, mientras que el resto prefieren Comedia. Calcule un intervalo de confianza al 96 % para la proporción de suscriptores que prefieren ver Ciencia Ficción.
- b) (5 puntos) La plataforma de streaming investiga si la edad de sus usuarios influye en sus preferencias por el género de Ciencia Ficción. Han descubierto que el 60 % de sus usuarios son menores de 30 años y, dentro de este grupo, el 80 % prefiere el género de Ciencia Ficción. En cambio, entre los usuarios de 30 años o más, solo el 50 % tiene esta preferencia. La plataforma ha decidido premiar a uno de sus usuarios al azar con una suscripción gratuita por un año. Sabemos que el ganador prefiere ver películas de Ciencia Ficción. ¿Cuál es la probabilidad de que este usuario tenga menos de 30 años?

(Aragón - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción Obligatoria)

Solución.

$$\text{a) } n = 300 \quad \& \quad \hat{p} = \frac{210}{300} = 0.7 \quad \& \quad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 0.3 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.96$$

$$1 - \alpha = 0.96 \implies \alpha = 0.04 \implies \alpha/2 = 0.02 \implies 1 - \alpha/2 = 0.98 \xrightarrow{\text{Tabla}} z_{\alpha/2} = 2.055$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 2.055 \cdot \sqrt{\frac{0.7 \cdot 0.3}{300}} = 0.0544$$

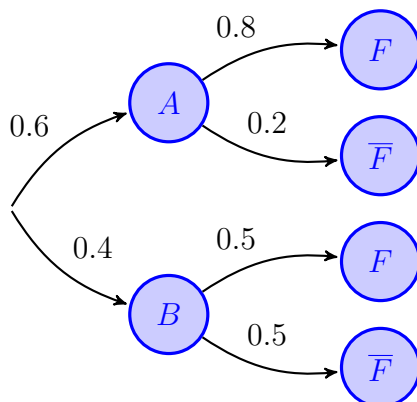
$$I.C._{96\%}(p) = (\hat{p} - E; \hat{p} + E) \implies I.C._{96\%}(p) = (0.6456; 0.7544)$$

b) Sean los sucesos:

$A \equiv$ “El usuario es menor de 30 años”

$B \equiv$ “El usuario tiene 30 o más años”

$F \equiv$ “El usuario prefiere la Ficción”



$$\begin{aligned} \blacksquare P(F) &= P((A \cap F) \cup (B \cap F)) \\ &= P(A \cap F) + P(B \cap F) \\ &= P(A) \cdot P(F | A) + P(B) \cdot P(F | B) \\ &= 0.6 \cdot 0.8 + 0.4 \cdot 0.5 = 0.68 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \blacksquare P(F | A) &= \frac{P(F \cap A)}{P(A)} = \frac{P(F) \cdot P(A | F)}{P(A)} \\ &= \frac{0.6 \cdot 0.8}{0.68} = 0.7059 \end{aligned}$$

Ejercicio 34 (2.5 puntos)

En la cafetería de un museo de arte contemporáneo, famosa por sus bebidas personalizadas y su ambiente artístico, los visitantes pueden elegir entre tres tipos de consumiciones preparadas de manera especial: café, té o bebida fría. Entre los jóvenes que frecuentan la cafetería, el 40% prefieren el café, el 35% eligen el té y el 25% optan por una bebida fría. Además, se sabe que, entre quienes prefieren el café, el 50% lo toman sin azúcar, entre quienes eligen el té, el 80% lo toman sin azúcar, y entre quienes prefieren una bebida fría, el 40% la toman sin azúcar.

- a) (4 puntos) Calcule la probabilidad de que un joven elegido al azar haya pedido una bebida fría sin azúcar.
- b) (6 puntos) Se selecciona un joven al azar y sabemos que ha pedido una consumición sin azúcar, calcule la probabilidad de que haya pedido una bebida fría.

(Aragón - Matemáticas CCSS - Julio 2025)

Solución.

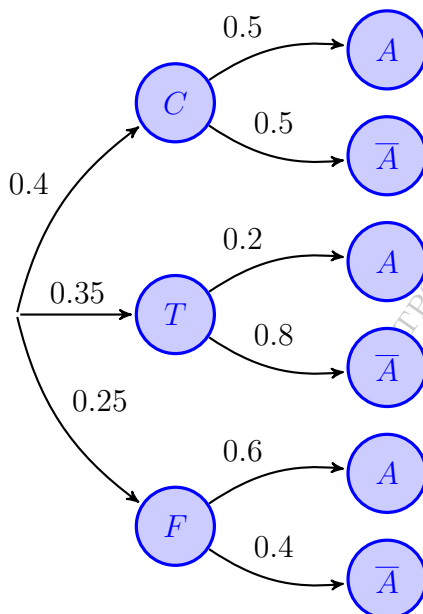
Sean los sucesos:

$C \equiv$ "El visitante toma café"

$T \equiv$ "El visitante toma té"

$F \equiv$ "El visitante toma bebida fría"

$A \equiv$ "La bebida tiene azúcar"



a) $P(F \cap \bar{A}) = P(F) \cdot P(\bar{A} | F) = 0.25 \cdot 0.4 = 0.1$

b) $P(\bar{A}) = P((C \cap \bar{A}) \cup (T \cap \bar{A}) \cup (F \cap \bar{A}))$
 $= P(C \cap \bar{A}) + P(T \cap \bar{A}) + P(F \cap \bar{A})$
 $= P(C) \cdot P(\bar{A} | C) + P(T) \cdot P(\bar{A} | T)$
 $+ P(F) \cdot P(\bar{A} | F) = 0.4 \cdot 0.5$
 $+ 0.35 \cdot 0.2 + 0.25 \cdot 0.6 = 0.42$

$$P(F | \bar{A}) = \frac{P(F \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(F) \cdot P(\bar{A} | F)}{P(\bar{A})}$$
$$= \frac{0.25 \cdot 0.4}{0.58} = 0.1724$$

————— ○ —————

Asturias



Ejercicio 35 (2.5 puntos)

El 30 % de los estudiantes de un instituto hace deporte. De los que hacen deporte, el 40 % toca un instrumento y de los que no hacen deporte, una cuarta parte toca un instrumento. Elegido un estudiante de ese instituto al azar:

- (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que haga deporte, pero no toque un instrumento?
- (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que haga deporte o toque un instrumento?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque A)

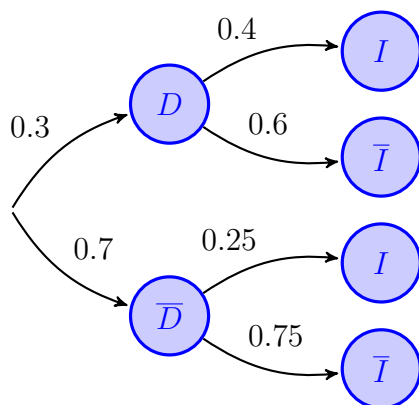
Solución.

Sean los sucesos:

$D \equiv$ “El estudiante hace deporte”

$I \equiv$ “El estudiante toca un instrumento”

$\bar{} \equiv$ “no”



$$a) P(D \cap \bar{I}) = P(D) \cdot P(\bar{I} | D) = 0.3 \cdot 0.6 = 0.18$$

$$\begin{aligned} b) P(D \cup I) &= P(D) + P(I) - P(D \cap I) \\ &= P(D) + P((D \cap I) \cup (\bar{D} \cap I)) - P(D \cap I) \\ &= P(D) + \cancel{P(D \cap I)} + P(\bar{D} \cap I) - \cancel{P(D \cap I)} \\ &= P(D) + P(\bar{D}) \cdot P(I | \bar{D}) \\ &= 0.3 + 0.7 \cdot 0.25 = 0.475 \end{aligned}$$

Otra forma:

$$\begin{aligned} b) P(D \cup I) &= 1 - P(\bar{D} \cap \bar{I}) = 1 - P(\bar{D}) \cdot P(\bar{I} | \bar{D}) = 1 - 0.7 \cdot 0.75 \\ &= 1 - 0.525 = 0.475 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 36 (2.5 puntos)

Una empresa tiene contratados dos operarios, Eva y Juan, para producir determinadas piezas. Eva realiza el 60% de la producción de esas piezas y el resto lo realiza Juan. Eva obtiene una pieza defectuosa el 10% de las veces, subiendo ese porcentaje hasta el 25% en el caso de Juan.

- a) (1.25 puntos) Seleccionada una pieza al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuosa?
- b) (1.25 puntos) Si se encuentra una pieza defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido hecha por Juan?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque B)

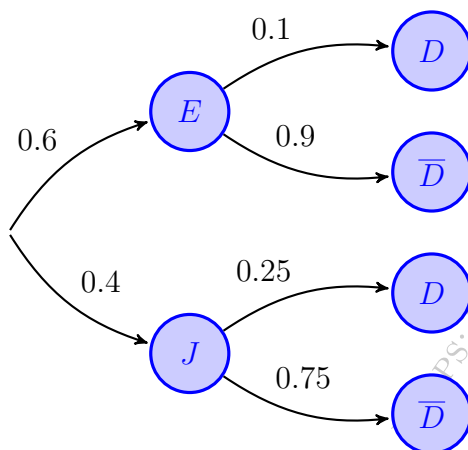
Solución.

Sean los sucesos:

$E \equiv$ "La pieza la ha producido Eva"

$J \equiv$ "La pieza la ha producido Juan"

$D \equiv$ "La pieza es defectuosa"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(D) &= P((E \cap D) \cup (J \cap D)) \\ &= P(E \cap D) + P(J \cap D) \\ &= P(E) \cdot P(D | E) + P(J) \cdot P(D | J) \\ &= 0.6 \cdot 0.1 + 0.4 \cdot 0.25 = 0.16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(J | D) &= \frac{P(J \cap D)}{P(D)} = \frac{P(J) \cdot P(D | J)}{P(D)} \\ &= \frac{0.4 \cdot 0.25}{0.16} = 0.6249 \end{aligned}$$

Ejercicio 37 (2.5 puntos)

Una empresa láctea se encarga de procesar leche y envasarla en botellas. De estas, el 70% son de leche entera, el 20% de leche semidesnatada y el resto de leche desnatada. Además se sabe que el 5% de las botellas de leche entera se exportan fuera del país, así como el 3% de las de leche semidesnatada y el 10% de las de leche desnatada.

- a) (1.25 puntos) Si se elige una botella al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no sea exportada?
- b) (1.25 puntos) Si se elige una botella al azar de entre las exportadas, ¿cuál es la probabilidad de que contenga leche semidesnatada?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Bloque A)

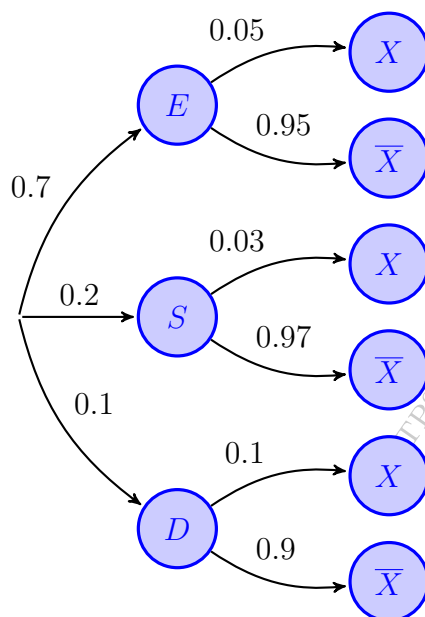
Solución.

$E \equiv$ "La leche es entera"

$S \equiv$ "La leche es semidesnatada"

$D \equiv$ "La leche es desnatada"

$X \equiv$ "La leche se exporta"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{X}) &= P((E \cap \bar{X}) \cup (S \cap \bar{X}) \cup (D \cap \bar{X})) \\ &= P(E \cap \bar{X}) + P(S \cap \bar{X}) + P(D \cap \bar{X}) \\ &= P(E) \cdot P(\bar{X} | E) + P(S) \cdot P(\bar{X} | S) \\ &\quad + P(D) \cdot P(\bar{X} | D) = 0.7 \cdot 0.95 \\ &\quad + 0.2 \cdot 0.97 + 0.1 \cdot 0.9 = 0.949 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(S | X) &= \frac{P(S \cap X)}{P(X)} = \frac{P(S) \cdot P(X | S)}{1 - P(\bar{X})} \\ &= \frac{0.2 \cdot 0.03}{1 - 0.949} = 0.1176 \end{aligned}$$

————— o —————

Ejercicio 38 (2.5 puntos)

En la segunda vuelta de unas elecciones presidenciales el 40 % de los votantes votan al candidato A y el 60 % restante al B. De los votantes del candidato A, el 25 % son mujeres, mientras que un 20 % de los votantes del candidato B son hombres.

- a) (1.25 puntos) Calcula la probabilidad de que un votante, elegido al azar sea mujer.
- b) (1.25 puntos) Calcula la probabilidad de que un votante, elegido al azar entre los hombres, haya votado al candidato A.

(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Bloque B)

Solución.

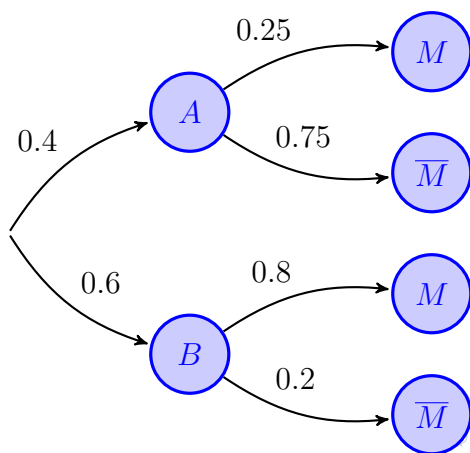
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "Se vota al candidato A"

$M \equiv$ "El votante es mujer"

$B \equiv$ "Se vota al candidato B"

$\bar{M} \equiv$ "El votante es hombre"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(M) &= P((A \cap M) \cup (B \cap M)) \\ &= P(A \cap M) + P(B \cap M) \\ &= P(A) \cdot P(M | A) + P(B) \cdot P(M | B) \\ &= 0.4 \cdot 0.25 + 0.6 \cdot 0.8 = 0.58 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A | \bar{M}) &= \frac{P(A \cap \bar{M})}{P(\bar{M})} = \frac{P(A) \cdot P(\bar{M} | A)}{1 - P(M)} \\ &= \frac{0.4 \cdot 0.75}{1 - 0.58} = 0.7143 \end{aligned}$$

Ejercicio 39 (2.5 puntos)

En una determinada población, el 5% de los individuos han contraído un virus. Para estudiar dicha enfermedad se somete a los individuos a un cribado consistente en una prueba que determina que tiene virus el 90% de las veces si el individuo está infectado y determina que no tiene virus el 95% de las veces si no está infectado. Se pide:

- a) (1.25 puntos) Si la prueba determina que un individuo tiene el virus, ¿cuál es la probabilidad de que realmente no lo tenga?
- b) (1.25 puntos) Si la prueba determina que un individuo no tiene el virus, ¿cuál es la probabilidad de que realmente lo tenga?

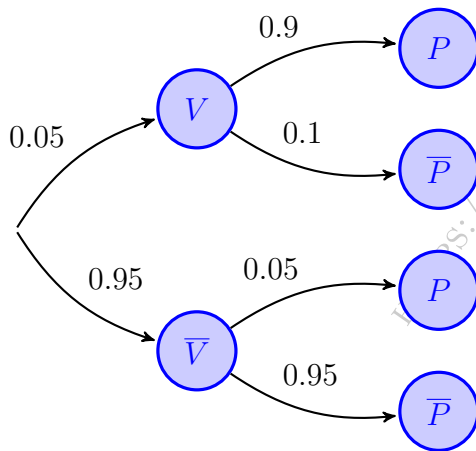
(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$V \equiv$ "La persona está infectada por el virus"

$P \equiv$ "El test determina que la persona está infectada por el virus"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(P) &= P((V \cap P) \cup (\bar{V} \cap P)) \\ &= P(V \cap P) + P(\bar{V} \cap P) \\ &= P(V) \cdot P(P | V) + P(\bar{V}) \cdot P(P | \bar{V}) \\ &= 0.05 \cdot 0.9 + 0.95 \cdot 0.05 = 0.0925 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\bar{V} | P) &= \frac{P(\bar{V} \cap P)}{P(P)} = \frac{P(\bar{V}) \cdot P(P | \bar{V})}{P(P)} \\ &= \frac{0.95 \cdot 0.05}{0.0925} = 0.5135 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(V | \bar{P}) &= \frac{P(V \cap \bar{P})}{P(\bar{P})} = \frac{P(V) \cdot P(\bar{P} | V)}{1 - P(P)} \\ &= \frac{0.05 \cdot 0.1}{1 - 0.0925} = 5.5 \cdot 10^{-3} = 0.0055 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 40 (2.5 puntos)

El 30% de los pasajeros que volaron con una compañía aérea el mes pasado lo hicieron por trabajo. De ellos, el 80% tienen tarjeta de fidelidad. Entre los pasajeros que volaron por causas diferentes al trabajo, el 40% tienen tarjeta de fidelidad.

- a) (1.25 puntos) Elegido un pasajero del mes pasado al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga tarjeta de fidelidad?
- b) (1.25 puntos) Entre los pasajeros con tarjeta de fidelidad del mes pasado se eligió uno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que volase por trabajo?

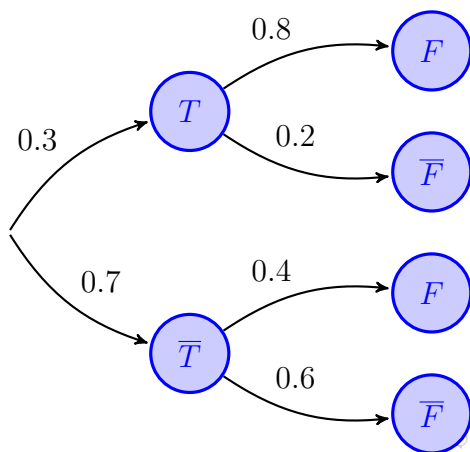
(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$T \equiv$ “El pasajero voló por trabajo”

$F \equiv$ “El pasajero tiene tarjeta de fidelidad”



a)
$$\begin{aligned} P(F) &= P((T \cap F) \cup (\bar{T} \cap F)) \\ &= P(T \cap F) + P(\bar{T} \cap F) \\ &= P(T) \cdot P(F | T) + P(\bar{T}) \cdot P(F | \bar{T}) \\ &= 0.3 \cdot 0.8 + 0.7 \cdot 0.4 = 0.52 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} P(T | F) &= \frac{P(T \cap F)}{P(F)} = \frac{P(T) \cdot P(F | T)}{P(F)} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.8}{0.52} = 0.4616 \end{aligned}$$

Ejercicio 41 (2.5 puntos)

Una empresa comercializa cromos de unos dibujos animados. El 60 % de los cromos son de personajes del “Reino Rosa” y el resto de personajes del “Reino Gris”. Por otro lado, uno de cada tres cromos del “Reino Rosa” y uno de cada cinco del “Reino Gris” tienen el borde dorado.

- a) (1.25 puntos) Elegido un cromo al azar ¿cuál es la probabilidad de que tenga el borde dorado?
- b) (1.25 puntos) Si se elige al azar un cromo entre los que no tienen el borde dorado, ¿cuál es la probabilidad de que sea del Reino Rosa?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2024)

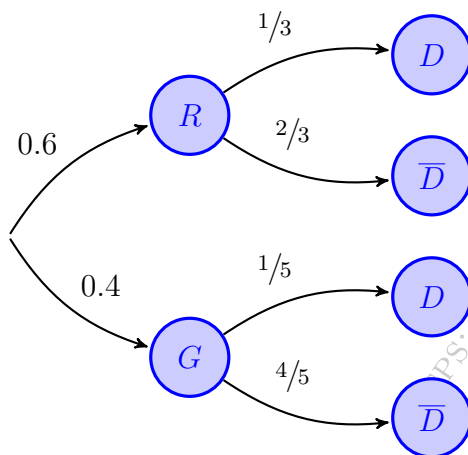
Solución.

Sean los sucesos:

$R \equiv$ “Los cromos son de personajes de *Reino Rosa*”

$G \equiv$ “Los cromos son de personajes de *Reino Gris*”

$D \equiv$ “Los cromos tienen el borde dorado”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(D) &\equiv P((R \cap D) \cup (G \cap D)) \\ &= P(R \cap D) + P(G \cap D) \\ &= P(R) \cdot P(D | R) + P(G) \cdot P(D | G) \\ &= 0.6 \cdot \frac{1}{3} + 0.4 \cdot \frac{1}{5} = 0.28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(R | \bar{D}) &= \frac{P(R \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{P(R) \cdot P(\bar{D} | R)}{1 - P(D)} \\ &= \frac{0.6 \cdot \frac{2}{3}}{1 - 0.28} = 0.5555 \end{aligned}$$

————— ○ —————

Ejercicio 42 (2.5 puntos)

El 60% de las viviendas anunciadas en una inmobiliaria se alquilan, el resto se venden. Por otra parte, 30% de las viviendas que se alquilan y el 60% de las que se venden son chalets, el resto son pisos.

- a) (1.25 puntos) Si se elige un piso al azar en esa inmobiliaria, ¿cuál es la probabilidad de que se alquile?
- b) (1.25 puntos) Si se elige una vivienda al azar, ¿cuál es la probabilidad de que esté en venta o sea un chalet?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2024)

Solución.

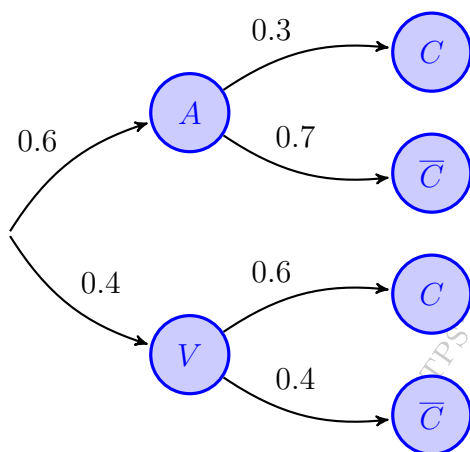
Sean los sucesos:

$A \equiv$ “La vivienda se alquila”

$V \equiv$ “La vivienda se vende”

$C \equiv$ “La vivienda es un chalet”

$\bar{C} \equiv$ “La vivienda es un piso”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(C) &= P((A \cap C) \cup (V \cap C)) \\ &= P(A \cap C) + P(V \cap C) \\ &= P(A) \cdot P(C | A) + P(V) \cdot P(C | V) \\ &= 0.6 \cdot 0.3 + 0.4 \cdot 0.6 = 0.42 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A | \bar{C}) &= \frac{P(A \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{P(A) \cdot P(\bar{C} | A)}{1 - P(C)} \\ &= \frac{0.6 \cdot 0.7}{1 - 0.42} = 0.7242 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(V \cup C) &= P(V) + P(C) - P(V \cap C) \\ &= P(V) + P(C) - P(V) \cdot P(C | V) \\ &= 0.4 + 0.42 - 0.4 \cdot 0.6 = 0.58 \end{aligned}$$

○

Ejercicio 43 (2.5 puntos)

Una empresa comercializa cromos de unos dibujos animados. El 60 % de los cromos son de personajes del “Reino Rosa” y el resto de personajes del “Reino Gris”. Por otro lado, uno de cada tres cromos del “Reino Rosa” y uno de cada cinco del “Reino Gris” tienen el borde dorado.

- a) (1.25 puntos) Elegido un cromo al azar ¿cuál es la probabilidad de que tenga el borde dorado?
- b) (1.25 puntos) Si se elige al azar un cromo entre los que no tienen el borde dorado, ¿cuál es la probabilidad de que sea del Reino Rosa?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque A)

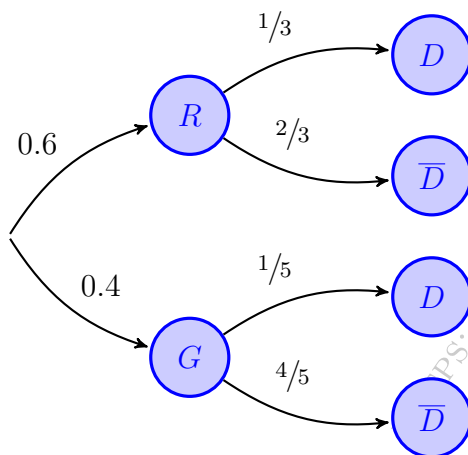
Solución.

Sean los sucesos:

$R \equiv$ “Los cromos son de personajes de *Reino Rosa*”

$G \equiv$ “Los cromos son de personajes de *Reino Gris*”

$D \equiv$ “Los cromos tienen el borde dorado”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(D) &\equiv P((R \cap D) \cup (G \cap D)) \\ &= P(R \cap D) + P(G \cap D) \\ &= P(R) \cdot P(D | R) + P(G) \cdot P(D | G) \\ &= 0.6 \cdot \frac{1}{3} + 0.4 \cdot \frac{1}{5} = 0.28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(R | \bar{D}) &= \frac{P(R \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{P(R) \cdot P(\bar{D} | R)}{1 - P(D)} \\ &= \frac{0.6 \cdot \frac{2}{3}}{1 - 0.28} = 0.5555 \end{aligned}$$

————— ○ —————

Ejercicio 44 (2.5 puntos)

Una marca de bolsos comercializó tres modelos la pasada primavera. El 3% del total de bolsos fabricados salieron defectuosos. Por otra parte, el 30% de todos los bolsos fabricados eran de tipo A; el 35%, de tipo B y el resto, de tipo C. Además, se sabe que el 3% de los de tipo A y el 5% de los de tipo C salieron defectuosos.

- a) (1.25 puntos) Elegido al azar un bolso entre los de tipo B, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?
- b) (1.25 puntos) Elegido un bolso al azar entre los defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de que sea de tipo B?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque B)

Solución.

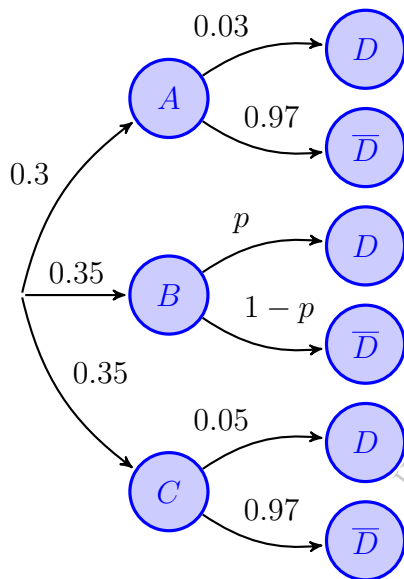
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El bolso es de tipo A"

$B \equiv$ "El bolso es de tipo B"

$C \equiv$ "El bolso es de tipo C"

$D \equiv$ "El bolso es defectuoso"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(D) &= P((A \cap D) \cup (B \cap D) \cup (C \cap D)) \\ &= P(A \cap D) + P(B \cap D) + P(C \cap D) \\ &= P(A) \cdot P(D | A) + P(B) \cdot P(D | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(D | C) = 0.3 \cdot 0.03 + 0.35p \\ &\quad + 0.35 \cdot 0.05 = 0.0265 + 0.35p \xrightarrow{P(D)=0.03} \end{aligned}$$

$$0.0265 + 0.35p = 0.03 \Rightarrow \boxed{p = P(D | B) = 0.01}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(B | D) &= \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{P(B) \cdot P(D | B)}{P(D)} \\ &= \frac{0.35 \cdot 0.01}{0.03} = 0.1165 \end{aligned}$$

Ejercicio 45 (2.5 puntos)

En la tómbola de un parque de atracciones se puede elegir entre 70 sobres, 40 son rojos y 30 son verdes. De los sobres rojos solo dos tienen el premio del peluche gigante, el 75% tienen “siga jugando” y el resto tienen otro tipo de premios. Entre los sobres verdes, tres contienen peluches gigantes, 23 tienen “siga jugando” y el resto, otros premios.

- a) (1.5 puntos) ¿Es más probable conseguir un peluche gigante si se elige un sobre verde o uno rojo? Si se elige un sobre al azar, ¿cuál es la probabilidad de ganar un peluche gigante?
- b) (1 punto) Si al elegir un sobre, sin poder ver el color, el premio no fue el peluche gigante y tampoco tenía “siga jugando”, ¿cuál es la probabilidad de que el sobre haya sido verde?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque A)

Solución.

Sean los sucesos:

$R \equiv$ “El sobre elegido es Rojo”

$V \equiv$ “El sobre elegido es Verde”

$P \equiv$ “En el sobre está el peluche”

$S \equiv$ “El sobre dice siga jugando”

$O \equiv$ “El sobre tiene otro premio”

Del enunciado tenemos:

$$P(R) = \frac{40}{70} = \frac{4}{7} \quad \& \quad P(V) = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$$

$$P(P | R) = \frac{2}{40} = 0.05 \quad \& \quad P(S | R) = 0.75 \quad \& \quad P(O | R) = 1 - (0.05 + 0.75) = 0.2$$

$$P(P | V) = \frac{3}{30} = 0.1 \quad \& \quad P(S | V) = \frac{23}{30} \quad \& \quad P(O | V) = \frac{4}{30} = \frac{1}{15}$$

- a) $P(P | R) = 0.05 < P(P | V) = 0.1 \implies$ es más probable obtener el peluche si se tiene un sobre verde que si se tiene uno rojo.

$$P(P) = \frac{5}{70} = 0.0714 \text{ pues hay cinco peluches en total de los 70 sobres.}$$

$$\text{b) } P(O) = P((R \cap O) \cup (V \cap O)) = P(R \cap O) + P(V \cap O)$$

$$= P(R) \cdot P(O | R) + P(V) \cdot P(O | V) = \frac{4}{7} \cdot 0.2 + \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{15} = \frac{6}{35} = 0.1714$$

$$P(V | O) = \frac{P(V \cap O)}{P(O)} = \frac{P(V) \cdot P(O | V)}{P(O)} = \frac{\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{15}}{\frac{6}{35}} = \frac{1}{3} = 0.3333$$

○

Ejercicio 46 (2.5 puntos)

El 70% de los asistentes a un partido de fútbol son aficionados del equipo local. El resto, del equipo visitante. Las entradas solo se pueden comprar por internet o en taquilla. El 30% de los aficionados del equipo local y el 60% de los aficionados del equipo visitante compraron su entrada por internet.

- a) (1.5 puntos) Elegido un asistente al partido al azar, ¿cuál es la probabilidad de que comprase su entrada por internet?
- b) (1 punto) Elegido al azar un asistente entre los que compraron su entrada en taquilla, ¿cuál es la probabilidad de que sea del equipo visitante?

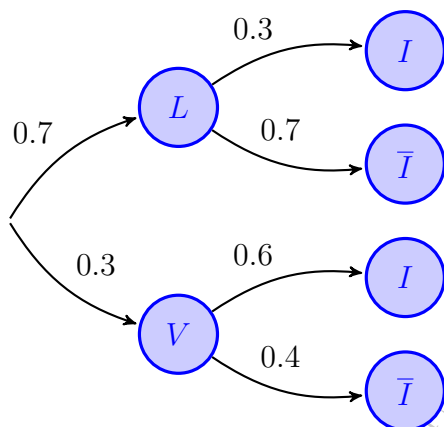
(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque A - Extraordinario)

Solución.

Sean los sucesos:

$L \equiv$ “El aficionado es del equipo local” $V \equiv$ “El aficionado es del equipo visitante”

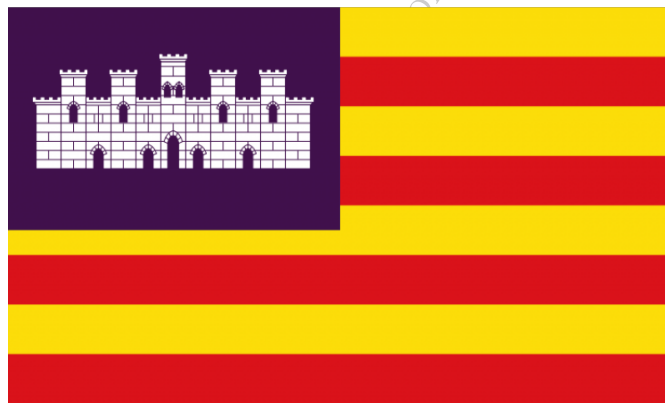
$I \equiv$ “El aficionado compró por internet” $\bar{I} \equiv$ “El aficionado compró en taquilla”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(I) &= P((L \cap I) \cup (V \cap I)) \\ &\equiv P(L \cap I) + P(V \cap I) \\ &= P(L) \cdot P(I | L) + P(V) \cdot P(I | V) \\ &= 0.7 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot 0.6 = 0.39 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(V | \bar{I}) &= \frac{P(V \cap \bar{I})}{P(\bar{I})} = \frac{P(V) \cdot P(\bar{I} | V)}{1 - P(I)} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.4}{1 - 0.39} = 0.1967 \end{aligned}$$

Islas Baleares



Ejercicio 47 (2.5 puntos)

En cierta empresa de exportación, el 62.5% de los empleados habla inglés. Por otra parte, entre los empleados que hablan inglés, el 80% habla también alemán. Entre los empleados que no hablan inglés, sólo la tercera parte sí habla alemán.

- (4 puntos) ¿Qué porcentaje de empleados habla las dos lenguas?
- (3 puntos) ¿Qué porcentaje de empleados habla alemán?
- (3 puntos) Si un empleado no habla alemán, ¿cuál es la probabilidad de que hable inglés?

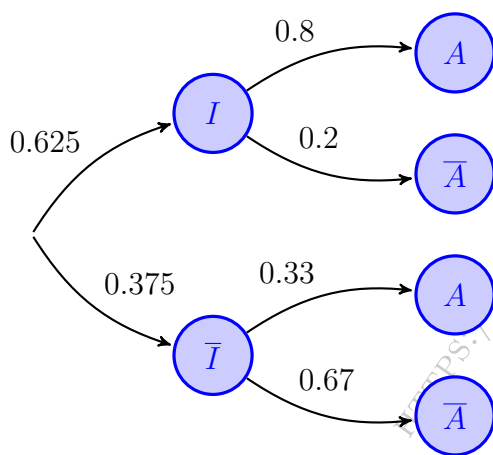
(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Junio 2022)

Solución.

Sean los sucesos:

$I \equiv$ "El empleado habla inglés"

$A \equiv$ "El empleado habla alemán"



$$a) P(I \cap A) = P(I) \cdot P(A | I) = 0.625 \cdot 0.8 = 0.5$$

$$\begin{aligned} b) P(A) &= P((I \cap A) \cup (\bar{I} \cap A)) \\ &= P(I \cap A) + P(\bar{I} \cap A) \\ &= P(I) \cdot P(A | I) + P(\bar{I}) \cdot P(A | \bar{I}) \\ &= 0.625 \cdot 0.8 + 0.375 \cdot 0.3333 = 0.625 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) P(I | \bar{A}) &= \frac{P(I \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(I) \cdot P(\bar{A} | I)}{1 - P(A)} \\ &= \frac{0.625 \cdot 0.2}{1 - 0.625} = 0.3333 \end{aligned}$$

○

Ejercicio 48 (2.5 puntos)

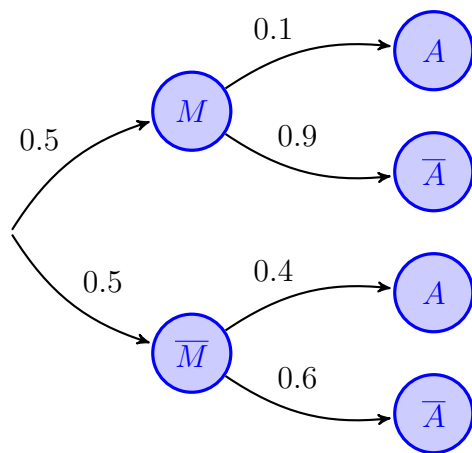
En una población,

- el 50% de habitantes con mayor poder adquisitivo tienen una probabilidad de vivir de alquiler de un 10%.
- el 50% de habitantes con menor poder adquisitivo tienen una probabilidad de vivir de alquiler de un 40%.

a) (4 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que escogiendo un habitante al azar, este viva de alquiler?

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Junio 2024)

Solución.



Sean los sucesos:

$M \equiv$ “La persona es de mayor poder adquisitivo”

$\bar{M} \equiv$ “La persona es de menor poder adquisitivo”

$A \equiv$ “La persona vive de alquiler”

$$\begin{aligned} \text{a) } P(A) &= P((M \cap A) \cup (\bar{M} \cap A)) \\ &= P(M \cap A) + P(\bar{M} \cap A) \\ &= P(M) \cdot P(A | M) + P(\bar{M}) \cdot P(A | \bar{M}) \\ &= 0.5 \cdot 0.1 + 0.5 \cdot 0.4 = 0.25 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 49 (2.5 puntos)

La probabilidad de que llueva un día cualquiera es siempre la misma. Ahora bien, si un día cualquiera ha llovido, la probabilidad de que llueva al día siguiente es del 40%; y si un día cualquiera no ha llovido, la probabilidad de que llueva al día siguiente es del 5%.

Considera los sucesos siguientes:

- A : Hoy ha llovido.
- B : Mañana lloverá.

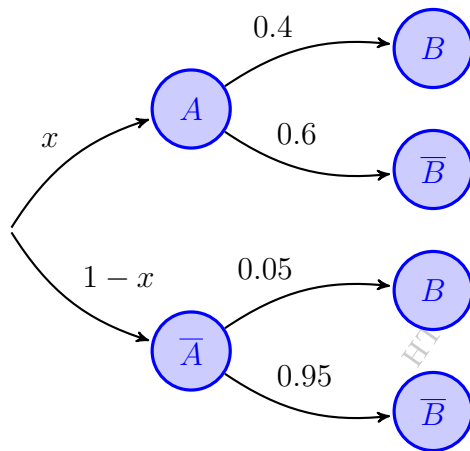
a) (5 puntos) Calcula $P(A)$ y $P(B)$.

b) (5 puntos) ¿Qué es más probable: que llueva mañana si sabemos que ha llovido hoy; o bien que llueva hoy si sabemos que mañana seguro que lloverá?

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Junio 2024)

Solución.

Sean los sucesos descritos en el enunciado tenemos:



a) $P(A) = P(B) = x$

$$\begin{aligned} P(B) &= P((A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B)) \\ &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) \\ &= P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = 0.4x + 0.05 \cdot (1 - x)$$

$$\Rightarrow 0.65x = 0.05 \Rightarrow x = P(A) = P(B) = \frac{1}{13}$$

b) $P(B | A) = 0.4$

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(B)}$$

$$= \frac{\frac{1}{13} \cdot 0.4}{\frac{1}{13}} = 0.4$$

Luego ambas opciones tienen la misma probabilidad.

————— ○ —————

Islas Canarias



Ejercicio 50 (2.5 puntos)

Un centro de estudios utiliza tres servidores para conectarse a Internet. El 40% de los accesos a la red se realiza a través del servidor uno, el 35% a través del servidor dos y el resto a través del tres. El 4% de los accesos a la red que utilizan el servidor 1 resultan bloqueados. También se bloquean el 6% de los accesos que se producen a través del servidor 2 y el 9% de los que usan el servidor 3.

- (0.5 puntos) Dibuja el diagrama en árbol para describir esta situación.
- (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que un acceso a internet no resulte bloqueado?
- (1 punto) Si un acceso a Internet resulta bloqueado, ¿cuál es la probabilidad de que el bloqueo haya ocurrido en el servidor 2?

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Opción A)

Solución.

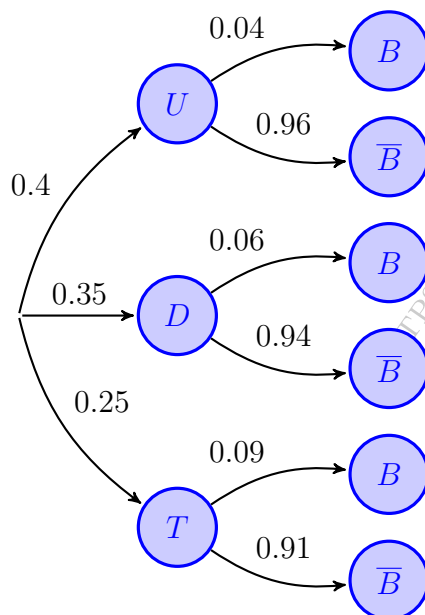
Sean los sucesos:

$U \equiv$ "Se utiliza el servidor 1"

$T \equiv$ "Se utiliza el servidor 3"

$D \equiv$ "Se utiliza el servidor 2"

$B \equiv$ "El acceso es bloqueado"



$$\begin{aligned} \text{b) } P(\bar{B}) &= P((U \cap \bar{B}) \cup (D \cap \bar{B}) \cup (T \cap \bar{B})) \\ &= P(U \cap \bar{B}) + P(D \cap \bar{B}) + P(T \cap \bar{B}) \\ &= P(U) \cdot P(\bar{B} | U) + P(D) \cdot P(\bar{B} | D) \\ &\quad + P(T) \cdot P(\bar{B} | T) = 0.4 \cdot 0.04 \\ &\quad + 0.35 \cdot 0.06 + 0.25 \cdot 0.09 = 0.0595 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(D | B) &= \frac{P(D \cap B)}{P(B)} = \frac{P(D) \cdot P(B | D)}{1 - P(\bar{B})} \\ &= \frac{0.35 \cdot 0.06}{1 - 0.0595} = 0.3529 \end{aligned}$$

Ejercicio 51 (2.5 puntos)

Se dispone de tres urnas idénticas con bolas de colores dentro. La primera urna tiene 6 blancas y 4 negras. La segunda tiene 5 blancas y 2 negras y la tercera tiene 4 blancas y 7 negras.

- (0.5 puntos) Se extrae una bola de una urna elegida al azar. Haz un diagrama con las probabilidades de los posibles resultados.
- (1 punto) Calcula la probabilidad de extraer una bola negra de una urna elegida al azar.
- (1 punto) Se ha hecho una extracción de una bola al azar y ha resultado ser blanca. Calcula la probabilidad de que haya sido extraída de la primera urna.

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

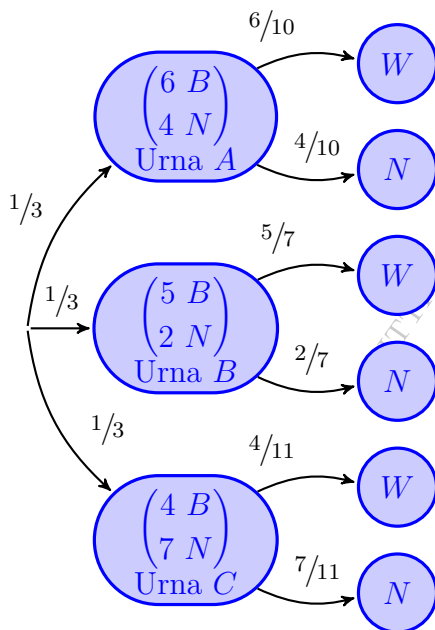
$A \equiv$ "Se elige la urna A"

$C \equiv$ "Se elige la urna C"

$N \equiv$ "Se extrae bola negra"

$B \equiv$ "Se elige la urna B"

$W \equiv$ "Se extrae bola blanca"



$$a) P(N) = P((A \cap N) \cup (B \cap N) \cup (C \cap N))$$

$$P(A \cap N) + P(B \cap N) + P(C \cap N)$$

$$P(A) \cdot P(N | A) + P(B) \cdot P(N | B)$$

$$+ P(C) \cdot P(N | C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{10}$$

$$+ \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{11} = \frac{509}{1155} = 0.4407$$

$$b) P(A | W) = \frac{P(A \cap W)}{P(W)} = \frac{P(A) \cdot P(W | A)}{1 - P(N)}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{10}}{1 - 0.4407} = 0.3576$$

o

Ejercicio 52 (2.5 puntos)

En un aeropuerto operan tres líneas aéreas: LAVOLONA, NUBERIA y BRINKEN. El 30% de las llegadas diarias corresponden a la compañía LAVOLONA, El 25% a NUBERIA y el resto a BRINKEN. La proporción de vuelos que llegan con retraso es del 5% para los de LAVOLONA, el 8% para los de NUBERIA y el 12% para los de BRINKEN.

- (0.5 puntos) Dibujar el correspondiente árbol de probabilidades.
- (1 punto) Se ha ido a recoger un pasajero al aeropuerto y el avión llega con retraso. ¿Cuál es la probabilidad de que el avión pertenezca a la compañía NUBERIA?
- (1 punto) Suponiendo que los retrasos se producen independientemente unos de otros, si los dos próximos aterrizajes corresponden a sendos aviones de la compañía BRINKEN, ¿cuál es la probabilidad de que alguno de ellos llegue con retraso?

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Junio 2023 - Opción A)

Solución.

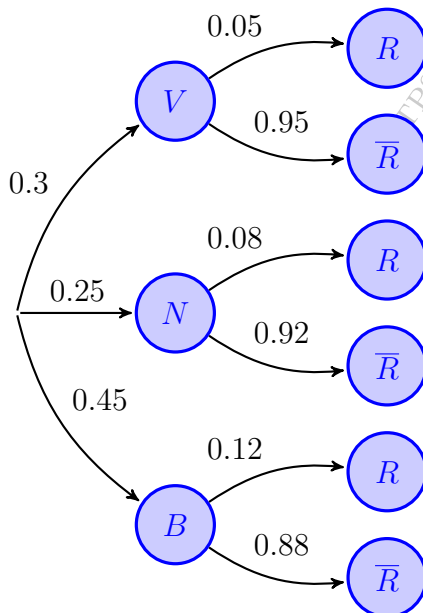
Sean los sucesos:

$V \equiv$ "El vuelo lo opera la compañía LAVOLONA"

$N \equiv$ "El vuelo lo opera la compañía NUBERIA"

$B \equiv$ "El vuelo lo opera la compañía BRINKEN"

$R \equiv$ "El vuelo llega con retraso"



$$\begin{aligned}
 \text{a) } P(R) &= P((V \cap R) \cup (N \cap R) \cup (B \cap R)) \\
 &= P(V \cap R) + P(N \cap R) + P(B \cap R) \\
 &= P(V) \cdot P(R | V) + P(N) \cdot P(R | N) \\
 &\quad + P(B) \cdot P(R | B) = 0.3 \cdot 0.05 \\
 &\quad + 0.25 \cdot 0.08 + 0.45 \cdot 0.12 = 0.089
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(N | R) &= \frac{P(N \cap R)}{P(R)} = \frac{P(N) \cdot P(R | N)}{P(R)} \\
 &= \frac{0.25 \cdot 0.08}{0.089} = 0.2246
 \end{aligned}$$

b) Sea $R_i \equiv$ "El vuelo i se retrasa"

$$\begin{aligned}
 P(R_1 \cup R_2) &= P(R_1) + P(R_2) - P(R_1 \cap R_2) \\
 &= 0.12 + 0.12 - 0.12 \cdot 0.12 = 0.2256
 \end{aligned}$$

○

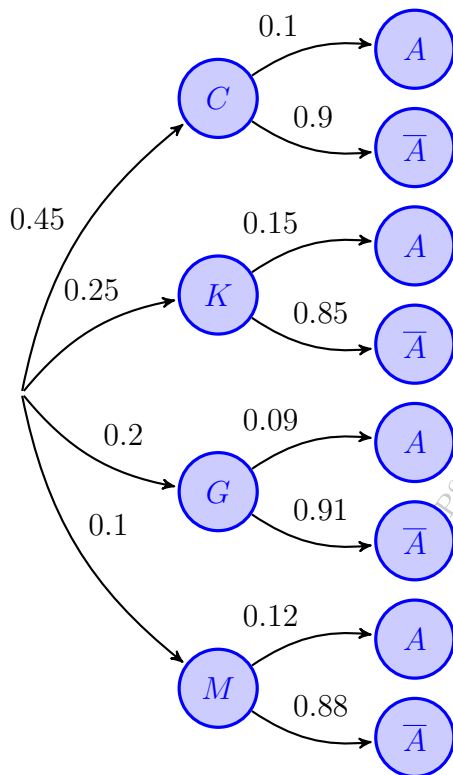
Ejercicio 53 (2.5 puntos)

En un taller de electricidad de vehículos se reparan coches (45%), camiones (25%), guaguas (20%) y motos (resto). El 10% de los coches, el 15% de los camiones, el 9% de las guaguas y el 12% de las motos vienen al taller por fallos en el sistema de arranque.

- (0.5 puntos) Construir un diagrama de árbol que describa lo anterior.
- (1 punto) Calcular la probabilidad de que se repare en el taller un vehículo que no tenga fallos en el sistema de arranque.
- (1 punto) Si se ha reparado en el taller un vehículo que presentaba fallos en el sistema de arranque, ¿cuál es la probabilidad de que sea una moto?

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Julio 2023 - Opción A)

Solución.



$C \equiv$ "El vehículo reparado es un coche"
 $K \equiv$ "El vehículo reparado es un camión"
 $G \equiv$ "El vehículo reparado es una guagua"
 $M \equiv$ "El vehículo reparado es una moto"
 $A \equiv$ "El vehículo tiene un fallo de arranque"

$$\begin{aligned} \text{b) } P(\bar{A}) &= P((C \cap \bar{A}) \cup (K \cap \bar{A}) \cup (G \cap \bar{A}) \cup (M \cap \bar{A})) \\ &= P(C \cap \bar{A}) + P(K \cap \bar{A}) + P(G \cap \bar{A}) + P(M \cap \bar{A}) \\ &= P(C) \cdot P(\bar{A} | C) + P(K) \cdot P(\bar{A} | K) \\ &\quad + P(G) \cdot P(\bar{A} | G) + P(M) \cdot P(\bar{A} | M) \\ &= 0.45 \cdot 0.9 + 0.25 \cdot 0.85 + 0.2 \cdot 0.91 + 0.1 \cdot 0.88 \\ &= 0.8875 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(M | A) &= \frac{P(M \cap A)}{P(A)} = \frac{P(M) \cdot P(A | M)}{1 - P(\bar{A})} \\ &= \frac{0.1 \cdot 0.12}{1 - 0.8875} = 0.1067 \end{aligned}$$

_____ o _____

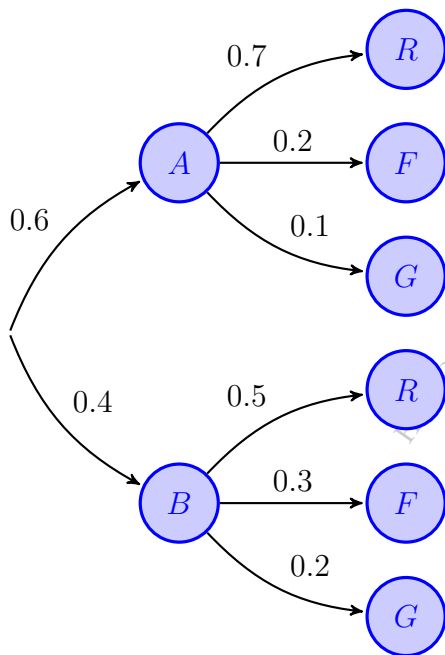
Ejercicio 54 (2.5 puntos)

Dos agricultores de medianías producen manzanas de tres variedades: reineta, fuji y golden. De las manzanas producidas por el agricultor A, el 70 % son reinetas, el 20 % fuji y el resto golden; de las producidas por el agricultor B, un 50 % son reinetas, un 30 % golden y el resto fuji. Un supermercado de la zona vende manzanas solamente de estos agricultores. El 60 % de las manzanas las adquiere del agricultor A y el 40 % restante del B.

- (0.5 puntos) Dibuja el árbol de probabilidades correspondiente a la situación descrita.
- (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que la manzana elegida al azar por un cliente sea de la variedad reineta?
- (1 punto) Si la manzana elegida no es de la variedad reineta ¿cuál es la probabilidad de que haya sido producida por el agricultor A?

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Junio 2024 - Opción A)

Solución.



Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El agricultor es el A"

$B \equiv$ "El agricultor es el B"

$R \equiv$ "Produce manzanas reineta"

$F \equiv$ "Produce manzanas fuji"

$G \equiv$ "Produce manzanas golden"

$$\begin{aligned} \text{b) } P(R) &= P((A \cap R) \cup (B \cap R)) \\ &= P(A \cap R) + P(B \cap R) \\ &= P(A) \cdot P(R | A) + P(B) \cdot P(R | B) \\ &= 0.6 \cdot 0.7 + 0.4 \cdot 0.5 = 0.62 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(A | \bar{R}) &= \frac{P(A \cap \bar{R})}{P(\bar{R})} = \frac{P(A) \cdot P(\bar{R} | A)}{1 - P(R)} \\ &= \frac{0.6 \cdot 0.3}{1 - 0.62} = 0.4737 \end{aligned}$$

Ejercicio 55 (2.5 puntos)

En un molino de gofio, se elaboran gofios de trigo, de millo y de cinco cereales. El gofio de trigo supone un 40% de la producción, el gofio de millo, un 32% y el resto es de gofio de cinco cereales. A veces, algún paquete presenta un defecto que hace imposible su comercialización. Con el gofio de trigo ocurre en un 1.2% de los paquetes, con el de millo en un 0.9% y con el de cinco cereales en un 2.3%.

- (0.5 puntos) Elabora el árbol de probabilidades.
- (1 punto) Si se elige al azar un paquete de gofio, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga defectos?
- (1 punto) Si presenta algún defecto, ¿cuál es la probabilidad de que el paquete sea de gofio de millo?

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Julio 2024 - Opción A)

Solución.

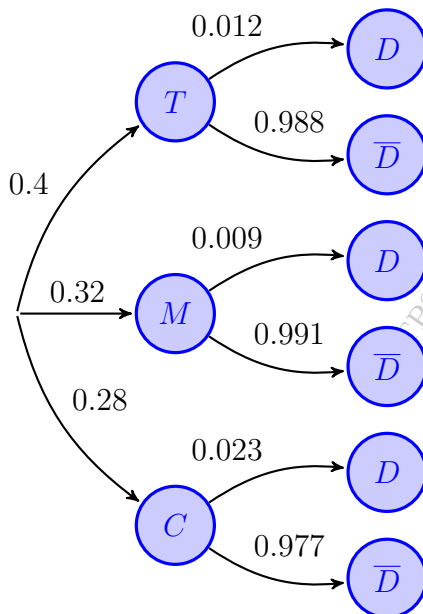
Sean los sucesos:

$T \equiv$ “El gofio es de trigo”

$M \equiv$ “El gofio es de millo”

$C \equiv$ “El gofio es de cinco cereales”

$D \equiv$ “El paquete tiene un defecto”



$$\begin{aligned} \text{b) } P(\bar{D}) &= P((T \cap \bar{D}) \cup (M \cap \bar{D}) \cup (C \cap \bar{D})) \\ &= P(T \cap \bar{D}) + P(M \cap \bar{D}) + P(C \cap \bar{D}) \\ &= P(T) \cdot P(\bar{D} | T) + P(M) \cdot P(\bar{D} | M) \\ &\quad + P(C) \cdot P(\bar{D} | C) = 0.4 \cdot 0.012 \\ &\quad + 0.32 \cdot 0.009 + 0.28 \cdot 0.023 = 0.0141 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(D) &= 1 - P(\bar{D}) = 1 - 0.9859 = 0.0141 \\ P(M | D) &= \frac{P(M \cap D)}{P(D)} = \frac{P(M) \cdot P(D | M)}{P(D)} \\ &= \frac{0.32 \cdot 0.009}{0.0141} = 0.2035 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 56 (2.5 puntos)

Una cadena de supermercados envasa al vacío tres tipos de queso, en las siguientes proporciones: fresco (45%), semicurado (30%) y curado (25%). Parte del queso que recibe es de importación concretamente, el 15% del queso fresco, el 23% del semicurado y el 40% del curado.

- (0.5 puntos) Representar, mediante un árbol de probabilidades, la situación descrita.
- (1 punto) Se elige al azar un paquete de queso, ¿cuál es la probabilidad de que no sea de importación?
- (1 punto) Si el queso elegido es de importación, ¿qué probabilidad tiene de ser curado?

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción A)

Solución.

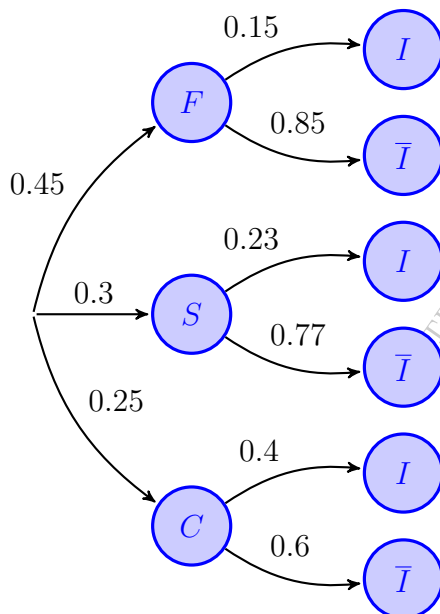
Sean los sucesos:

$F \equiv$ “El queso es fresco”

$C \equiv$ “El queso es curado”

$S \equiv$ “El queso es semicurado”

$I \equiv$ “El queso es de importación”



$$\begin{aligned} \text{b) } P(\bar{I}) &= P((F \cap \bar{I}) \cup (S \cap \bar{I}) \cup (C \cap \bar{I})) \\ &= P(F \cap \bar{I}) + P(S \cap \bar{I}) + P(C \cap \bar{I}) \\ &= P(F) \cdot P(\bar{I} | F) + P(S) \cdot P(\bar{I} | S) \\ &\quad + P(C) \cdot P(\bar{I} | C) = 0.45 \cdot 0.15 \\ &\quad + 0.3 \cdot 0.23 + 0.25 \cdot 0.4 = 0.2365 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(I) &= 1 - P(\bar{I}) = 1 - 0.7635 = 0.2365 \\ P(C | I) &= \frac{P(C \cap I)}{P(I)} = \frac{P(C) \cdot P(I | C)}{P(I)} \\ &= \frac{0.25 \cdot 0.4}{0.2365} = 0.4228 \end{aligned}$$

Ejercicio 57 (2.5 puntos)

Determinados productos envasados de larga duración se transportan cada semana, entre dos ciudades españolas, por carretera (el 42%), por tren (el 47%) y por avión (el resto). Por causas diversas, las entregas en destino sufren retraso en el 10%, el 5% y el 7% de los envíos, respectivamente.

- (0.5 puntos) Dibujar el correspondiente árbol de probabilidades.
- (1 punto) Hallar la probabilidad de que, en una determinada semana, los envíos se entreguen en destino sin retrasos.
- (1 punto) Sabiendo que se ha producido retraso en la entrega en destino, ¿cuál es la probabilidad de que el envío se haya realizado por tren?

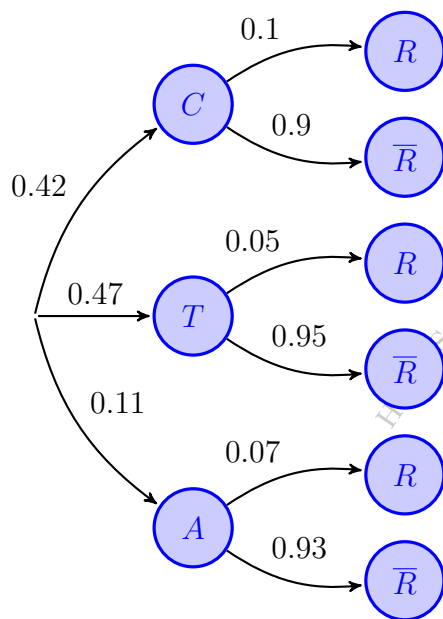
(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 B)

Solución.

Sean los sucesos:

$C \equiv$ "El producto se traslada por carretera" $T \equiv$ "El producto se traslada por tren"

$A \equiv$ "El producto se traslada por avión" $R \equiv$ "La entrega tiene retraso"

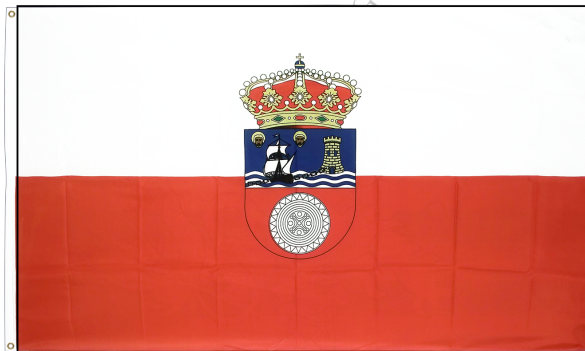


$$\begin{aligned} \text{b) } P(\bar{R}) &= P((C \cap \bar{R}) \cup (T \cap \bar{R}) \cup (A \cap \bar{R})) \\ &= P(C \cap \bar{R}) + P(T \cap \bar{R}) + P(A \cap \bar{R}) \\ &= P(C) \cdot P(\bar{R} | C) + P(T) \cdot P(\bar{R} | T) \\ &\quad + P(A) \cdot P(\bar{R} | A) = 0.42 \cdot 0.1 \\ &\quad + 0.47 \cdot 0.05 + 0.11 \cdot 0.07 = 0.0732 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(T | R) &= \frac{P(T \cap R)}{P(R)} = \frac{P(T) \cdot P(R | T)}{1 - P(\bar{R})} \\ &= \frac{0.47 \cdot 0.05}{1 - 0.9268} = 0.3210 \end{aligned}$$

————— o —————

Cantabria



Ejercicio 58 (2.5 puntos)

En una cierta ciudad el 35 % del censo vota al partido A, el 45 % al partido B y el 20 % restante se abstiene. Se sabe, además, que el 20 % de los votantes del partido A, el 30 % de los del partido B y el 15 % de los que se abstienen son mayores de 60 años. Si se escoge al azar un ciudadano censado:

- (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que vote al partido B y tenga como máximo 60 años?
- (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que vote al partido A y sea mayor de 60 años?
- (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mayor de 60 años?
- (0.75 puntos) Si es mayor de 60 años, ¿cuál es la probabilidad de que se haya abstenido en las elecciones?

(Cantabria - Matemáticas CCSS - Junio 2022)

Solución.

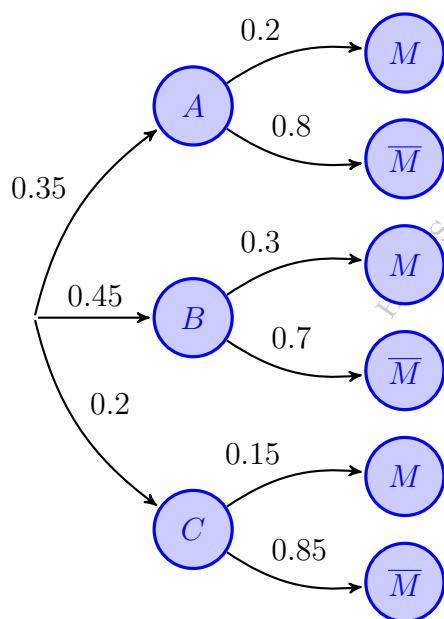
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El ciudadano vota al partido A"

$B \equiv$ "El ciudadano vota al partido B"

$C \equiv$ "El ciudadano decide abstenerse"

$M \equiv$ "El votante tiene más de 60 años"



a) $P(B \cap \bar{M}) = P(B) \cdot P(\bar{M} | B) = 0.45 \cdot 0.7 = 0.315$

b) $P(A \cap M) = P(A) \cdot P(M | A) = 0.35 \cdot 0.2 = 0.07$

c) $P(M) = P((A \cap M) \cup (B \cap M) \cup (C \cap M))$
 $= P(A \cap M) + P(B \cap M) + P(C \cap M)$
 $= P(A) \cdot P(M | A) + P(B) \cdot P(M | B)$
 $+ P(C) \cdot P(M | C) = 0.35 \cdot 0.2$
 $+ 0.45 \cdot 0.3 + 0.2 \cdot 0.15 = 0.235$

d) $P(C | M) = \frac{P(C \cap M)}{P(M)} = \frac{P(C) \cdot P(M | C)}{P(M)}$
 $= \frac{0.2 \cdot 0.15}{0.235} = 0.1276$

_____ o _____

Ejercicio 59 (2.5 puntos)

El 65 % de los clientes de un cierto supermercado compra leche de origen animal, el 25 % compra leche de origen vegetal y el 10 % restante no compra leche de ningún tipo. Además, el 20 % de los que compran leche de origen animal, el 70 % de los que compran leche de origen vegetal y el 10 % de los que no compran leche de ningún tipo compran también galletas de soja. Si se escoge al azar un cliente del supermercado.

- (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que compre leche de origen animal y galletas de soja?
- (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que compre leche de origen vegetal y no compre galletas de soja?
- (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que compre galletas de soja?
- (0.75 puntos) Si no compra galletas de soja, ¿cuál es la probabilidad de que compre leche de origen vegetal?

(Cantabria - Matemáticas CCSS - Julio 2022)

Solución.

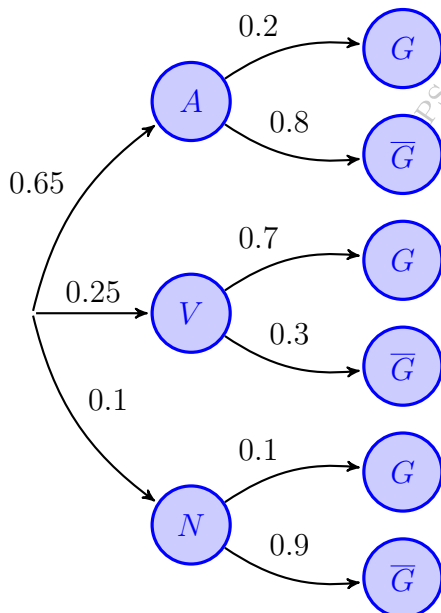
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El cliente compra leche de origen animal"

$V \equiv$ "El cliente compra leche de origen vegetal"

$N \equiv$ "El cliente no compra leche"

$G \equiv$ "El cliente compra galletas de soja"



a) $P(A \cap G) = P(A) \cdot P(G | A) = 0.65 \cdot 0.2 = 0.13$

b) $P(V \cap \bar{G}) = P(V) \cdot P(\bar{G} | V) = 0.25 \cdot 0.3 = 0.075$

c) $P(G) = P((A \cap G) \cup (V \cap G) \cup (N \cap G))$
 $= P(A \cap G) + P(V \cap G) + P(N \cap G)$
 $= P(A) \cdot P(G | A) + P(V) \cdot P(G | V)$
 $+ P(N) \cdot P(G | N) = 0.65 \cdot 0.2$
 $+ 0.25 \cdot 0.7 + 0.1 \cdot 0.1 = 0.315$

d) $P(V | \bar{G}) = \frac{P(V \cap \bar{G})}{P(\bar{G})} = \frac{P(V) \cdot P(\bar{G} | V)}{1 - P(G)}$
 $= \frac{0.25 \cdot 0.3}{1 - 0.315} = 0.1095$

Ejercicio 60 (2.5 puntos)

Se tiene una urna que contiene 5 bolas blancas, 3 negras y 2 rojas. Si se extraen al azar dos bolas de forma consecutiva y sin reemplazamiento:

- (0.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean rojas?
- (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color?
- (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de las dos bolas extraídas sea negra?
- (0.75 puntos) Si la segunda bola que se extrae es roja, ¿cuál es la probabilidad de que la primera haya sido blanca?

(Cantabria - Matemáticas CCSS - Junio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$B_I \equiv$ “La bola i extraída es blanca”

$N_I \equiv$ “La bola i extraída es negra”

$R_I \equiv$ “La bola i extraída es roja”

$$\text{a) } P(R_1 \cap R_2) = P(R_1) \cdot P(R_2 | R_1) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{45} = 0.0222$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P\left((B_1 \cap B_2) \cup (N_1 \cap N_2) \cup (R_1 \cap R_2)\right) &= P(B_1 \cap B_2) + P(N_1 \cap N_2) + P(R_1 \cap R_2) \\ &= P(B_1) \cdot P(B_2 | B_1) + P(N_1) \cdot P(N_2 | N_1) + P(R_1) \cdot P(R_2 | R_1) \\ &= \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{14}{45} = 0.3111 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(\text{“Al menos una negra”}) &= 1 - P(\text{“Ninguna negra”}) = 1 - P(\overline{N}_1 \cap \overline{N}_2) \\ &= 1 - \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = 1 - \frac{7}{15} = 1 - 0.4666 = 0.5333 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } P(R_2) &= P\left((B_1 \cap R_2) \cup (N_1 \cap R_2) \cup (R_1 \cap R_2)\right) = P(B_1 \cap R_2) + P(N_1 \cap R_2) \\ &\quad + P(R_1 \cap R_2) = P(B_1) \cdot P(R_2 | B_1) + P(N_1) \cdot P(R_2 | N_1) \\ &\quad + P(R_1) \cdot P(R_2 | R_1) = \frac{5}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{5} = 0.2 \end{aligned}$$

$$P(B_1 | R_2) = \frac{P(B_1 \cap R_2)}{P(R_2)} = \frac{P(B_1) \cdot P(R_2 | B_1)}{P(R_2)} = \frac{\frac{5}{10} \cdot \frac{2}{9}}{\frac{1}{5}} = \frac{5}{9} = 0.5555$$

————— ◦ —————

Ejercicio 61 (2.5 puntos)

El 55 % de los artículos que fabrica una empresa de iluminación son bombillas, el 30 % fluorescentes y el resto halógenos. Tras un análisis en el departamento de calidad se encuentra que el 2% de las bombillas, el 1% de los fluorescentes y el 3% de los halógenos que se producen presenta algún tipo de defecto de fábrica. Si se escoge un producto al azar de los que se producen:

- (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que sea un fluorescente y no presente ningún defecto de fábrica?
- (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que sea una bombilla y presente algún defecto de fábrica?
- (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que presente algún defecto de fábrica?
- (0.75 puntos) Si no presenta ningún defecto de fábrica, ¿cuál es la probabilidad de que sea un halógeno?

(Cantabria - Matemáticas CCSS - Julio 2023)

Solución.

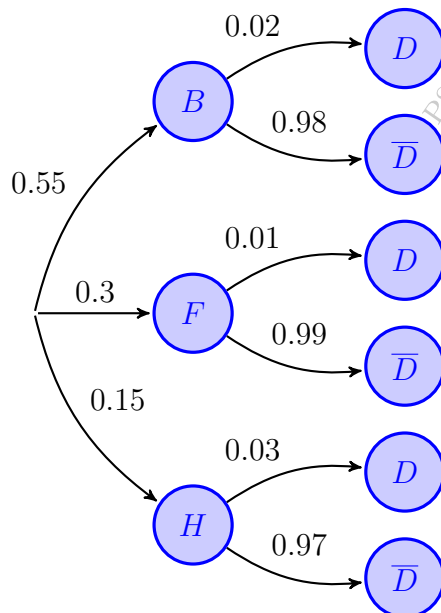
Sean los sucesos:

$B \equiv$ “El artículo fabricado es una bombilla”

$F \equiv$ “El artículo fabricado es un fluorescente”

$H \equiv$ “El artículo fabricado es un halógeno”

$D \equiv$ “El artículo es defectuoso”



$$a) P(F \cap \bar{D}) = P(F) \cdot P(\bar{D} | F) = 0.3 \cdot 0.99 = 0.297$$

$$b) P(B \cap D) = P(B) \cdot P(D | B) = 0.55 \cdot 0.02 = 0.011$$

$$c) P(D) = P((B \cap D) \cup (F \cap D) \cup (H \cap D)) \\ = P(B \cap D) + P(F \cap D) + P(H \cap D) \\ = P(B) \cdot P(D | B) + P(F) \cdot P(D | F) \\ + P(H) \cdot P(D | H) = 0.55 \cdot 0.02 \\ + 0.3 \cdot 0.01 + 0.15 \cdot 0.03 = 0.0185$$

$$d) P(H | \bar{D}) = \frac{P(H \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{P(H) \cdot P(\bar{D} | H)}{1 - P(D)} \\ = \frac{0.15 \cdot 0.97}{1 - 0.0185} = 0.1482$$

Ejercicio 62 (2.5 puntos)

En un instituto se sabe que el 45 % de los estudiantes practican algún deporte, el 30 % participan en actividades artísticas y el 25 % están involucrados en actividades de voluntariado. Además se sabe que el 60 % de los estudiantes que practican deportes, el 40 % de los que participan en actividades artísticas y el 20 % de los que están involucrados en actividades de voluntariado también son miembros del Consejo estudiantil. Si se escoge al azar un estudiante:

- (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que practique deporte y sea miembro del Consejo estudiantil?
- (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante participe en actividades artísticas y no sea miembro del Consejo estudiantil?
- (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante sea miembro del Consejo estudiantil?
- (0.75 puntos) Si un estudiante no es miembro del Consejo estudiantil, ¿cuál es la probabilidad de que participe en actividades de voluntariado?

(Cantabria - Matemáticas CCSS - Junio 2024)

Solución.

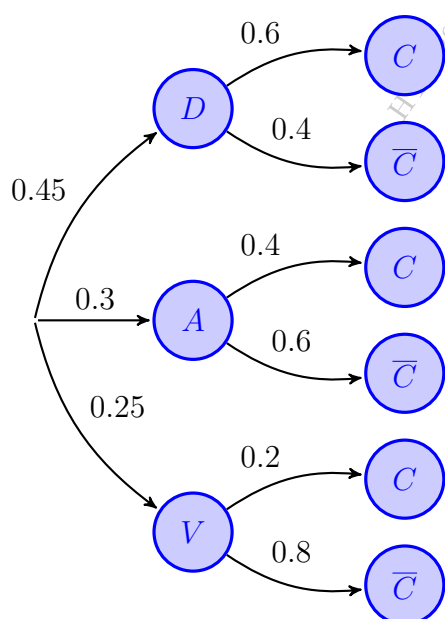
Sean los sucesos:

$D \equiv$ “El estudiante practica deporte”

$A \equiv$ “El estudiante participa en actividades artísticas”

$V \equiv$ “El estudiante participa en actividades de voluntariado”

$C \equiv$ “El estudiante es miembro del Consejo estudiantil”



a) $P(D \cap C) = P(D) \cdot P(C | D) = 0.45 \cdot 0.6 = 0.27$

b) $P(A \cap \bar{C}) = P(A) \cdot P(\bar{C} | A) = 0.3 \cdot 0.6 = 0.18$

c) $P(C) = P((D \cap C) \cup (A \cap C) \cup (V \cap C))$
 $= P(D \cap C) + P(A \cap C) + P(V \cap C)$
 $= P(D) \cdot P(C | D) + P(A) \cdot P(C | A)$
 $+ P(V) \cdot P(C | V) = 0.45 \cdot 0.6$
 $+ 0.3 \cdot 0.4 + 0.25 \cdot 0.2 = 0.44$

d) $P(V | \bar{C}) = \frac{P(V \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{P(V) \cdot P(\bar{C} | V)}{1 - P(C)}$
 $= \frac{0.25 \cdot 0.8}{1 - 0.44} = 0.3572$

_____ o _____

Ejercicio 63 (2.5 puntos)

En una encuesta sobre hábitos de lectura, se encontró que el 50 % de los lectores, prefieren los libros de ficción, el 30 % prefieren los libros de biografías y el resto prefieren los libros de poesía. Además, se descubrió que el 60 % de los que prefieren la ficción, el 40 % de los que prefieren biografías y el 25 % de los que prefieren poesía también participan en eventos de lectura. Si se escoge al azar una persona:

- (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que prefiera los libros de ficción y participe en eventos de lectura?
- (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que prefiera los libros de poesía y no participe en eventos de lectura?
- (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que participe en eventos de lectura?
- (0.75 puntos) Si no participa en eventos de lectura, ¿cuál es la probabilidad de que prefiera los libros de ficción?

(Cantabria - Matemáticas CCSS - Julio 2024)

Solución.

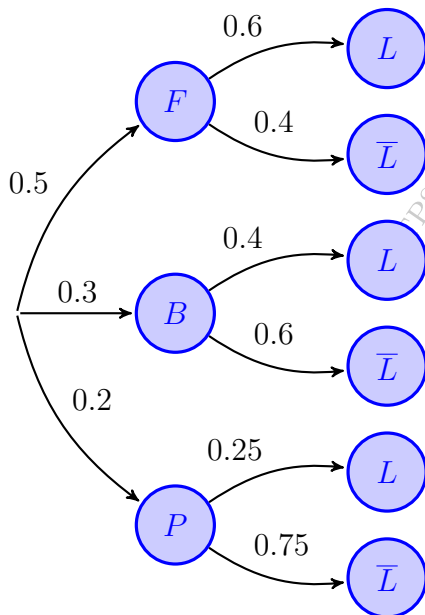
Sean los sucesos:

$F \equiv$ "El lector prefiere la ficción"

$B \equiv$ "El lector prefiere las biografías"

$P \equiv$ "El lector prefiere la poesía"

$L \equiv$ "El lector participa en eventos de lectura"



a) $P(F \cap L) = P(F) \cdot P(L | F) = 0.5 \cdot 0.6 = 0.3$

b) $P(P \cap \bar{L}) = P(P) \cdot P(\bar{L} | P) = 0.2 \cdot 0.75 = 0.15$

c) $P(L) = P((F \cap L) \cup (B \cap L) \cup (P \cap L))$
 $= P(F \cap L) + P(B \cap L) + P(P \cap L)$
 $= P(F) \cdot P(L | F) + P(B) \cdot P(L | B)$
 $+ P(P) \cdot P(L | P) = 0.5 \cdot 0.6$
 $+ 0.3 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.25 = 0.47$

d) $P(F | \bar{L}) = \frac{P(F \cap \bar{L})}{P(\bar{L})} = \frac{P(F) \cdot P(\bar{L} | F)}{1 - P(L)}$
 $= \frac{0.5 \cdot 0.4}{1 - 0.47} = 0.3774$

Ejercicio 64 (3 puntos)

En una cierta ciudad, el 45 % del censo vota al partido A, el 40 % al partido B y el 15 % restante se abstiene. Se sabe, además, que el 25 % de los votantes del partido A, el 45 % de los del partido B y el 15 % de los que se abstienen son mayores de 60 años. Se escoge al azar un ciudadano censado. Realice las siguientes tareas que se plantean:

- (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que votes al partido B y tenga como máximo 60 años?
- (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mayor de 60 años?
- (1 punto) Si es mayor de 60 años, ¿cuál es la probabilidad de que se haya abstenido en las elecciones?

(Cantabria - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción B)

Solución.

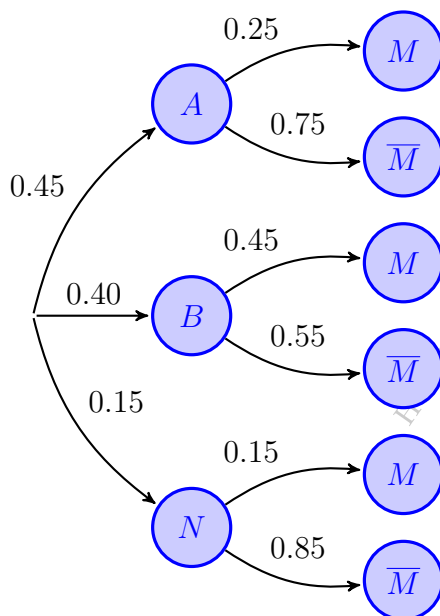
Sean los sucesos:

$A \equiv$ “El ciudadano vota al partido A”

$B \equiv$ “El ciudadano vota al partido B”

$N \equiv$ “El ciudadano se abstiene”

$M \equiv$ “El votante es mayor de 60 años”



a) $P(B \cap \bar{M}) = P(B) \cdot P(\bar{M} | B) = 0.40 \cdot 0.55 = 0.22$

b)
$$\begin{aligned} P(M) &= P((A \cap M) \cup (B \cap M) \cup (N \cap M)) \\ &= P(A \cap M) + P(B \cap M) + P(N \cap M) \\ &= P(A) \cdot P(M | A) + P(B) \cdot P(M | B) \\ &\quad + P(N) \cdot P(M | N) = 0.45 \cdot 0.25 \\ &\quad + 0.40 \cdot 0.45 + 0.15 \cdot 0.15 = 0.315 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} P(N | M) &= \frac{P(N \cap M)}{P(M)} = \frac{P(N) \cdot P(M | N)}{P(M)} \\ &= \frac{0.15 \cdot 0.15}{0.315} = 0.0714 \end{aligned}$$

— o —

Ejercicio 65 (3 puntos)

En una compañía de seguros de automóviles, el 17% de los clientes tiene menos de 30 años, el 60% tiene entre 30 y 60 años, y el resto es mayor de 60 años. El historial de partes de accidentes del último año indica lo siguiente:

- entre los menores de 30 años, 3 de cada 5 no presentaron ningún parte;
- entre los clientes de 30 a 60 años, 9 de cada 10 no presentaron ningún parte
- entre los mayores de 60 años, 3 de cada 4 no presentaron ningún parte.

Se selecciona al azar un cliente de la compañía. Realice las siguientes tareas:

- a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que el cliente seleccionado presentara un parte de accidente el año pasado?
- b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que el cliente tenga 30 años o más y no presentara un parte de accidente?
- c) (1 punto) Si se sabe que el cliente presentó un parte de accidente el año pasado, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 30 años?

(Cantabria - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción B)

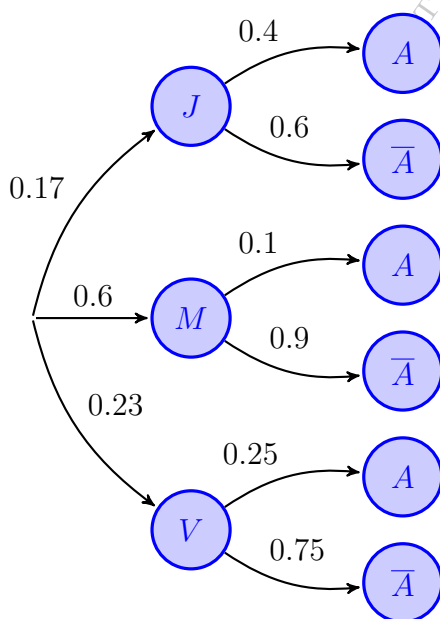
Solución.

Sean los sucesos:

$J \equiv$ "El cliente tiene menos de 30 años" $M \equiv$ "El cliente tiene entre 30 y 60 años"

$V \equiv$ "El cliente tiene más de 60 años" $A \equiv$ "El cliente presentó un parte"

$$P(\bar{A} | J) = \frac{3}{5} = 0.6 \quad \& \quad P(\bar{A} | M) = \frac{9}{10} = 0.9 \quad \& \quad P(\bar{A} | V) = \frac{3}{4} = 0.75$$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(A) &= P((J \cap A) \cup (M \cap A) \cup (V \cap A)) \\ &= P(J \cap A) + P(M \cap A) + P(V \cap A) \\ &= P(J) \cdot P(A | J) + P(M) \cdot P(A | M) \\ &\quad + P(V) \cdot P(A | V) = 0.17 \cdot 0.4 \\ &\quad + 0.6 \cdot 0.1 + 0.23 \cdot 0.25 = 0.1855 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P((M \cup V) \cap \bar{A}) &= P((M \cap \bar{A}) \cup (V \cap \bar{A})) \\ &= P(M \cap \bar{A}) + P(V \cap \bar{A}) \\ &= P(M) \cdot P(\bar{A} | M) + P(V) \cdot P(\bar{A} | V) \\ &= 0.6 \cdot 0.9 + 0.23 \cdot 0.75 = 0.7125 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(J | A) &= \frac{P(J \cap A)}{P(A)} = \frac{P(J) \cdot P(A | J)}{P(A)} \\ &= \frac{0.17 \cdot 0.4}{0.1855} = 0.3665 \end{aligned}$$

Castilla-La Mancha



Ejercicio 66

El 70 % de los turistas que visitan una determinada ciudad se alojan en el centro, y el resto lo hace en las afueras. El 60 % de los que se alojan en el centro y el 40 % de los que se alojan en las afueras lo hacen en hoteles de 3 o más estrellas, mientras que el resto lo hace en establecimientos de menos calidad.

- Elegida una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que se haya alojado en un hotel de 3 o más estrellas?
- Si se sabe que una persona se ha alojado en un establecimiento de menos calidad, ¿cuál es la probabilidad de que esta persona se haya alojado en el centro?

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Sección 2 - Bloque 1)

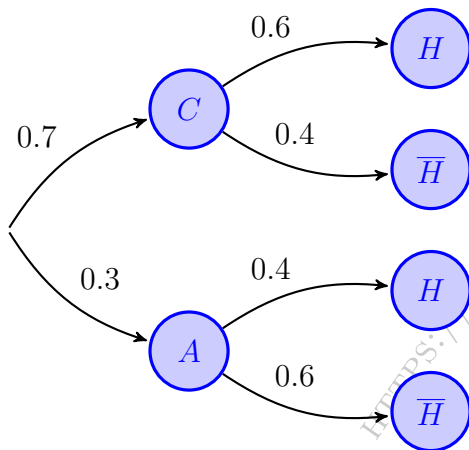
Solución.

Sean los sucesos:

$C \equiv$ “El turista se aloja en el centro”

$A \equiv$ “El turista se aloja en las afueras”

$H \equiv$ “El turista se aloja en hotel de 3 o más estrellas”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(H) &= P((C \cap H) \cup (A \cap H)) \\ &= P(C \cap H) + P(A \cap H) \\ &= P(C) \cdot P(H | C) + P(A) \cdot P(H | A) \\ &= 0.7 \cdot 0.6 + 0.3 \cdot 0.4 = 0.54 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C | \bar{H}) &= \frac{P(C \cap \bar{H})}{P(\bar{H})} = \frac{P(C) \cdot P(\bar{H} | C)}{1 - P(H)} \\ &= \frac{0.7 \cdot 0.4}{1 - 0.54} = 0.6087 \end{aligned}$$

Ejercicio 67

En un concurso se les proponen a los participantes 3 pruebas (A , B y C) de las que han de elegir una. El 40% de los participantes eligen la prueba A , superándola el 50% de estos. El 25% eligen la prueba B y en este caso la prueba no es superada por el 45% de los participantes. La prueba C la superan el 60% de los participantes que la escogen.

- Elegido un participante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya superado la prueba?
- Si se sabe que un participante no ha superado la prueba, ¿cuál es la probabilidad de que haya elegido la prueba A ?

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Sección 2 - Bloque 1)

Solución.

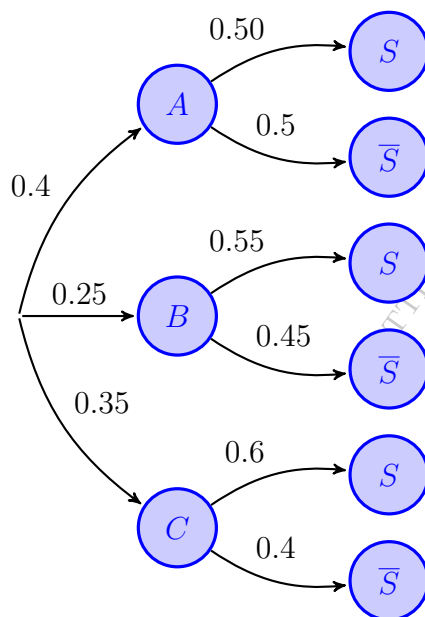
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El participante elige la prueba A "

$B \equiv$ "El participante elige la prueba B "

$C \equiv$ "El participante elige la prueba C "

$S \equiv$ "El participante supera la prueba"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(S) &= P((A \cap S) \cup (B \cap S) \cup (C \cap S)) \\ &= P(A \cap S) + P(B \cap S) + P(C \cap S) \\ &= P(A) \cdot P(S | A) + P(B) \cdot P(S | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(S | C) = 0.4 \cdot 0.50 \\ &\quad + 0.25 \cdot 0.55 + 0.35 \cdot 0.6 = 0.5475 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A | \bar{S}) &= \frac{P(A \cap \bar{S})}{P(\bar{S})} = \frac{P(A) \cdot P(\bar{S} | A)}{1 - P(S)} \\ &= \frac{0.4 \cdot 0.5}{1 - 0.5475} = 0.442 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 68 (1.5 puntos)

En un determinado instituto el 50% de los estudiantes prefiere como red social Facebook, pero un 30% de estos no publica habitualmente nada. El 35% prefiere Instagram, pero solo el 30% de los que prefieren esta plataforma hacen publicaciones habitualmente. Finalmente, el resto de los estudiantes prefiere TikTok y un 60% de estos no publica habitualmente.

- a) (0.75 puntos) Elegido un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no publique habitualmente nada en su red social preferida?
- b) (0.75 puntos) Si se sabe que un estudiante publica habitualmente, ¿cuál es la probabilidad de que su red social preferida sea Instagram?

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2023 - Sección 2 - Bloque 1)

Solución.

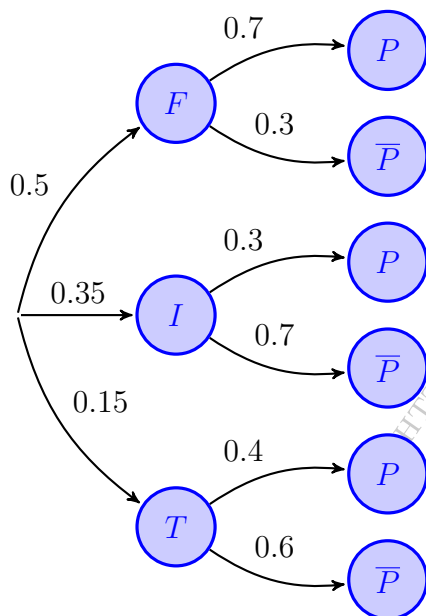
Sean los sucesos:

$F \equiv$ “El estudiante prefiere Facebook”

$I \equiv$ “El estudiante prefiere Instagram”

$T \equiv$ “El estudiante prefiere Tik Tok”

$P \equiv$ “El estudiante publica en la red social”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{P}) &\equiv P((F \cap \bar{P}) \cup (I \cap \bar{P}) \cup (T \cap \bar{P})) \\ &= P(F \cap \bar{P}) + P(I \cap \bar{P}) + P(T \cap \bar{P}) \\ &= P(F) \cdot P(\bar{P} | F) + P(I) \cdot P(\bar{P} | I) \\ &\quad + P(T) \cdot P(\bar{P} | T) = 0.5 \cdot 0.3 \\ &\quad + 0.35 \cdot 0.7 + 0.15 \cdot 0.6 = 0.485 \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(P) = 1 - P(\bar{P}) = 1 - 0.485 = 0.515$$

$$\begin{aligned} P(I | P) &= \frac{P(I \cap P)}{P(P)} = \frac{P(I) \cdot P(P | I)}{P(P)} \\ &= \frac{0.35 \cdot 0.3}{0.515} = 0.2039 \end{aligned}$$

Ejercicio 69 (1.5 puntos)

Un estudio sobre ingredientes de pizza indica que solo al 30% de la población le gusta la piña en la pizza y de estos, a un 60% le gustan las anchoas. Sin embargo, de los que no les gusta la piña, el 75% afirman que no les gustan las anchoas en la pizza.

- a) (0.75 puntos) Elegido un individuo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le gusten las anchoas en la pizza?
- b) (0.75 puntos) Si se sabe que a una persona no le gustan las anchoas en la pizza, ¿cuál es la probabilidad de que le guste la piña?

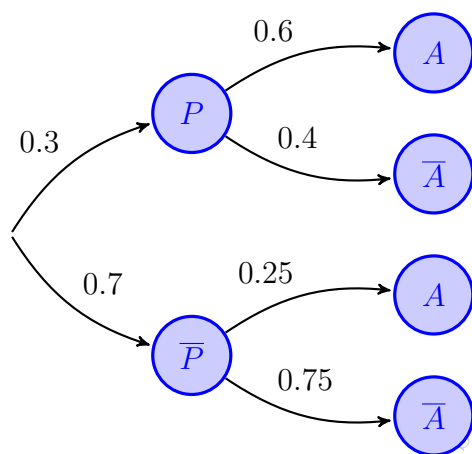
(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2023 - Sección 2 - Bloque 1)

Solución.

Sean los sucesos:

$P \equiv$ "Al consumidor le gusta la piña en la pizza"

$A \equiv$ "Al consumidor le gustan las anchoas en la pizza"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(A) &\equiv P((P \cap A) \cup (\bar{P} \cap A)) \\ &= P(P \cap A) + P(\bar{P} \cap A) \\ &= P(P) \cdot P(A | P) + P(\bar{P}) \cdot P(A | \bar{P}) \\ &= 0.3 \cdot 0.6 + 0.7 \cdot 0.25 = 0.355 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(P | \bar{A}) &= \frac{P(P \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(P) \cdot P(\bar{A} | P)}{1 - P(A)} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.4}{1 - 0.355} = 0.186 \end{aligned}$$

Ejercicio 70 (1.5 puntos)

Una empresa de consultoría tiene dos sedes, una en Toledo y otra en Cuenca. La sede de Toledo está formada por 6 analistas y 6 desarrolladores, mientras que la de Cuenca la forman 4 analistas y 6 desarrolladores. Además, se sabe que el 30% de los analistas y el 50% de los desarrolladores de la empresa usan MacBook en su trabajo diario.

- a) (0.75 puntos) Elegido un trabajador al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no use MacBook?
- b) (0.75 puntos) Si se sabe que un trabajador usa MacBook, ¿cuál es la probabilidad de que sea desarrollador?

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2024 - Sección 2 - Bloque 1)

Solución.

Sean los sucesos:

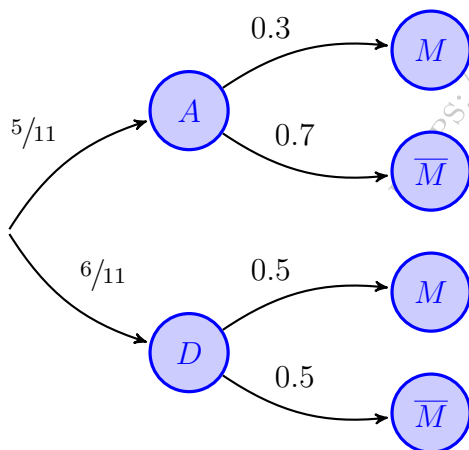
$A \equiv$ “El trabajador es un analista”

$D \equiv$ “El trabajador es un desarrollador”

$M \equiv$ “El trabajador utiliza un MacBook”

Del enunciado tenemos:

$$P(A) = \frac{6+4}{22} = \frac{5}{11} \quad \& \quad P(D) = \frac{6+6}{22} = \frac{6}{11}$$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{M}) &= P((A \cap \bar{M}) \cup (D \cap \bar{M})) \\ &= P(A \cap \bar{M}) + P(D \cap \bar{M}) \\ &= P(A) \cdot P(\bar{M} | A) + P(D) \cdot P(\bar{M} | D) \\ &= \frac{5}{11} \cdot 0.7 + \frac{6}{11} \cdot 0.5 = \frac{13}{22} \approx 0.5909 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(D | M) &= \frac{P(D \cap M)}{P(M)} = \frac{P(D) \cdot P(M | D)}{1 - P(\bar{M})} \\ &= \frac{\frac{6}{11} \cdot 0.5}{1 - \frac{13}{22}} = \frac{2}{3} = 0.6666 \end{aligned}$$

Ejercicio 71 (1.5 puntos)

En un taller el 10% de las reparaciones se realizan a motos, el 70% a coches y el resto a furgonetas. Se sabe que un 20% de las reparaciones a motos, un 60% de las reparaciones a coches y un 85% de las reparaciones a furgonetas las paga el seguro.

- a) (0.75 puntos) Elegido un vehículo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la reparación no la pague el seguro?
- b) (0.75 puntos) Si se sabe que una reparación la ha pagado el seguro, ¿cuál es la probabilidad de que sea de una moto?

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2024 - Sección 2 - Bloque 1)

Solución.

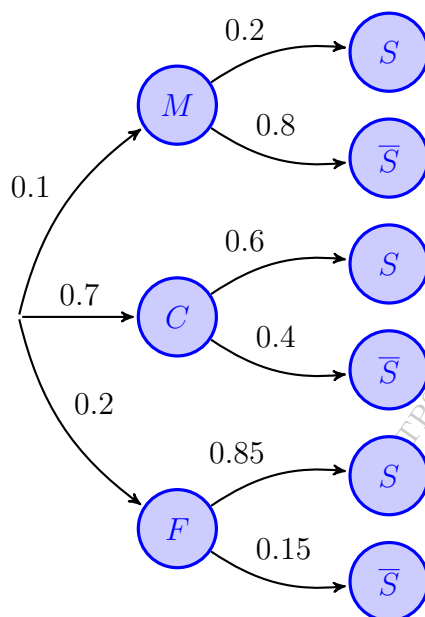
Sean los sucesos:

$M \equiv$ “El vehículo es una moto”

$C \equiv$ “El vehículo es un coche”

$F \equiv$ “El vehículo es una furgoneta”

$S \equiv$ “La reparación la paga el seguro”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{S}) &= P((M \cap \bar{S}) \cup (C \cap \bar{S}) \cup (F \cap \bar{S})) \\ &= P(M \cap \bar{S}) + P(C \cap \bar{S}) + P(F \cap \bar{S}) \\ &= P(M) \cdot P(\bar{S} | M) + P(C) \cdot P(\bar{S} | C) \\ &\quad + P(F) \cdot P(\bar{S} | F) = 0.1 \cdot 0.2 \\ &\quad + 0.7 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.15 = 0.39 \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(S) = 1 - P(\bar{S}) = 1 - 0.39 = 0.61$$

$$\begin{aligned} P(M | S) &= \frac{P(M \cap S)}{P(S)} = \frac{P(M) \cdot P(S | M)}{P(S)} \\ &= \frac{0.1 \cdot 0.2}{0.61} = 0.0328 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 72 (2.5 puntos)

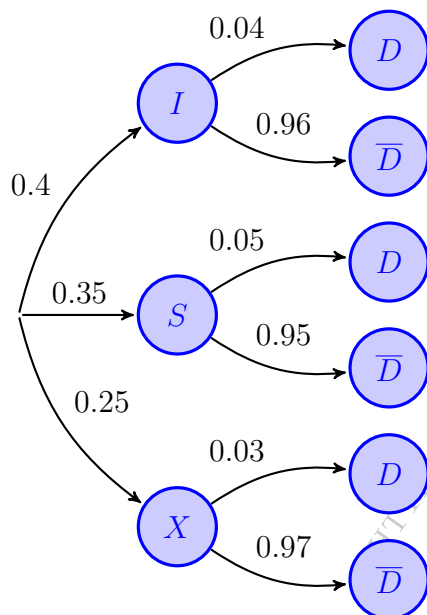
Una tienda online de telefonía ha vendido en mayo 360 teléfonos móviles, de los cuales 144 son iPhone, 126 Samsung y el resto Xiaomi. Sin embargo, se devolvieron el 4% de los iPhone, el 5% de los Samsung y el 3% de los Xiaomi.

- a) (0.75 puntos) Elegida una venta al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no se produzca la devolución del teléfono?
- b) (0.5 puntos) Si se sabe que un teléfono ha sido devuelto, ¿cuál es la probabilidad de que sea Samsung?

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Propuesta B)

Solución.

$I \equiv$ “El móvil es de la marca iPhone” $S \equiv$ “El móvil es de la marca Samsung”
 $X \equiv$ “El móvil es de la marca Xiaomi” $D \equiv$ “El móvil es devuelto”



$$P(I) = \frac{144}{360} = 0.4 \quad \& \quad P(S) = \frac{126}{360} = 0.35$$

$$P(X) = 1 - [P(S) + P(I)] = 1 - (0.4 + 0.35) = 0.25$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{D}) &= P((I \cap \bar{D}) \cup (S \cap \bar{D}) \cup (X \cap \bar{D})) \\ &= P(I \cap \bar{D}) + P(S \cap \bar{D}) + P(X \cap \bar{D}) \\ &= P(I) \cdot P(\bar{D} | I) + P(S) \cdot P(\bar{D} | S) \\ &\quad + P(X) \cdot P(\bar{D} | X) = 0.4 \cdot 0.04 \\ &\quad + 0.35 \cdot 0.05 + 0.25 \cdot 0.03 = 0.041 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(S | D) &= \frac{P(S \cap D)}{P(D)} = \frac{P(S) \cdot P(D | S)}{1 - P(\bar{D})} \\ &= \frac{0.35 \cdot 0.05}{1 - 0.959} = 0.4268 \end{aligned}$$

Ejercicio 73 (2.5 puntos)

La compañía de seguros *SEGURVIDA* utiliza tres bufetes de abogados para resolver sus casos legales en los tribunales. El bufete *A* recibe el 30% de los casos legales y gana en los tribunales el 60% de los casos presentados. El bufete *B* recibe el 50% de los casos legales y gana el 80% de los casos presentados y el bufete *C* recibe el resto de los casos y gana el 70% de los presentados. Se elige al azar uno de los casos que ha llegado a los tribunales y ya ha sido resuelto. Se pide, de forma razonada:

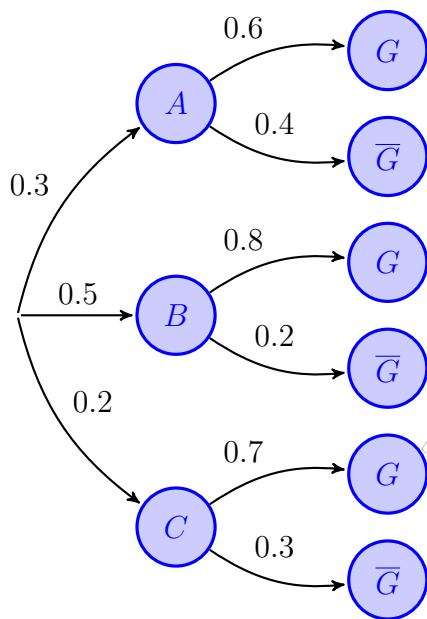
- (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la compañía haya ganado el caso?
- (0.5 puntos) Si el caso elegido se ha perdido calcula la probabilidad de que haya sido defendido por el bufete *A*.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Propuesta B)

Solución.

$A \equiv$ "El caso lo lleva el bufete *A*"
 $C \equiv$ "El caso lo lleva el bufete *C*"

$B \equiv$ "El caso lo lleva el bufete *B*"
 $G \equiv$ "El bufete gana el caso"

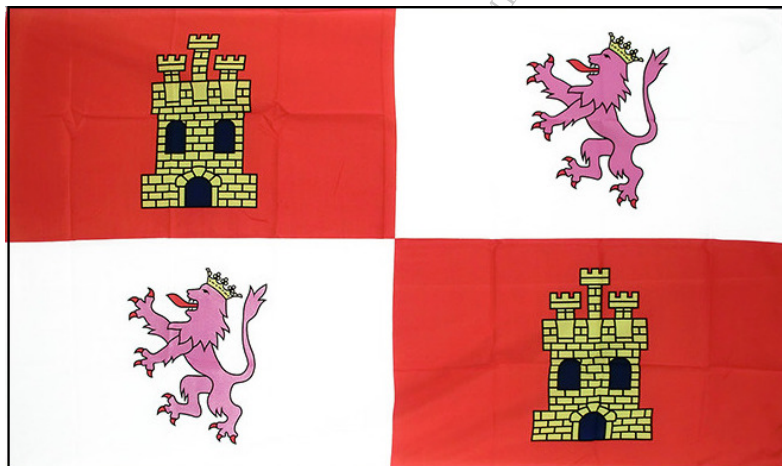


$$\begin{aligned} \text{a) } P(G) &\equiv P((A \cap G) \cup (B \cap G) \cup (C \cap G)) \\ &= P(A \cap G) + P(B \cap G) + P(C \cap G) \\ &= P(A) \cdot P(G | A) + P(B) \cdot P(G | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(G | C) = 0.3 \cdot 0.6 \\ &\quad + 0.5 \cdot 0.8 + 0.2 \cdot 0.7 = 0.72 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A | \bar{G}) &= \frac{P(A \cap \bar{G})}{P(\bar{G})} = \frac{P(A) \cdot P(\bar{G} | A)}{1 - P(G)} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.4}{1 - 0.72} = 0.4286 \end{aligned}$$

_____ o _____

Castilla y León



Ejercicio 74

Una empresa destinada a la comercialización de cápsulas de café realiza un estudio de mercado entre un grupo de personas donde el 60 % son hombres y el 40 % restante son mujeres. La empresa comprueba que el 55 % de los hombres prefieren cápsulas de café capuchino, porcentaje que se eleva al 80 % en el caso de las mujeres.

- Calcular la probabilidad de elegir una persona de ese grupo que resulte ser hombre y que prefiera cápsulas de café capuchino.
- ¿Con qué probabilidad una persona elegida al azar de ese grupo prefiere cápsulas de café capuchino?

(Castilla y León - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque Probabilidad)

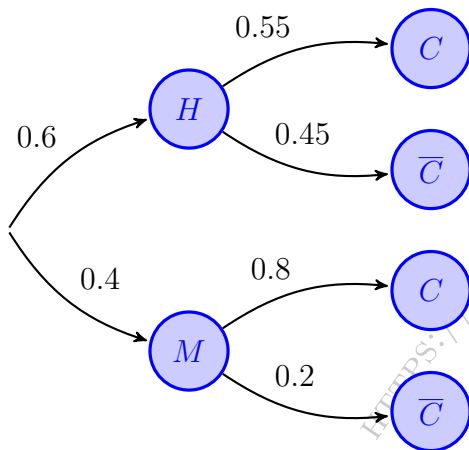
Solución.

Sean los sucesos:

$H \equiv$ “El encuestado es hombre”

$M \equiv$ “El encuestado es mujer”

$C \equiv$ “El encuestado prefiere el café capuchino”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(H \cap C) &= P(H) \cdot P(C | H) \\ &= 0.6 \cdot 0.55 = 0.33 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C) &= P((H \cap C) \cup (M \cap C)) \\ &= P(H \cap C) + P(M \cap C) \\ &= P(H) \cdot P(C | H) + P(M) \cdot P(C | M) \\ &= 0.6 \cdot 0.55 + 0.4 \cdot 0.8 = 0.65 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 75

En un gimnasio, el 52 % de los socios son hombres y el resto son mujeres. Entre los socios el 35 % de los hombres practica "spinning" así como el 60 % de las mujeres. Si elegimos un socio al azar.

- Calcular la probabilidad de que practique "spinning".
- Si el socio elegido no practica "spinning", obtener la probabilidad de que sea una mujer.

(Castilla y León - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Bloque Probabilidad)

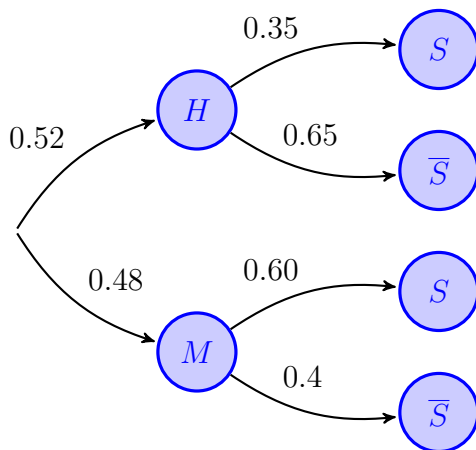
Solución.

Sean los sucesos:

$H \equiv$ "El socio es hombre"

$M \equiv$ "El socio es mujer"

$S \equiv$ "El socio practica spinning"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(S) &= P((H \cap S) \cup (M \cap S)) \\ &= P(H \cap S) + P(M \cap S) \\ &= P(H) \cdot P(S | H) + P(M) \cdot P(S | M) \\ &= 0.52 \cdot 0.35 + 0.48 \cdot 0.60 = 0.47 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(M | \bar{S}) &= \frac{P(M \cap \bar{S})}{P(\bar{S})} = \frac{P(M) \cdot P(\bar{S} | M)}{1 - P(S)} \\ &= \frac{0.48 \cdot 0.4}{1 - 0.47} = 0.3623 \end{aligned}$$

Problema 1 (3 puntos)

En el pasado mundial de fútbol, el 78% de los penaltis fueron lanzados por un jugador diestro mientras que el resto de penaltis fueron lanzados por un jugador zurdo. Además, se marcó gol en el 82% de los penaltis lanzados por jugadores diestros y en el 88% de los penaltis lanzados por jugadores zurdos. Si se elige al azar un jugador para lanzar un penalti:

- (1.5 puntos) ¿Qué probabilidad hay de que marque gol?
- (1.5 puntos) Si al lanzar el penalti no se marcó gol, ¿cuál es la probabilidad de que el jugador que lanzó el penalti sea zurdo?

(Castilla y León - Matemáticas CCSS - Junio 2023 - Bloque Probabilidad)

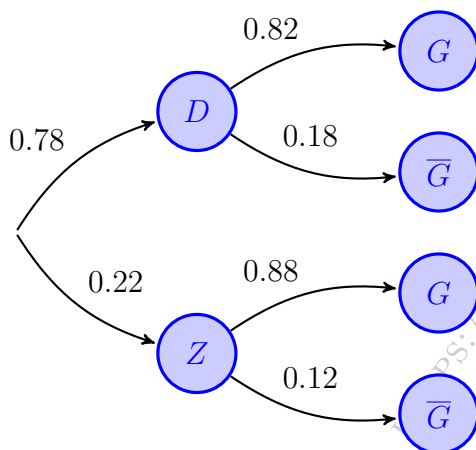
Solución.

Sean los sucesos:

$D \equiv$ “El lanzador del penalti es diestro”

$Z \equiv$ “El lanzador del penalti es zurdo”

$G \equiv$ “El jugador convierte el penalti en gol”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(G) &= P((D \cap G) \cup (Z \cap G)) \\ &= P(D \cap G) + P(Z \cap G) \\ &= P(D) \cdot P(G | D) + P(Z) \cdot P(G | Z) \\ &= 0.78 \cdot 0.82 + 0.22 \cdot 0.88 = 0.8332 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(Z | \bar{G}) &= \frac{P(Z \cap \bar{G})}{P(\bar{G})} = \frac{P(Z) \cdot P(\bar{G} | Z)}{1 - P(G)} \\ &= \frac{0.22 \cdot 0.12}{1 - 0.8332} = 0.1583 \end{aligned}$$

_____ o _____

Problema 2 (3 puntos)

En los estudios realizados sobre un tipo de test de antígenos para detectar el SARS-COV-2 en cierta población, la probabilidad de que una persona enferma obtenga un resultado positivo es de 0.97, mientras que la probabilidad de que una persona sana obtenga un resultado negativo es 0.90. En el momento de probar este tipo de test de antígenos, la probabilidad de que una persona esté enferma en esa población es 0.04. Si se elige una persona al azar de esa población y se le realiza este tipo de test de antígenos,

- (1.5 puntos) Calcular la probabilidad de que la persona elegida obtenga un resultado positivo.
- (1.5 puntos) Si el resultado del test es positivo, ¿cuál es la probabilidad de que la persona elegida esté enferma con SARS-COV-2?

(Castilla y León - Matemáticas CCSS - Julio 2023 - Bloque Probabilidad)

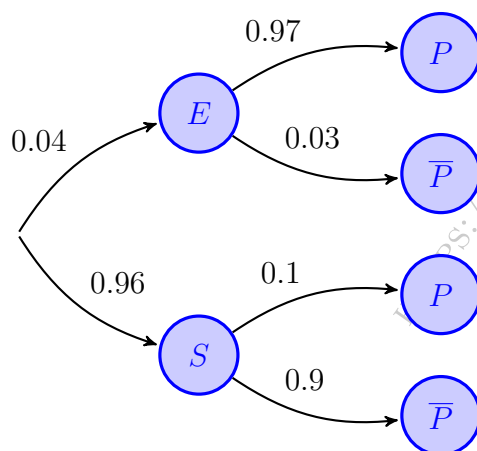
Solución.

Sean los sucesos:

$E \equiv$ "La persona está enferma de SARS-COV-2"

$S \equiv$ "La persona está sana"

$P \equiv$ "El test da positivo en SARS-COV-2"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(P) &= P((E \cap P) \cup (S \cap P)) \\ &= P(E \cap P) + P(S \cap P) \\ &= P(E) \cdot P(P | E) + P(S) \cdot P(P | S) \\ &= 0.04 \cdot 0.97 + 0.96 \cdot 0.1 = 0.1348 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(E | P) &= \frac{P(E \cap P)}{P(P)} = \frac{P(E) \cdot P(P | E)}{P(P)} \\ &= \frac{0.04 \cdot 0.97}{0.1348} = 0.2877 \end{aligned}$$

○

Problema 3 (3 puntos)

En un instituto, 44 de cada 100 chicas y 5 de cada 10 chicos de segundo curso de Bachillerato están matriculados en la asignatura Empresa y diseño de modelos de negocio. Hay 150 chicas y 75 chicos en segundo curso de Bachillerato.

- a) (1.5 puntos) Si se elige un estudiante al azar de segundo curso de Bachillerato, hallar la probabilidad de que no esté matriculado en Empresa y diseño de modelos de negocio.
- b) (1.5 puntos) Sabiendo que el estudiante elegido está matriculado en Empresa y diseño de modelos de negocio, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?

(Castilla y León - Matemáticas CCSS - Junio 2024 - Bloque Probabilidad)

Solución.

Sean los sucesos:

$H \equiv$ “El estudiante es un hombre”

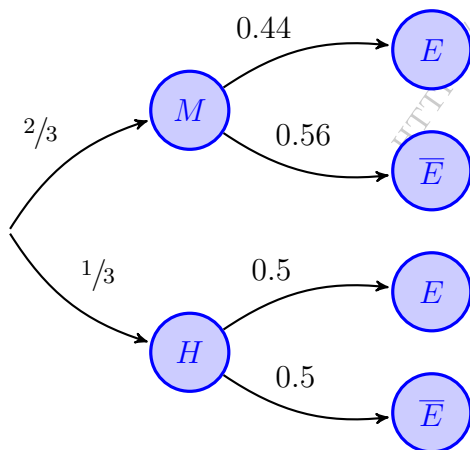
$M \equiv$ “El estudiante es una mujer”

$E \equiv$ “El estudiante está matriculado en Empresa y diseño”

Del enunciado tenemos:

$$P(M) = \frac{150}{225} = \frac{2}{3} \quad \& \quad P(H) = \frac{75}{225} = \frac{1}{3}$$

$$P(E | M) = \frac{44}{100} = 0.44 \quad \& \quad P(E | H) = \frac{5}{10} = 0.5$$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{E}) &= P(M \cap \bar{E}) \cup (H \cap \bar{E}) \\ &= P(M \cap \bar{E}) + P(H \cap \bar{E}) \\ &= P(M) \cdot P(\bar{E} | M) + P(H) \cdot P(\bar{E} | H) \\ &= \frac{2}{3} \cdot 0.56 + \frac{1}{3} \cdot 0.5 = 0.54 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(M | E) &= \frac{P(M \cap E)}{P(E)} = \frac{P(M) \cdot P(E | M)}{1 - P(\bar{E})} \\ &= \frac{\frac{2}{3} \cdot 0.44}{1 - 0.54} = 0.6377 \end{aligned}$$

o

Problema 4 (3 puntos)

El 10% de los habitantes de una región padece cierta enfermedad. El único test disponible para detectar esa enfermedad resulta positivo en el 97% de las personas con la enfermedad. Este test también resulta positivo en el 1% de las personas que no padecen la enfermedad. Si se realiza el test a una persona elegida al azar de dicha región, determinar:

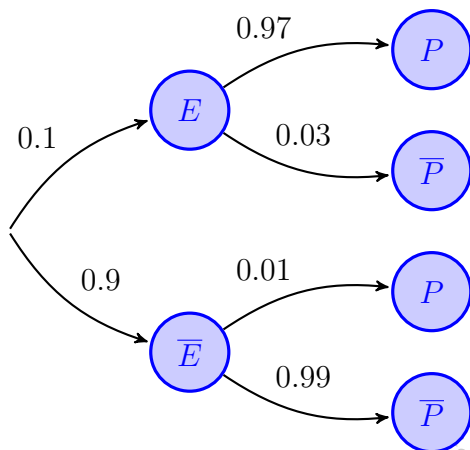
- (1.5 puntos) La probabilidad de que el test resulte positivo.
- (1.5 puntos) Si el test resulta negativo, ¿cuál es la probabilidad de que la persona elegida tenga la enfermedad?

(Castilla y León - Matemáticas CCSS - Julio 2024 - Bloque Probabilidad)

Solución. Sean los sucesos:

$E \equiv$ “La persona padece la enfermedad”

$P \equiv$ “El test es positivo en la detección de la enfermedad”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(P) &= P((E \cap P) \cup (\bar{E} \cap P)) \\ &= P(E \cap P) + P(\bar{E} \cap P) \\ &= P(E) \cdot P(P | E) + P(\bar{E}) \cdot P(P | \bar{E}) \\ &= 0.1 \cdot 0.97 + 0.9 \cdot 0.01 = 0.106 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(E | \bar{P}) &= \frac{P(E \cap \bar{P})}{P(\bar{P})} = \frac{P(E) \cdot P(\bar{P} | E)}{1 - P(P)} \\ &= \frac{0.1 \cdot 0.03}{1 - 0.106} = 3.34 \cdot 10^{-3} = 0.0034 \end{aligned}$$

Ejercicio 76 (4 puntos)

Se ha publicado una encuesta sobre hábitos deportivos según la cual seis de cada diez personas practicaron deporte en el último año, ya sea de forma periódica u ocasional, en su tiempo libre. Por otra parte, entre las personas que practicaban deporte, el 85% presenció, al menos una vez al año (en vivo o a través de medios audiovisuales) un evento deportivo mientras que, entre las que no practicaban deporte, fue el 70%.

- i) a) (1 punto) Definir correctamente los sucesos y escribir la información anterior en términos de probabilidad.
- b) (1 punto) Se selecciona una persona al azar y resulta que no ha presenciado ningún evento deportivo. Determinar si es más probable que haya practicado deporte o que no lo haya hecho.

(Castilla y León - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque Probabilidad)

Solución.

- i) a) Sean los sucesos:

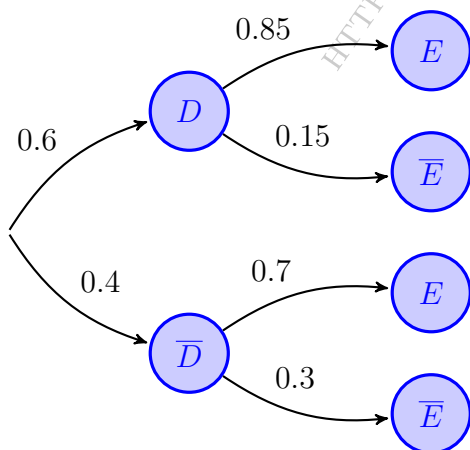
$D \equiv$ “La persona practicó deporte en el último año”

$E \equiv$ “La persona presenció un evento deportivo”

Del enunciado tenemos:

$$P(D) = \frac{6}{10} = 0.6 \quad \& \quad P(E | D) = 0.85 \quad \& \quad P(E | \bar{D}) = 0.7$$

$$P(\bar{E}) = ((D \cap \bar{E}) \cup (\bar{D} \cap \bar{E})) = P(D \cap \bar{E}) + P(\bar{D} \cap \bar{E}) = P(D) \cdot P(\bar{E} | D) + P(\bar{D}) \cdot P(\bar{E} | \bar{D}) = 0.6 \cdot 0.15 + 0.4 \cdot 0.3 = 0.21$$



$$\begin{aligned} \text{b) } P(D | \bar{E}) &= \frac{P(D \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{P(D) \cdot P(\bar{E} | D)}{P(\bar{E})} \\ &= \frac{0.6 \cdot 0.15}{0.21} = 0.4286 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\bar{D} | \bar{E}) &= \frac{P(\bar{D} \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{P(\bar{D}) \cdot P(\bar{E} | \bar{D})}{P(\bar{E})} \\ &= \frac{0.4 \cdot 0.3}{0.21} = 0.5714 \end{aligned}$$

Por lo tanto si no ha presenciado ningún evento deportivo es más probable que no haya practicado deporte.

_____ o _____

Ejercicio 77 (4 puntos)

Un ayuntamiento estudia la movilidad hacia un campus universitario. El estudio detecta que, para ir al campus, el 20% de los ciudadanos circula por aceras o carriles bici (a pie o bicicleta) y el resto circula por la calzada (patinete, coche o transporte público). Entre los usuarios de aceras o carriles bici únicamente el 10% encuentra problemas de circulación, porcentaje que llega al 30% entre los usuarios de la calzada. Responda a dos de los siguientes problemas (I, II o III):

- 1) a) (1 punto) Si se elige un usuario al azar que va al campus, calcular la probabilidad de que sufra problemas de circulación.
- b) (1 punto) Sabiendo que, al ir al campus, un usuario ha tenido problemas de circulación, ¿con qué probabilidad ha circulado por la calzada?

(Castilla y León - Matemáticas CCSS - [c n - Bloque o] optatividad]Julio2025

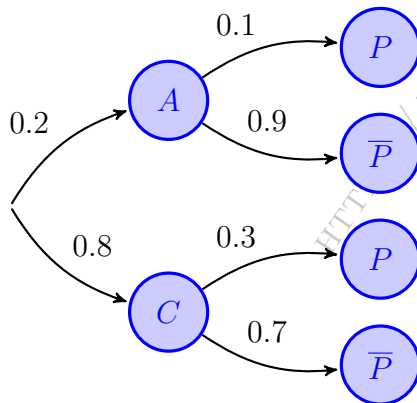
Solución.

1) Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El ciudadano utiliza la acera o el carril bici"

$C \equiv$ "El ciudadano utiliza la calzada"

$P \equiv$ "El usuario tiene problemas de circulación"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(P) &= P((A \cap P) \cup (C \cap P)) \\ &= P(A \cap P) + P(C \cap P) \\ &= P(A) \cdot P(P | A) + P(C) \cdot P(P | C) \\ &= 0.2 \cdot 0.1 + 0.8 \cdot 0.3 = 0.26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C | P) &= \frac{P(C \cap P)}{P(P)} = \frac{P(C) \cdot P(P | C)}{P(P)} \\ &= \frac{0.8 \cdot 0.3}{0.26} = 0.9231 \end{aligned}$$

Extremadura



Ejercicio 78 (2 puntos)

En un quiosco de prensa, el 50 % de los clientes compra prensa deportiva, el 15 % prensa nacional y el resto prensa regional. El 20 % de los clientes de prensa deportiva, el 40 % de los de prensa nacional y el 60 % de los de prensa regional son mujeres. Se pide, razonando la respuesta:

- (1 punto) Calcular la probabilidad de que un cliente de dicho quiosco sea mujer.
- (1 punto) Calcular la probabilidad de que un cliente, que sabemos que es un hombre, compre prensa regional.

(Extremadura - Matemáticas CCSS - Junio 2022)

Solución.

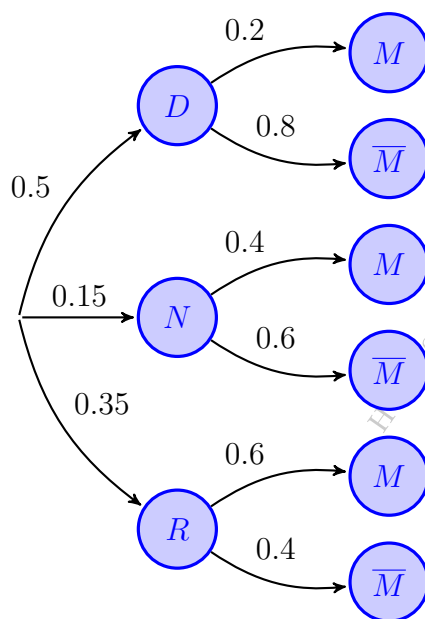
Sean los sucesos:

$D \equiv$ "El cliente compra prensa deportiva"

$N \equiv$ "El cliente compra prensa nacional"

$R \equiv$ "El cliente compra prensa regional"

$M \equiv$ "El cliente es mujer"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(M) &= P((D \cap M) \cup (N \cap M) \cup (R \cap M)) \\ &= P(D \cap M) + P(N \cap M) + P(R \cap M) \\ &= P(D) \cdot P(M | D) + P(N) \cdot P(M | N) \\ &\quad + P(R) \cdot P(M | R) = 0.5 \cdot 0.2 \\ &\quad + 0.15 \cdot 0.4 + 0.35 \cdot 0.6 = 0.37 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(R | \bar{M}) &= \frac{P(R \cap \bar{M})}{P(\bar{M})} = \frac{P(R) \cdot P(\bar{M} | R)}{1 - P(M)} \\ &= \frac{0.35 \cdot 0.4}{1 - 0.37} = 0.2222 \end{aligned}$$

Ejercicio 79 (2 puntos)

Un club de fútbol tiene 200 abonados de gran antigüedad, 500 abonados con varios años de antigüedad y 300 nuevos abonados. Se pregunta a los abonados si están de acuerdo con una subida de los precios de los abonos a cambio de que el club ofrezca servicios adicionales. Se muestran favorables a la subida 80 abonados de gran antigüedad, 280 con varios años de antigüedad y 120 nuevos abonados. Se pide, razonando la respuesta:

- (1 punto) Calcular la probabilidad de que un abonado sea nuevo y favorable a la subida.
- (1 punto) Calcular la probabilidad de que un abonado que se sabe que es favorable a la subida, tenga una gran antigüedad en el club.

(Extremadura - Matemáticas CCSS - Julio 2022)

Solución.

Sean los sucesos:

$G \equiv$ “Abonado de gran antigüedad” $V \equiv$ “Abonado de varios años de antigüedad”

$N \equiv$ “Abonado nuevo”

$F \equiv$ “Abonado favorable a la subida”

Calcularemos las probabilidades:

$$P(G) = \frac{200}{1000} = 0.2$$

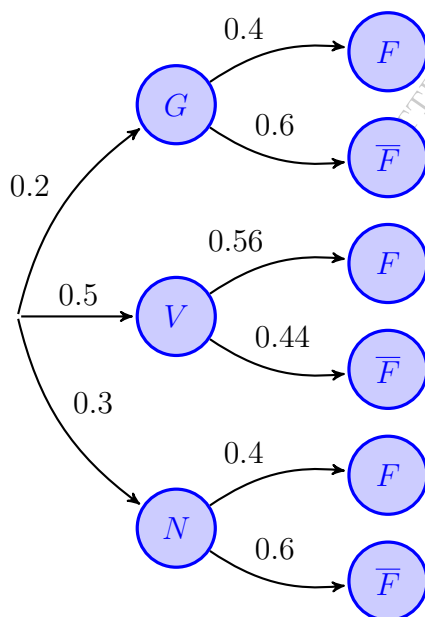
$$P(V) = \frac{500}{1000} = 0.5$$

$$P(N) = \frac{300}{1000} = 0.3$$

$$P(F | G) = \frac{80}{200} = 0.4$$

$$P(F | V) = \frac{280}{500} = 0.56$$

$$P(F | N) = \frac{120}{300} = 0.4$$



a) $P(N \cap F) = P(N) \cdot P(F | N) = 0.3 \cdot 0.4 = 0.12$

b)
$$\begin{aligned} P(F) &= P((G \cap F) \cup (V \cap F) \cup (N \cap F)) \\ &= P(G \cap F) + P(V \cap F) + P(N \cap F) \\ &= P(G) \cdot P(F | G) + P(V) \cdot P(F | V) \\ &\quad + P(N) \cdot P(F | N) = 0.2 \cdot 0.4 \\ &\quad + 0.5 \cdot 0.56 + 0.3 \cdot 0.4 = 0.48 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(F | G) &= \frac{P(F \cap G)}{P(G)} = \frac{P(F) \cdot P(G | F)}{P(G)} \\ &= \frac{0.2 \cdot 0.4}{0.48} = 0.1666 \end{aligned}$$

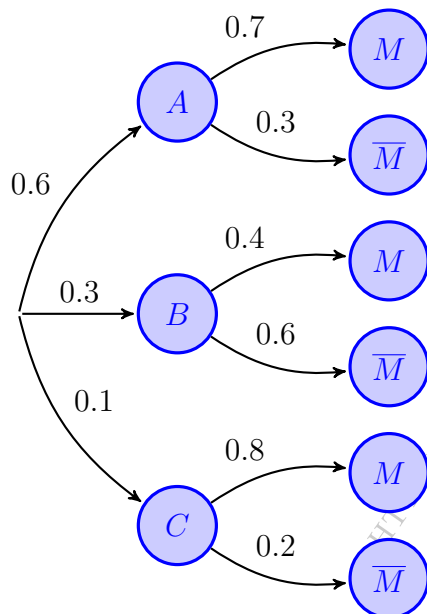
Ejercicio 80 (2 puntos)

Un concesionario trabaja con tres marcas de coches: la marca A representa el 60 % de sus ventas, la B el 30% y la C el resto. En un estudio acerca de las preferencias de los clientes sobre el cambio de marchas (manual, automático) se obtiene que el 70 % de los coches vendidos de la marca A , el 40% de los de la marca B y el 80 % de los de la marca C tienen el cambio manual. Se pide, razonando la respuesta:

- (1 punto) Calcular la probabilidad de que el concesionario venda un coche con cambio automático.
- (1 punto) Sabiendo que un coche vendido tiene el cambio manual, calcular la probabilidad de que sea de la marca C .

(Extremadura - Matemáticas CCSS - Julio 2023)

Solución.



$A \equiv$ "El coche es de marca A "

$B \equiv$ "El coche es de marca B "

$C \equiv$ "El coche es de marca C "

$M \equiv$ "El coche tiene cambio manual"

$\bar{M} \equiv$ "El coche tiene cambio automático"

$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{M}) &= P((A \cap \bar{M}) \cup (B \cap \bar{M}) \cup (C \cap \bar{M})) \\ &= P(A \cap \bar{M}) + P(B \cap \bar{M}) + P(C \cap \bar{M}) \\ &= P(A) \cdot P(\bar{M} | A) + P(B) \cdot P(\bar{M} | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(\bar{M} | C) = 0.6 \cdot 0.3 \\ &\quad + 0.3 \cdot 0.6 + 0.1 \cdot 0.2 = 0.38 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C | M) &= \frac{P(C \cap M)}{P(M)} = \frac{P(C) \cdot P(M | C)}{1 - P(\bar{M})} \\ &= \frac{0.1 \cdot 0.8}{1 - 0.38} = 0.129 \end{aligned}$$

o

Ejercicio 81 (2 puntos)

Se sabe que el 50% de los libros de una biblioteca son novelas, el 30% libros de poemas y el resto ensayos. El 60% de las novelas, el 80% de los libros de poemas y el 50% de los ensayos son de autores hispanohablantes. Se pide, razonando las respuestas:

- (1 punto) Calcular la probabilidad de que un libro elegido al azar en dicha biblioteca sea novela y haya sido escrita por un autor no hispanohablante.
- (1 punto) Calcular la probabilidad de que un libro de dicha biblioteca tenga un autor hispanohablante.

(Extremadura - Matemáticas CCSS - Junio 2024)

Solución.

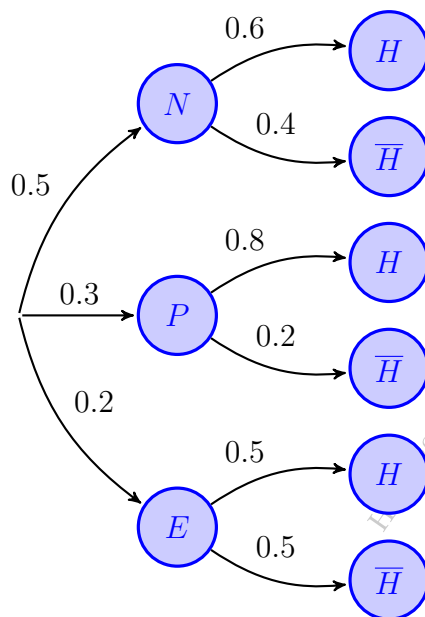
Sean los sucesos:

$N \equiv$ "El libro es una novela"

$E \equiv$ "El libro es un ensayo"

$P \equiv$ "El libro es un poema"

$H \equiv$ "El autor es hispanohablante"



$$\text{a) } P(N \cap \bar{H}) = P(N) \cdot P(\bar{H} | N) = 0.5 \cdot 0.4 = 0.2$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(H) &= P((N \cap H) \cup (P \cap H) \cup (E \cap H)) \\ &= P(N \cap H) + P(P \cap H) + P(E \cap H) \\ &= P(N) \cdot P(H | N) + P(P) \cdot P(H | P) \\ &\quad + P(E) \cdot P(H | E) = 0.5 \cdot 0.6 \\ &\quad + 0.3 \cdot 0.8 + 0.2 \cdot 0.5 = 0.64 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 82 (2 puntos)

Las llamadas telefónicas que recibe un usuario se dividen en tres tipos: personales (50%), laborales (30%) y comerciales (20%). Los usuarios atienden adecuadamente un 60% de las llamadas personales, un 90% de las laborales y un 20% de las comerciales. Se pide, justificando las respuestas:

- (1 punto) Calcular la probabilidad de que una llamada no sea atendida adecuadamente.
- (1 punto) Sabiendo que una llamada es atendida adecuadamente, calcular la probabilidad de que sea comercial.

(Extremadura - Matemáticas CCSS - Julio 2024 - Extraordinario)

Solución.

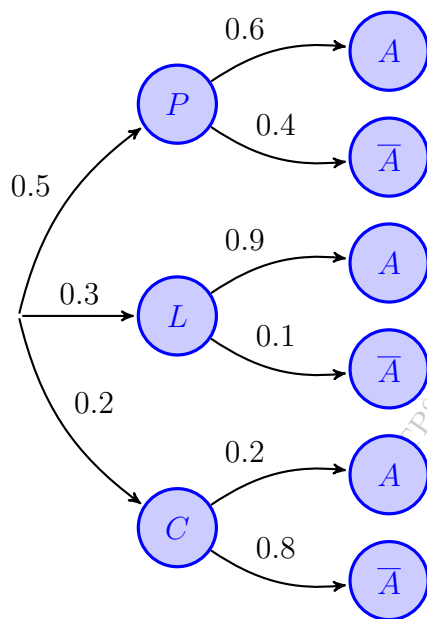
Sean los sucesos:

$P \equiv$ "La llamada es personal"

$L \equiv$ "La llamada es laboral"

$C \equiv$ "La llamada es comercial"

$A \equiv$ "La atención de la llamada es adecuada"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{A}) &= P((P \cap \bar{A}) \cup (L \cap \bar{A}) \cup (C \cap \bar{A})) \\ &= P(P \cap \bar{A}) + P(L \cap \bar{A}) + P(C \cap \bar{A}) \\ &= P(P) \cdot P(\bar{A} | P) + P(L) \cdot P(\bar{A} | L) \\ &\quad + P(C) \cdot P(\bar{A} | C) = 0.5 \cdot 0.4 \\ &\quad + 0.3 \cdot 0.1 + 0.2 \cdot 0.8 = 0.61 \end{aligned}$$

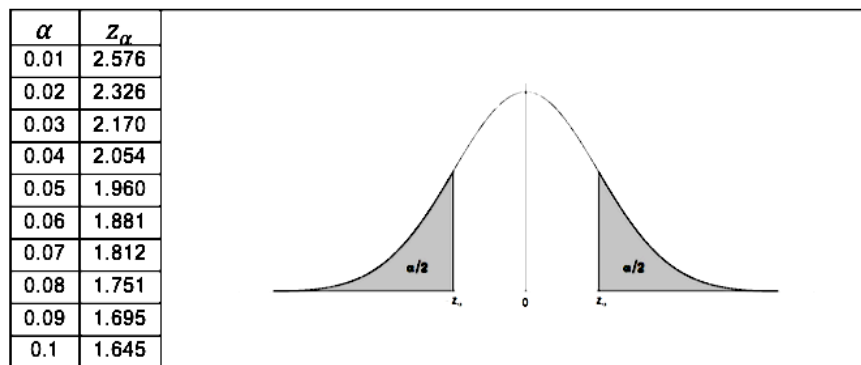
$$\begin{aligned} \text{b) } P(C | A) &= \frac{P(C \cap A)}{P(A)} = \frac{P(C) \cdot P(A | C)}{1 - P(\bar{A})} \\ &= \frac{0.2 \cdot 0.2}{1 - 0.39} = 0.0656 \end{aligned}$$

Ejercicio 83 (4 puntos)

El servicio de atención al cliente de una compañía telefónica decide realizar un estudio sobre el tipo de reclamaciones que recibe.

A.1) En este servicio se reciben 1500 llamadas al día, de las cuales 700 son consultas técnicas, 600 consultas financieras y el resto son reclamaciones. El cliente queda satisfecho en el 50% de las consultas técnicas, en el 40% de las consultas financieras y en el 10% de las reclamaciones. Se pide:

- (1 punto) Calcular la probabilidad de que un cliente presente una reclamación y no quede satisfecho con el resultado de la misma.
- (1 punto) Calcular la probabilidad de que un cliente atendido por dicho servicio quede satisfecho con la atención recibida.



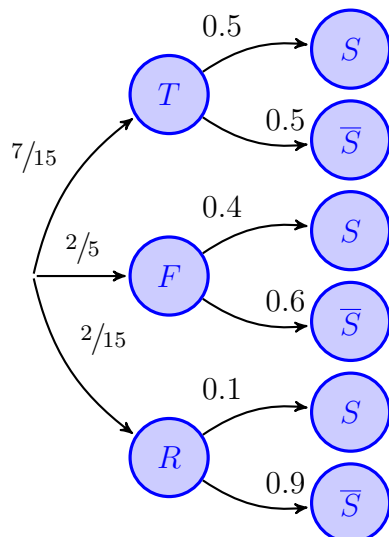
(Extremadura - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción Unica)

Solución.

A.1) Sean los sucesos:

$T \equiv$ “La consulta es técnica” $F \equiv$ “La consulta es financiera”
 $R \equiv$ “La consulta es una reclamación” $S \equiv$ “El cliente queda satisfecho”

$$P(T) = \frac{700}{1500} = \frac{7}{15} \quad \& \quad P(F) = \frac{600}{1500} = \frac{2}{5} \quad \& \quad P(R) = \frac{200}{1500} = \frac{2}{15}$$



a) $P(R \cap \bar{S}) = P(R) \cdot P(\bar{S} | R) = \frac{2}{15} \cdot 0.9 = 0.12$

b) $P(S) = P((T \cap S) \cup (F \cap S) \cup (R \cap S))$
 $= P(T \cap S) + P(F \cap S) + P(R \cap S)$
 $= P(T) \cdot P(S | T) + P(F) \cdot P(S | F)$
 $+ P(R) \cdot P(S | R) = \frac{7}{15} \cdot 0.5 + \frac{2}{5} \cdot 0.4$
 $+ \frac{2}{15} \cdot 0.1 = 0.4067$

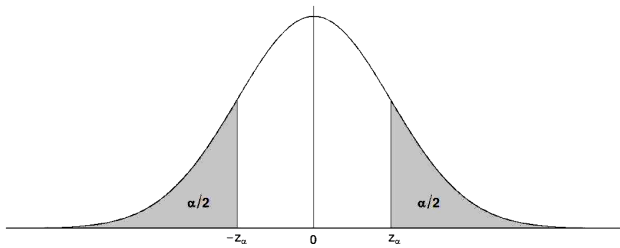
Ejercicio 84 (4 puntos)

Una piscifactoría realiza un estudio de mercado para determinados tipos de pescado (salmones y truchas). Responde, razonadamente, a las siguientes cuestiones que surgieron en el estudio:

A.1) Los salmones suponen el 70% de la producción y las truchas el 30% de la producción. El 40% de los salmones se vende en España, el 35% en Portugal y el resto en otros países. En cuanto a las truchas, el 30% se vende en España, el 10% en Portugal y el resto en otros países. Se pide, razonando la respuesta:

- (1 punto) Calcular la probabilidad de que un pescado sea vendido en países distintos de España y Portugal.
- (1 punto) Calcular la probabilidad de que un pescado que sabemos que se ha vendido en Portugal, sea trucha.

α	z_α
0.01	2.576
0.02	2.326
0.03	2.170
0.04	2.054
0.05	1.960
0.06	1.881
0.07	1.812
0.08	1.751
0.09	1.695
0.1	1.645



El diagrama muestra una curva normal estándar con el eje horizontal etiquetado como $-z_\alpha$, 0 y z_α . Las áreas bajo la curva a la izquierda de $-z_\alpha$ y a la derecha de z_α están sombreadas y etiquetadas como $\alpha/2$.

(Extremadura - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción Unica)

Solución.

A.1) Sean los sucesos:

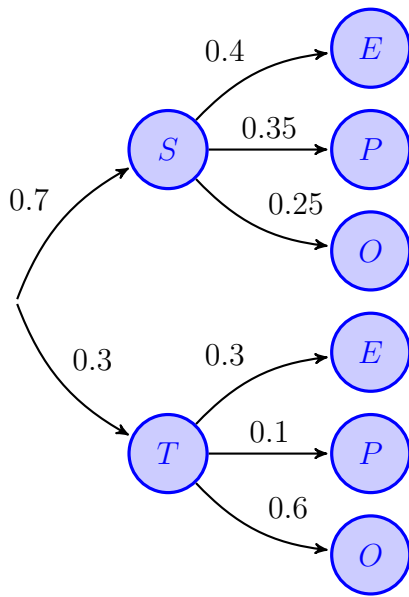
$S \equiv$ "La producción es de salmones"

$T \equiv$ "La producción es de truchas"

$E \equiv$ "El pescado se vende en España"

$P \equiv$ "El pescado se vende en Portugal"

$O \equiv$ "El pescado se vende en otros países"



$$\begin{aligned}
 \text{a) } P(O) &= P((S \cap O) \cup (T \cap O)) \\
 &= P(S \cap O) + P(T \cap O) \\
 &= P(S) \cdot P(O | S) + P(T) \cdot P(O | T) \\
 &= 0.7 \cdot 0.25 + 0.3 \cdot 0.6 = 0.355
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } P(P) &= P((S \cap P) \cup (T \cap P)) \\
 &= P(S \cap P) + P(T \cap P) \\
 &= P(S) \cdot P(P | S) + P(T) \cdot P(P | T) \\
 &= 0.7 \cdot 0.35 + 0.3 \cdot 0.1 = 0.275
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(T | P) &= \frac{P(T \cap P)}{P(P)} = \frac{P(T) \cdot P(P | T)}{P(P)} \\
 &= \frac{0.3 \cdot 0.1}{0.275} = 0.1091
 \end{aligned}$$

————— o —————

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Galicia



Ejercicio 85 (3.33 puntos)

En una ciudad, el 70 % de la población recibe publicidad de un establecimiento, de los cuales un 90 % realiza alguna compra en dicho establecimiento. También se sabe que de los que no reciben publicidad, un 60 % realiza alguna compra en dicho establecimiento.

- ¿Qué porcentaje de la población de la ciudad realiza alguna compra en ese establecimiento?
- Si elegimos una persona al azar que ha realizado alguna compra en ese establecimiento, ¿cuál es la probabilidad de que haya recibido publicidad del mismo?
- ¿Son independientes los sucesos “realizar alguna compra en ese establecimiento” y “recibir publicidad del mismo”? Justifique la respuesta.

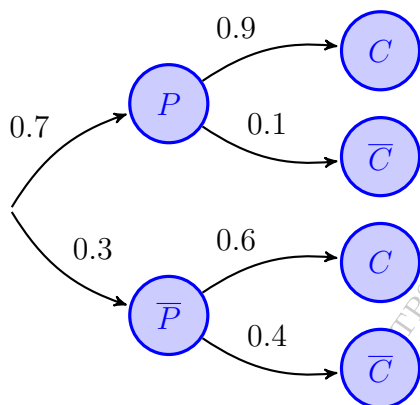
(Galicia - Matemáticas CCSS - Junio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$P \equiv$ “La persona recibe publicidad”

$C \equiv$ “La persona realiza una compra”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(C) &= P((P \cap C) \cup (\bar{P} \cap C)) \\ &= P(P \cap C) + P(\bar{P} \cap C) \\ &= P(P) \cdot P(C | P) + P(\bar{P}) \cdot P(C | \bar{P}) \\ &= 0.7 \cdot 0.9 + 0.3 \cdot 0.6 = 0.81 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C | P) &= \frac{P(C \cap P)}{P(P)} = \frac{P(C) \cdot P(P | C)}{P(P)} \\ &= \frac{0.7 \cdot 0.9}{0.81} = 0.7777 \end{aligned}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} P(P \cap C) = P(P) \cdot P(C | P) = 0.7 \cdot 0.9 = 0.63 \\ P(P) \cdot P(C) = 0.7 \cdot 0.81 = 0.567 \end{array} \right\} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} P(P \cap C) \neq P(P) \cdot P(C) \\ C \text{ y } P \text{ no son independientes} \end{array} \right.$$

————— o —————

Ejercicio 86 (3.33 puntos)

En una urna A hay 8 bolas verdes y 6 rojas y en otra urna B hay 4 verdes y 5 rojas. Se lanza un dado y si sale un número menor que 3 se saca una bola de la urna A y si sale un número mayor o igual a 3 se saca la bola de la urna B . Se extrae una bola al azar.

- (1 punto) Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea roja.
- (1 punto) Sabiendo que se extrajo una bola verde, ¿Cuál es la probabilidad de que haya salido de la urna A ?
- (1.33 puntos) ¿Son independientes los sucesos “extraer bola roja” y “la bola procede de la urna A ”?

(Galicia - Matemáticas CCSS - Julio 2023)

Solución.

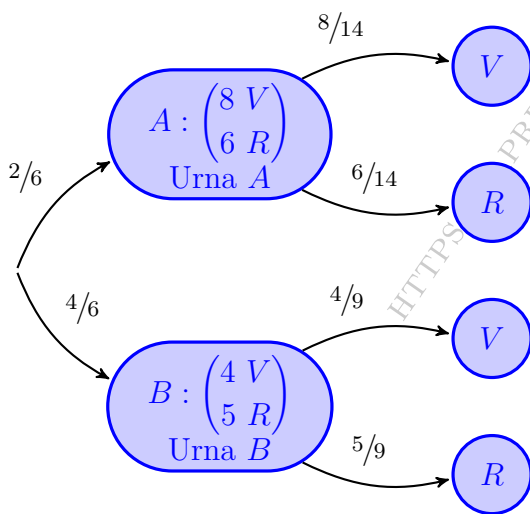
Sean los sucesos:

$A \equiv$ “En el dado sale un número menor que 3”

$B \equiv$ “En el dado sale un número mayor o igual que 3”

$V \equiv$ “La bola extraída es verde”

$R \equiv$ “La bola extraída es roja”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(R) &= P((A \cap R) \cup (B \cap R)) \\ &= P(A \cap R) + P(B \cap R) \\ &= P(A) \cdot P(R | A) + P(B) \cdot P(R | B) \\ &= \frac{2}{6} \cdot \frac{6}{14} + \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{9} = \frac{97}{189} \approx 0.5132 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A | V) &= \frac{P(A \cap V)}{P(V)} = \frac{P(A) \cdot P(V | A)}{1 - P(R)} \\ &= \frac{2/6 \cdot 8/14}{1 - 97/189} = \frac{9}{23} \approx 0.3913 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \left. \begin{aligned} P(A \cap R) &= P(A) \cdot P(R | A) = \frac{2}{6} \cdot \frac{6}{14} = \frac{1}{7} \\ P(A) \cdot P(R) &= \frac{2}{6} \cdot \frac{97}{189} = \frac{97}{567} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left| \begin{aligned} P(A \cap R) &\neq P(A) \cdot P(R) \\ \text{Los sucesos } A \text{ y } R & \\ \text{no son independientes} & \end{aligned} \right.$$

Comunidad de Madrid



Ejercicio 87

Si se escoge un número al azar en la guía telefónica de cierta ciudad española, la probabilidad de que sea nombre de un hombre es 0.7 y de que figure una mujer es 0.3. En dicha ciudad, la probabilidad de que un hombre trabaje es 0.8 y de que lo haga una mujer es 0.7. Se elige un número de teléfono al azar.

- ¿Cuál es la probabilidad de que corresponda a una persona que trabaja?
- ¿Cuál es la probabilidad de que corresponda a un hombre, sabiendo que pertenece a una persona que trabaja?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2000 - Opción B)

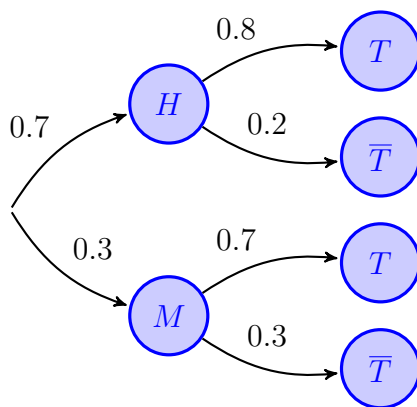
Solución.

Sean los sucesos

H = “El número elegido es de un hombre”

M = “El número elegido es de una mujer”

T = “El propietario del número de teléfono trabaja”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(T) &= P((H \cap T) \cup (M \cap T)) \\ &= P(H \cap T) + P(M \cap T) \\ &= P(H) \cdot P(T | H) + P(M) \cdot P(T | M) \\ &= 0.7 \cdot 0.8 + 0.3 \cdot 0.7 = 0.77 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(H | T) &= \frac{P(H \cap T)}{P(T)} = \frac{P(H) \cdot P(T | H)}{P(T)} \\ &= \frac{0.7 \cdot 0.8}{0.77} = 0.727 \end{aligned}$$

Ejercicio 88

De una urna con 4 bolas blancas y 2 negras se extraen al azar, sucesivamente y sin reemplazamiento, dos bolas.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que las bolas extraídas sean blancas?
- b) Si la segunda bola ha sido negra, ¿cuál es la probabilidad de que la primera también lo haya sido?

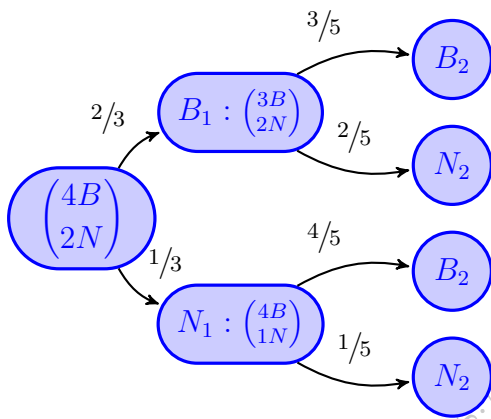
(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2000 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos

B_i = "Sacar bola blanca en la extracción i "

N_i = "Sacar bola negra en la extracción i "



$$\text{a) } P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) \cdot P(B_2 | B_1) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(N_1 | N_2) &= \frac{P(N_1 \cap N_2)}{P(N_2)} \\ &= \frac{P(N_1) \cdot P(N_2 | N_1)}{P(N_2)} \\ &\stackrel{(*)}{=} \frac{1/3 \cdot 1/5}{1/3} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (*) \quad P(N_2) &= P((B_1 \cap N_2) \cup (N_1 \cap N_2)) \\ &= P(B_1 \cap N_2) + P(N_1 \cap N_2) \\ &= P(B_1) \cdot P(N_2 | B_1) + P(N_1) \cdot P(N_2 | N_1) \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Ejercicio 89

Una empresa emplea tres bufetes de abogados para tratar sus casos legales. La probabilidad de que un caso se deba remitir al bufete A es 0.3; de que se remita al bufete B es 0.5 y de que se remita al bufete C es 0.2. La probabilidad de que un caso remitido al bufete A sea ganado en los tribunales es 0.6; para el bufete B esta probabilidad es de 0.8 y para el bufete C es 0.7.

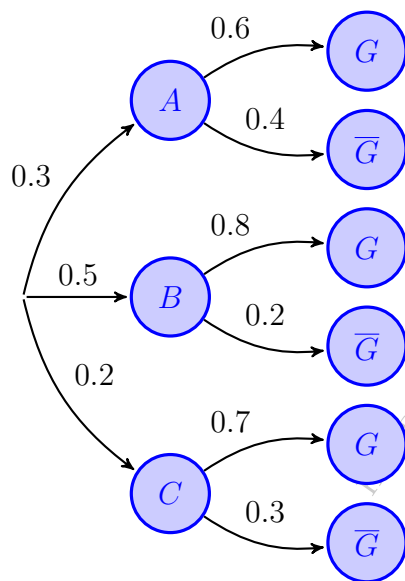
- Calcúlese la probabilidad de que la empresa gane un caso.
- Sabiendo que un caso se ha ganado, determínese la probabilidad de que lo haya llevado el bufete A.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2000 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos

A = "El caso es tratado por el bufete A" B = "El caso es tratado por el bufete B"
 C = "El caso es tratado por el bufete C" G = "El caso es ganado"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(G) &= P((A \cap G) \cup (B \cap G) \cup (C \cap G)) \\ &= P(A \cap G) + P(B \cap G) + P(C \cap G) \\ &= P(A) \cdot P(G | A) + P(B) \cdot P(G | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(G | C) \\ &= 0.3 \cdot 0.6 + 0.5 \cdot 0.8 + 0.2 \cdot 0.7 = 0.72 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A | G) &= \frac{P(A \cap G)}{P(G)} = \frac{P(A) \cdot P(G | A)}{P(G)} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.6}{0.72} = 0.25 \end{aligned}$$

Ejercicio 90

En una ciudad la probabilidad de que uno de sus habitantes censados vote al partido A es 0.4; la probabilidad de que vote al partido B es 0.35 y la probabilidad de que vote al partido C es 0.25. Por otro lado, las probabilidades de que un votante de cada partido lea diariamente algún periódico son, respectivamente, 0.4; 0.4 y 0.6. Se elige una persona de la ciudad al azar:

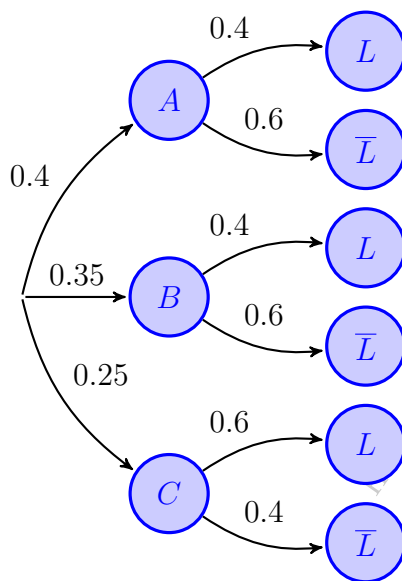
- Calcúlese la probabilidad de que lea algún periódico.
- La persona elegida lee algún periódico, ¿cuál es la probabilidad de que sea votante del partido B?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2001 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos

A = “La persona es votante del partido A” B = “La persona es votante del partido B”
 C = “La persona es votante del partido C” L = “La persona lee diariamente el periódico”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(L) &= P((A \cap L) \cup (B \cap L) \cup (C \cap L)) \\ &= P(A \cap L) + P(B \cap L) + P(C \cap L) \\ &= P(A) \cdot P(L | A) + P(B) \cdot P(L | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(L | C) \\ &= 0.4 \cdot 0.4 + 0.35 \cdot 0.4 + 0.25 \cdot 0.6 = 0.45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(B | L) &= \frac{P(B \cap L)}{P(L)} = \frac{P(B) \cdot P(L | B)}{P(L)} \\ &= \frac{0.35 \cdot 0.4}{0.45} = 0.311 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 91

Una fábrica produce tres modelos de coche: A , B y C . Cada uno de los modelos puede tener motor de gasolina o diésel. Sabemos que el 60% de los modelos son del tipo A y el 30% del tipo B . El 30% de los coches fabricados tienen motor diésel, el 30% de los coches del modelo A son de tipo diésel y el 20% de los coches del modelo B tienen motor diésel.

Se elige un coche al azar. Se piden las probabilidades de los siguientes sucesos:

- El coche es del modelo C .
- El coche es del modelo A , sabiendo que tiene motor diésel
- El coche tiene motor diésel, sabiendo que es del modelo C

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2001 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos

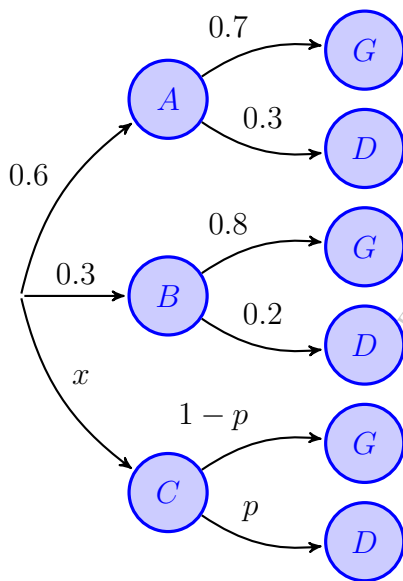
A = "El coche es del modelo A "

B = "El coche es del modelo B "

C = "El coche es del modelo C "

G = "El coche tiene motor de gasolina"

D = "El coche tiene motor diésel"



a) $P(C) = 1 - (P(A) + P(B)) = 1 - (0.6 + 0.3) = 0.1$

b) $P(A | D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A) \cdot P(D | A)}{P(D)}$
 $= \frac{0.6 \cdot 0.3}{0.3} = 0.6$

c) $P(D) = P((A \cap D) \cup (B \cap D) \cup (C \cap D))$
 $= P(A \cap D) + P(B \cap D) + P(C \cap D)$
 $= P(A) \cdot P(D | A) + P(B) \cdot P(D | B) + P(C) \cdot P(D | C)$
 $= 0.6 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot 0.2 + 0.1 \cdot p = 0.3$
 $\implies p = 0.6 \implies P(D | C) = 0.6$

Ejercicio 92

Tres máquinas A , B y C fabrican tornillos. En una hora, la máquina A fabrica 600 tornillos, la B 300 y la C 100. Las probabilidades de que las máquinas produzcan tornillos defectuosos son, respectivamente, de 0.01 para A , de 0.02 para B y de 0.03 para C . Al finalizar una hora se juntan todos los tornillos producidos y se elige uno al azar.

- ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso?
- ¿Cuál es la probabilidad de que lo haya fabricado la máquina A , sabiendo que no es defectuoso?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2001 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos

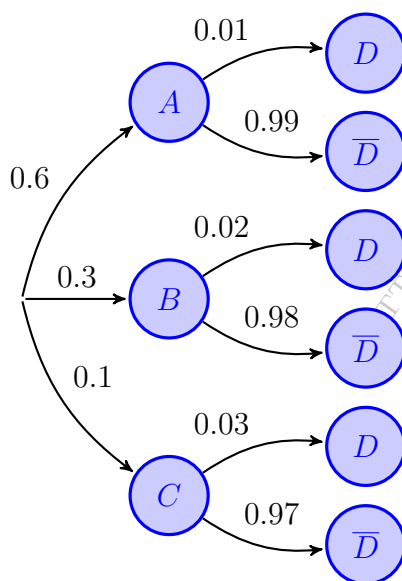
A = "El tornillo es de la fábrica A "

B = "El tornillo es de la fábrica B "

C = "El tornillo es de la fábrica C "

D = "El tornillo es defectuoso"

$$P(A) = \frac{600}{1000} \quad \& \quad P(B) = \frac{300}{1000} = 0.3 \quad \& \quad P(C) = \frac{100}{1000} = 0.1$$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{D}) &= P((A \cap \bar{D}) \cup (B \cap \bar{D}) \cup (C \cap \bar{D})) \\ &= P(A \cap \bar{D}) + P(B \cap \bar{D}) + P(C \cap \bar{D}) \\ &= P(A) \cdot P(\bar{D} | A) + P(B) \cdot P(\bar{D} | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(\bar{D} | C) \\ &= 0.6 \cdot 0.99 + 0.3 \cdot 0.98 + 0.1 \cdot 0.97 = 0.985 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A | \bar{D}) &= \frac{P(A \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{P(A) \cdot P(\bar{D} | A)}{P(\bar{D})} \\ &= \frac{0.6 \cdot 0.99}{0.985} = 0.603 \end{aligned}$$

Ejercicio 93

Una prueba para determinar cierta contaminación del agua presenta los siguientes resultados en probabilidad: 0.05 de falsos positivos, esto es, casos en los que el agua está libre de contaminación pero el test dice que el agua se encuentra contaminada. Si el agua está contaminada, el test lo detecta con probabilidad 0.99. El agua está libre de contaminación con probabilidad 0.99. Si se realizara una nueva prueba y el test indica que hay contaminación, calcular la probabilidad de que el agua esté libre de contaminación.

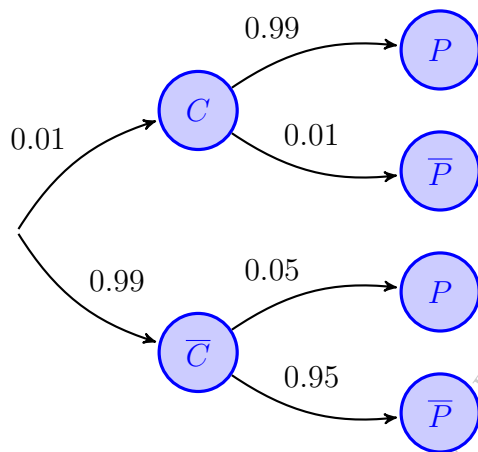
(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2002 - Opción B)
(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2003 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos

C = "El agua está contaminada"

P = "El test es positivo en contaminación"



$$P(\bar{C} | P) = \frac{P(\bar{C} \cap P)}{P(P)} = \frac{P(\bar{C}) \cdot P(P | \bar{C})}{P(P)}$$

$$\stackrel{(*)}{=} \frac{0.99 \cdot 0.05}{0.0594} = 0.8333$$

$$\stackrel{(*)}{*} P(P) = P((C \cap P) \cup (\bar{C} \cap P))$$

$$= P(C \cap P) + P(\bar{C} \cap P)$$

$$= P(C) \cdot P(P | C) + P(\bar{C}) \cdot P(P | \bar{C})$$

$$= 0.01 \cdot 0.99 + 0.99 \cdot 0.05 = 0.0594$$

Ejercicio 94

Se tiene tres cajas iguales. La primera contiene 3 bolas blancas y 4 negras; la segunda contiene 5 bolas negras y, la tercera, 4 blancas y 3 negras.

- Si se elige una caja al azar y luego se extrae una bola, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea negra?
- Si se extrae una bola negra de una de las cajas, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la segunda caja?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2002 - Opción A)

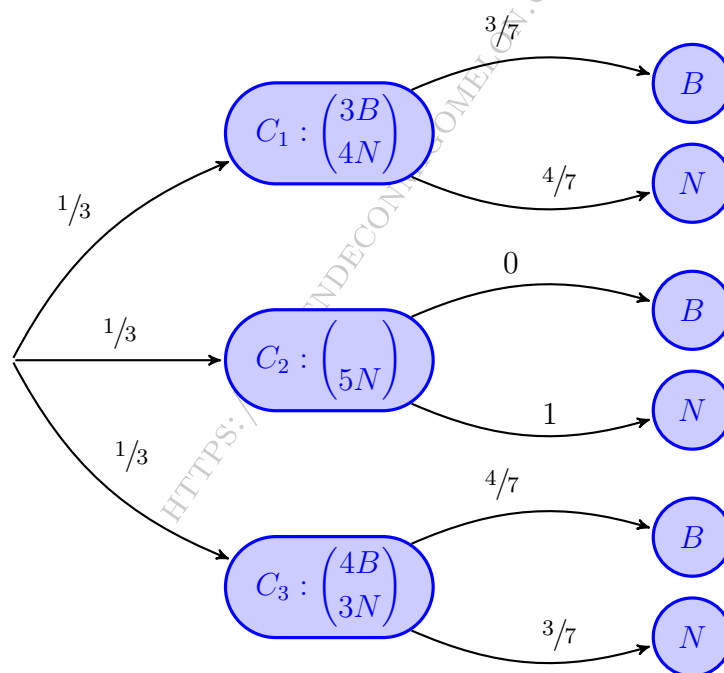
Solución.

Sean los sucesos:

$C_i \equiv$ "La bola extraída es de la caja i "

$B \equiv$ "La bola extraída es blanca"

$N \equiv$ "La bola extraída es negra"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(N) &= P((C_1 \cap N) \cup (C_2 \cap N) \cup (C_3 \cap N)) = P(C_1 \cap N) + P(C_2 \cap N) + P(C_3 \cap N) \\ &= P(C_1) \cdot P(N | C_1) + P(C_2) \cdot P(N | C_2) + P(C_3) \cdot P(N | C_3) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(C_2 | N) = \frac{P(C_2 \cap N)}{P(N)} = \frac{P(C_2) \cdot P(N | C_2)}{P(N)} = \frac{1/3 \cdot 1}{2/3} = \frac{1}{2}$$

○

Ejercicio 95

Un día determinado, en una tienda de ropa joven, se han realizado 400 ventas pagadas con la tarjeta de crédito V y 350 ventas pagadas con la tarjeta MC . Las ventas restantes del día han sido abonadas en metálico. Se comprueba que 150 de las ventas pagadas con la tarjeta de crédito V superan los 150 euros, mientras que 300 de las ventas pagadas con MC superan esa cantidad. Se extrae al azar un comprobante de las ventas del día pagadas con tarjeta de crédito.

- ¿Cuál es la probabilidad de que corresponda a una compra superior a 150 euros?
- Si la compra es inferior a 150 euros, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido pagada con la tarjeta MC ?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2002 - Opción B)

Solución.

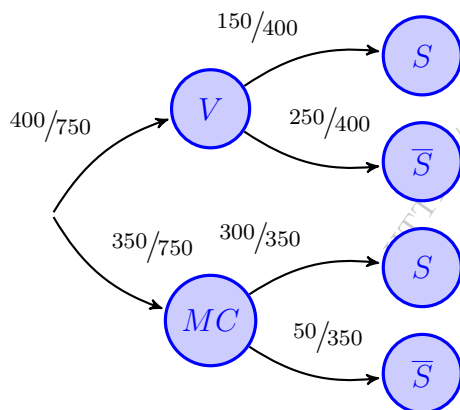
Sean los sucesos

V = "La compra se ha pagado con la tarjeta V "

MC = "La compra se ha pagado con la tarjeta MC "

S = "La compra supera los 150 euros"

1ª FORMA: DIAGRAMA DE ÁRBOL



$$\begin{aligned}
 \text{a) } P(S) &= P((V \cap S) \cup (MC \cap S)) \\
 &= P(V \cap S) + P(MC \cap S) \\
 &= P(V) \cdot P(S | V) + P(MC) \cdot P(S | MC) \\
 &= \frac{400}{750} \cdot \frac{150}{400} + \frac{350}{750} \cdot \frac{300}{350} = \frac{3}{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } P(MC | \bar{S}) &= \frac{P(MC \cap \bar{S})}{P(\bar{S})} \\
 &= \frac{P(MC) \cdot P(\bar{S} | MC)}{1 - P(S)} \\
 &= \frac{350/750 \cdot 50/350}{1 - 3/5} = \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

2ª FORMA: TABLA DE CONTINGENCIA

	V	MC	Total
S	150	300	450
\bar{S}	250	50	300
Total	400	350	750

$$\text{a) } P(S) = \frac{450}{750} = \frac{3}{5}$$

$$\text{b) } P(MC | \bar{S}) = \frac{50}{300} = \frac{1}{6}$$

Ejercicio 96

Un rosal no está en buen estado y, por tanto, si se riega tiene la misma probabilidad de mantenerse que de secarse. La probabilidad de que se mantenga si no se riega es 0.25. La probabilidad de no regar el rosal es $\frac{2}{3}$. Si el rosal se ha secado, ¿cuál es la probabilidad de no haberlo regado?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2003 - Opción A)

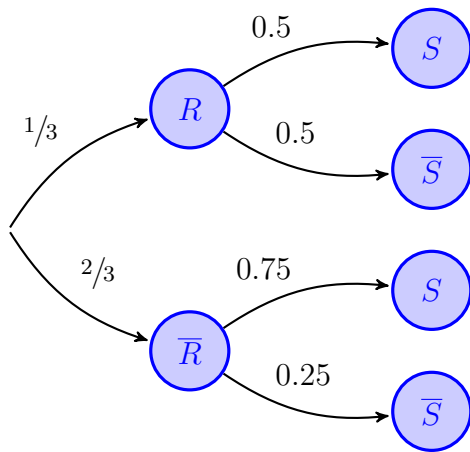
(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2004 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos

R = "El rosal es regado"

S = "El rosal se seca"



$$P(\bar{R} | S) = \frac{P(\bar{R} \cap S)}{P(S)} = \frac{P(\bar{R}) \cdot P(S | \bar{R})}{P(S)}$$

$$\stackrel{(*)}{=} \frac{\frac{2}{3} \cdot 0.75}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$(*) P(S) = P((R \cap S) \cup (\bar{R} \cap S))$$

$$= P(R \cap S) + P(\bar{R} \cap S)$$

$$= P(R) \cdot P(S | R) + P(\bar{R}) \cdot P(S | \bar{R})$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 0.5 + \frac{2}{3} \cdot 0.75 = \frac{2}{3}$$

_____ o _____

Ejercicio 97

Dos expertos, E_1 y E_2 , realizan peritaciones para una cierta compañía de seguros. La probabilidad de que una peritación haya sido realizada por E_1 es 0.55 y por E_2 es 0.45. Si una peritación ha sido realizada por E_1 , la probabilidad de que dé lugar a indemnización es 0.98 y si ha sido realizada por E_2 , la probabilidad de que dé lugar al pago de una indemnización es 0.90. Un siniestro ha supuesto a la compañía el pago de una indemnización. Hallar la probabilidad de que la peritación haya sido realizada por E_2 .

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2004 - Opción A)

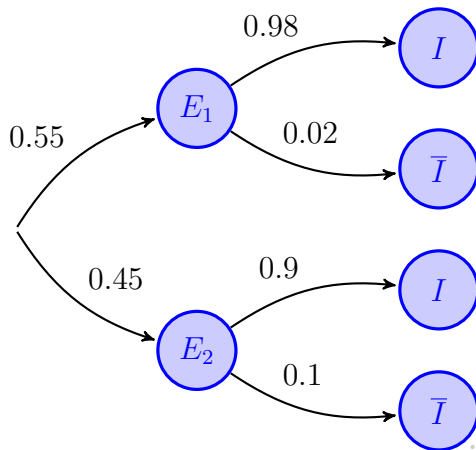
Solución.

Sean los sucesos

E_1 = “La peritación ha sido realizada por E_1 ”

E_2 = “La peritación ha sido realizada por E_2 ”

I = “La peritación ha dado lugar a indemnización”



$$P(E_2 | I) = \frac{P(E_2 \cap I)}{P(I)} = \frac{P(E_2) \cdot P(I | E_2)}{P(I)}$$

$$\stackrel{(*)}{=} \frac{0.45 \cdot 0.9}{0.944} = 0.429$$

$$\begin{aligned} (*) P(I) &= P((E_1 \cap I) \cup (E_2 \cap I)) \\ &= P(E_1 \cap I) + P(E_2 \cap I) \\ &= P(E_1) \cdot P(I | E_1) + P(E_2) \cdot P(I | E_2) \\ &= 0.55 \cdot 0.98 + 0.45 \cdot 0.9 = 0.944 \end{aligned}$$

Ejercicio 98

En una empresa se producen dos tipos de bombillas: halógenas y de bajo consumo, en una proporción de 3 a 4, respectivamente. La probabilidad de que una bombilla halógena sea defectuosa es 0.02 y de que una de bajo consumo sea defectuosa es 0.09. Se escoge al azar una bombilla y resulta no defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que sea halógena?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2004 - Opción B)

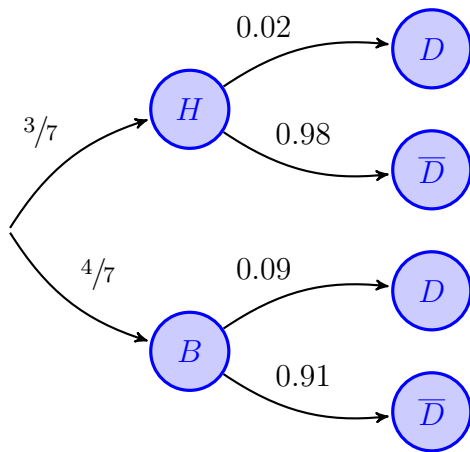
Solución.

Sean los sucesos

H = "La bombilla es halógena"

B = "La bombilla es de bajo consumo"

D = "La bombilla es defectuosa"



$$P(H | \bar{D}) = \frac{P(H \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{P(H) \cdot P(\bar{D} | H)}{P(\bar{D})}$$

$$\textcircled{*} \frac{3/7 \cdot 0.98}{0.94} = 0.4468$$

$$\begin{aligned} \textcircled{*} P(\bar{D}) &= P((H \cap \bar{D}) \cup (B \cap \bar{D})) \\ &= P(H \cap \bar{D}) + P(B \cap \bar{D}) \\ &= P(H) \cdot P(\bar{D} | H) + P(B) \cdot P(\bar{D} | B) \\ &= \frac{3}{7} \cdot 0.98 + \frac{4}{7} \cdot 0.91 = 0.94 \end{aligned}$$

_____ ○ _____

Ejercicio 99

En una población, el 40 % son hombres y el 60 % mujeres. En esa población el 80 % de los hombres y el 20 % de las mujeres son aficionados al fútbol.

- Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar sea aficionada al fútbol.
- Elegida al azar una persona resulta ser aficionada al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2004 - Opción B)

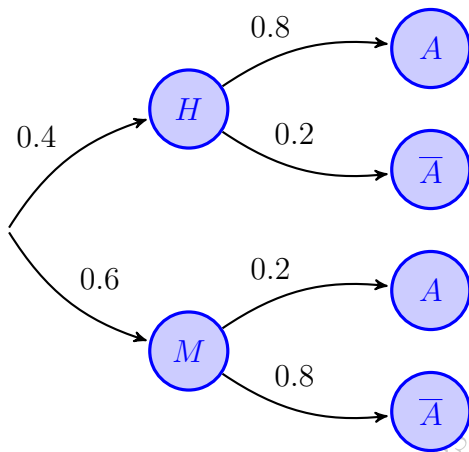
Solución.

Sean los sucesos

H = "La persona es hombre"

M = "La persona es mujer"

A = "La persona es aficionada al fútbol"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(A) &= P((H \cap A) \cup (M \cap A)) \\ &= P(H \cap A) + P(M \cap A) \\ &= P(H) \cdot P(A | H) + P(M) \cdot P(A | M) \\ &= 0.4 \cdot 0.8 + 0.6 \cdot 0.2 = 0.44 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(M | A) &= \frac{P(M \cap A)}{P(A)} = \frac{P(M) \cdot P(A | M)}{P(A)} \\ &= \frac{0.6 \cdot 0.2}{0.44} = 0.273 \end{aligned}$$

Ejercicio 100

En un colectivo de inversores bursátiles, el 20 % realiza operaciones vía internet. De los inversores que realizan operaciones vía internet, un 80 % consulta InfoBolsaWeb. De los inversores bursátiles que no realizan inversiones vía internet sólo un 20 % consulta InfoBolsaWeb. Se pide:

- Obtener la probabilidad de que un inversor elegido al azar en este colectivo consulte InfoBolsaWeb.
- Si se elige al azar un inversor bursátil de este colectivo y resulta que consulta InfoBolsaWeb, ¿cuál es la probabilidad de que realice operaciones por internet?.

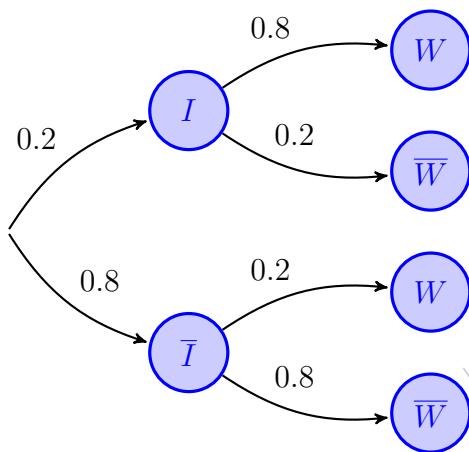
(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2005 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos

I = “El inversor realiza operaciones por internet”

W = “El inversor consulta InfoBolsaWeb”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(W) &= P((I \cap W) \cup (\bar{I} \cap W)) \\ &= P(I \cap W) + P(\bar{I} \cap W) \\ &= P(I) \cdot P(W | I) + P(\bar{I}) \cdot P(W | \bar{I}) \\ &= 0.2 \cdot 0.8 + 0.8 \cdot 0.2 = 0.32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(I | W) &= \frac{P(I \cap W)}{P(W)} = \frac{P(I) \cdot P(W | I)}{P(W)} \\ &= \frac{0.2 \cdot 0.8}{0.32} = 0.5 \end{aligned}$$

Ejercicio 101

Una persona cuida de su jardín, pero es bastante distraída y se olvida de regarlo a veces. La probabilidad de que se olvide de regar el jardín es $\frac{2}{3}$. El jardín no está en muy buenas condiciones, así que si se le riega tiene la misma probabilidad de progresar que de estropearse, pero la probabilidad de que progrese si no se riega es de 0.25. Si el jardín se ha estropeado ¿cuál es la probabilidad de que la persona olvidara regarlo?

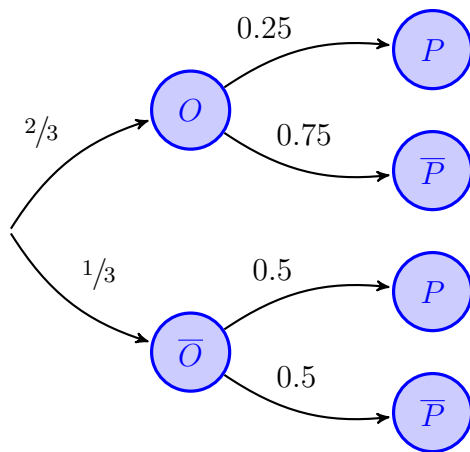
(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2006 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$O \equiv$ “La persona olvida regar el jardín”

$P \equiv$ “El jardín progresa”



$$P(O | \bar{P}) = \frac{P(O \cap \bar{P})}{P(\bar{P})} = \frac{P(O) \cdot P(\bar{P} | O)}{P(\bar{P})}$$

$$\stackrel{(*)}{=} \frac{\frac{2}{3} \cdot 0.75}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$(*) P(\bar{P}) = P((O \cap \bar{P}) \cup (\bar{O} \cap \bar{P}))$$

$$= P(O \cap \bar{P}) + P(\bar{O} \cap \bar{P})$$

$$= P(O) \cdot P(\bar{P} | O) + P(\bar{O}) \cdot P(\bar{P} | \bar{O})$$

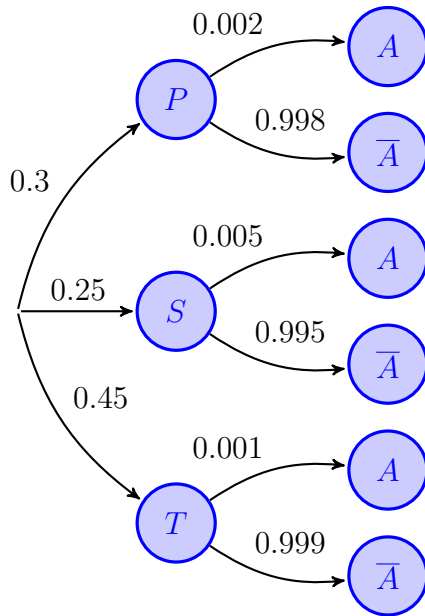
$$= \frac{2}{3} \cdot 0.75 + \frac{1}{3} \cdot 0.5 = \frac{2}{3}$$

Ejercicio 102

Los tigres de cierto país proceden de tres reservas el 30% de la primera, el 25% de la segunda y el 45% de la tercera. La proporción de tigres albinos de la primera reserva es 0.2%, mientras que dicha proporción es 0.5% en la segunda, y 0.1% en la tercera. ¿Cuál es la probabilidad de que un tigre de ese país sea albino?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2006 - Opción A)

Solución.



Sean los sucesos

P = “El tigre es de la primera reserva”

S = “El tigre es de la segunda reserva”

T = “El tigre es de la tercera reserva”

A = “El tigre es albino”

$$\begin{aligned} P(A) &= P((P \cap A) \cup (S \cap A) \cup (T \cap A)) \\ &= P(P \cap A) + P(S \cap A) + P(T \cap A) \\ &= P(P) \cdot P(A | P) + P(S) \cdot P(A | S) \\ &\quad + P(T) \cdot P(A | T) = 0.3 \cdot 0.002 \\ &\quad + 0.25 \cdot 0.005 + 0.45 \cdot 0.001 = 0.0023 \end{aligned}$$

— o —

Ejercicio 103

Una urna contiene 10 bolas blancas y 5 negras. Se extraen dos bolas al azar sin reemplazamiento. ¿Cuál es la probabilidad de que sean del mismo color?

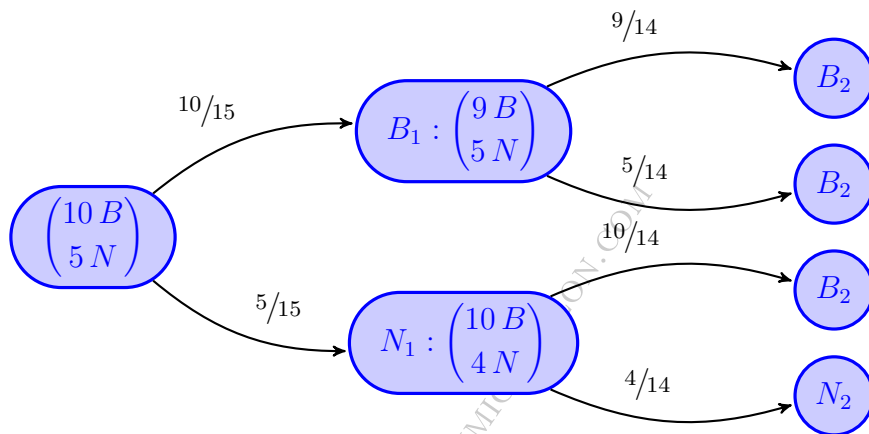
(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2006 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos

B_i = "Sacar bola blanca en la extracción i "

N_i = "Sacar bola negra en la extracción i "



$$\begin{aligned} P((B_1 \cap B_2) \cup (N_1 \cap N_2)) &= P(B_1 \cap B_2) + P(N_1 \cap N_2) \\ &= P(B_1) \cdot P(B_2 | B_1) + P(N_1) \cdot P(N_2 | N_1) \\ &= \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} + \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} = \frac{11}{21} = 0.5238 \end{aligned}$$

————— ◦ —————

Ejercicio 104

Los pianistas de la isla sordina se forman en tres conservatorios C_1 , C_2 y C_3 , que forman al 40%, 35% y 25% de los pianistas, respectivamente. Los porcentajes de pianistas virtuosos que producen estos conservatorios son del 5%, 3% y 4%, respectivamente. Se selecciona un pianista al azar.

- Calcular la probabilidad de que sea virtuoso.
- El pianista resulta ser virtuoso. Calcular la probabilidad de que se haya formado en el primer conservatorio C_1 .

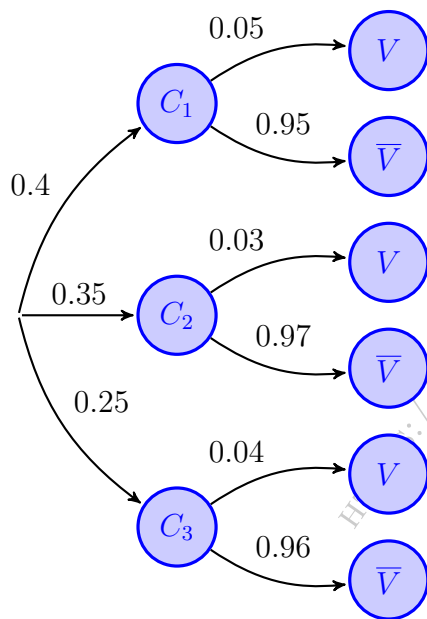
(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2007 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos

C_i = "El pianista es del conservatorio i "

V = "El pianista es virtuoso"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(V) &= P((C_1 \cap V) \cup (C_2 \cap V) \cup (C_3 \cap V)) \\ &= P(C_1 \cap V) + P(C_2 \cap V) + P(C_3 \cap V) \\ &= P(C_1) \cdot P(V | C_1) + P(C_2) \cdot P(V | C_2) \\ &\quad + P(C_3) \cdot P(V | C_3) = 0.4 \cdot 0.05 \\ &\quad + 0.35 \cdot 0.03 + 0.25 \cdot 0.04 = 0.0405 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C_1 | V) &= \frac{P(C_1 \cap V)}{P(V)} = \frac{P(C_1) \cdot P(V | C_1)}{P(V)} \\ &= \frac{0.4 \cdot 0.05}{0.0405} = 0.4938 \end{aligned}$$

o

Ejercicio 105

En el departamento de lácteos de un supermercado se encuentran mezclados y a la venta 100 yogures de la marca A , 60 de la marca B y 40 de la marca C . La probabilidad de que un yogur esté caducado es 0.01 para la marca A ; 0.02 para la marca B y 0.03 para la marca C . Un comprador elige un yogur al azar.

- Calcular la probabilidad de que el yogur esté caducado.
- Sabiendo que el yogur elegido está caducado, ¿Cuál es la probabilidad de que sea de la marca B ?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2007 - Opción A)

Solución.

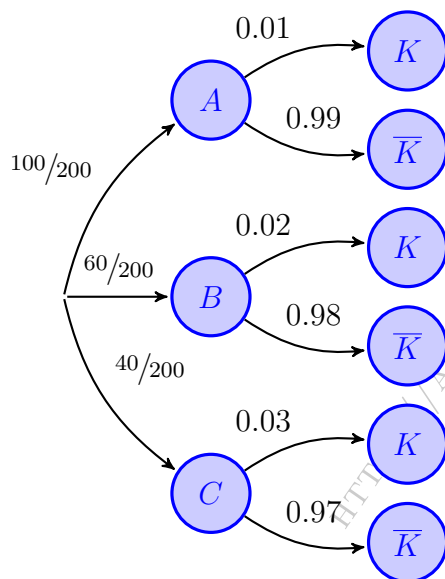
Sean los sucesos

A = "El yogur es de la marca A "

B = "El yogur es de la marca B "

C = "El yogur es de la marca C "

K = "El yogur está caducado"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(K) &= P((A \cap K) \cup (B \cap K) \cup (C \cap K)) \\ &= P(A \cap K) + P(B \cap K) + P(C \cap K) \\ &= P(A) \cdot P(K | A) + P(B) \cdot P(K | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(K | C) = \frac{100}{200} \cdot 0.01 \\ &\quad + \frac{60}{200} \cdot 0.02 + \frac{40}{200} \cdot 0.03 = 0.017 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(B | K) &= \frac{P(B \cap K)}{P(K)} = \frac{P(B) \cdot P(K | B)}{P(K)} \\ &= \frac{60/200 \cdot 0.02}{0.017} = 0.3529 \end{aligned}$$

Ejercicio 106

Se supone que las señales que emite un determinado telégrafo son punto y raya y que el telégrafo envía un punto con probabilidad $\frac{3}{7}$ y una raya con probabilidad $\frac{4}{7}$. Los errores en la transmisión pueden hacer que cuando se envíe un punto se reciba una raya con probabilidad $\frac{1}{4}$ y que cuando se envíe una raya se reciba un punto con probabilidad $\frac{1}{3}$.

- Si se recibe una raya, ¿cuál es la probabilidad de que se hubiera enviado realmente una raya?
- Suponiendo que las señales se envían con independencia, ¿cuál es la probabilidad de que si se recibe punto-punto se hubiera enviado raya-raya?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2008 - Opción B)

Solución.

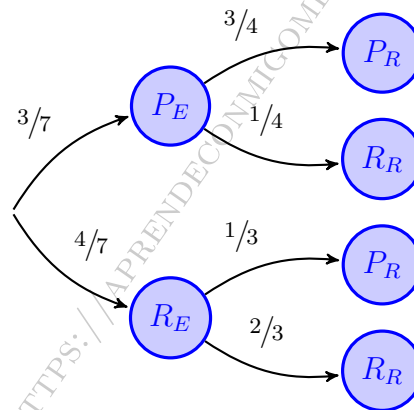
Sean los sucesos:

$P_E \equiv$ "Se envía un punto"

$R_E \equiv$ "Se envía una raya"

$P_R \equiv$ "Se recibe un punto"

$R_R \equiv$ "Se recibe una raya"



$$\text{a) } P(R_E | R_R) = \frac{P(R_E \cap R_R)}{P(R_R)} = \frac{P(R_E) \cdot P(R_R | R_E)}{P(R_R)} \stackrel{(*)}{=} \frac{4/7 \cdot 2/3}{0.4881} = 0.7805$$

$$\begin{aligned} (*) \quad P(R_R) &= P((P_E \cap R_R) \cup (R_E \cap R_R)) = P(P_E \cap R_R) + P(R_E \cap R_R) \\ &= P(P_E) \cdot P(R_R | P_E) + P(R_E) \cdot P(R_R | R_E) = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{4} + \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3} = 0.4881 \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(R_E R_E | P_R P_R) = P(R_E | P_R) \cdot P(R_E | P_R) \stackrel{(\odot)}{=} 0.3721 \cdot 0.3721 = 0.1385$$

$$\odot \quad P(R_E | P_R) = \frac{P(R_E \cap P_R)}{P(P_R)} = \frac{P(R_E) \cdot P(P_R | R_E)}{1 - P(R_R)} = \frac{4/7 \cdot 1/3}{1 - 0.4881} = 0.3721$$

○

Ejercicio 107

La probabilidad de que un vehículo de una cierta compañía de coches tenga un accidente es igual a 0.2. Si uno de los vehículos sufre un accidente, la probabilidad de que necesite la asistencia de una grúa es igual a 0.85. Por otra parte, la probabilidad de que uno de los vehículos necesite la asistencia de una grúa sin haber tenido un accidente es igual a 0.1.

- Se elige al azar un vehículo de dicha compañía, ¿cuál es la probabilidad de que necesite la asistencia de una grúa?
- Si el vehículo elegido ha necesitado la asistencia de una grúa, ¿cuál es la probabilidad de que no haya sido por causa de un accidente?

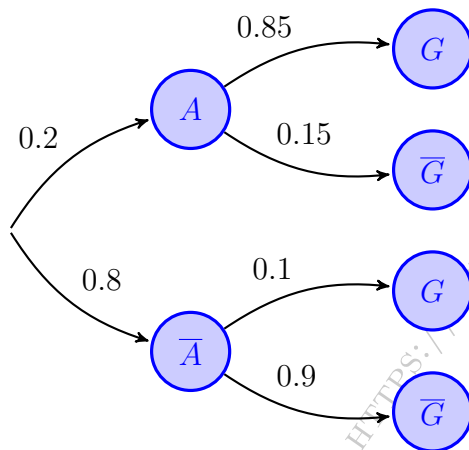
(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2009 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ “El vehículo sufre un accidente”

$G \equiv$ “El vehículo necesita la asistencia de una grúa”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(G) &= P((A \cap G) \cup (\bar{A} \cap G)) \\ &= P(A \cap G) + P(\bar{A} \cap G) \\ &= P(A) \cdot P(G | A) + P(\bar{A}) \cdot P(G | \bar{A}) \\ &= 0.2 \cdot 0.85 + 0.8 \cdot 0.1 = 0.245 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(\bar{A} | G) &= \frac{P(\bar{A} \cap G)}{P(G)} = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(G | \bar{A})}{P(G)} \\ &= \frac{0.8 \cdot 0.1}{0.245} = 0.3265 \end{aligned}$$

Ejercicio 108

Para la construcción de un luminoso de feria se dispone de un contenedor con 200 bombillas blancas, 120 bombillas azules y 80 bombillas rojas. La probabilidad de que una bombilla del contenedor no funcione es igual a 0.01 si la bombilla es blanca, es igual a 0.02 si la bombilla es azul e igual a 0.03 si la bombilla es roja. Se elige al azar una bombilla del contenedor.

- Calcúlese la probabilidad de que la bombilla elegida no funcione.
- Sabiendo que la bombilla elegida no funciona calcule la probabilidad de que dicha bombilla sea azul.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2009 - Opción B)

Solución.

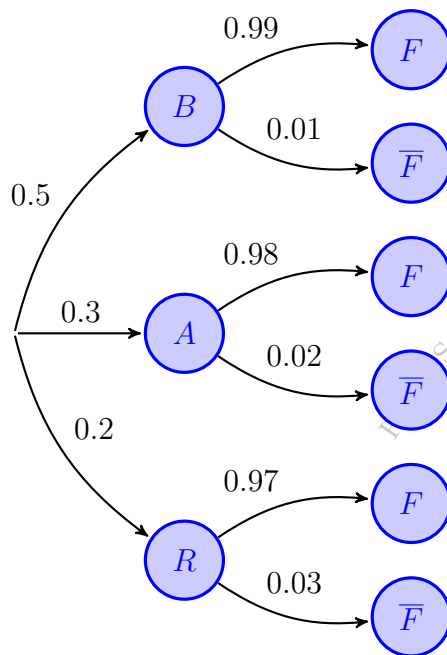
Sean los sucesos:

$B \equiv$ "La bombilla elegida es blanca"

$R \equiv$ "La bombilla elegida es roja"

$A \equiv$ "La bombilla elegida es azul"

$F \equiv$ "La bombilla funciona"



$$P(B) = \frac{200}{200 + 120 + 80} = \frac{200}{400} = 0.5$$

$$P(A) = \frac{120}{400} = 0.3 \quad \& \quad P(R) = \frac{80}{400} = 0.2$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{F}) &= P((B \cap \bar{F}) \cup (A \cap \bar{F}) \cup (R \cap \bar{F})) \\ &= P(B \cap \bar{F}) + P(A \cap \bar{F}) + P(R \cap \bar{F}) \\ &= P(B) \cdot P(\bar{F} | B) + P(A) \cdot P(\bar{F} | A) \\ &\quad + P(R) \cdot P(\bar{F} | R) = 0.5 \cdot 0.01 \\ &\quad + 0.3 \cdot 0.02 + 0.2 \cdot 0.03 = 0.017 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A | \bar{F}) &= \frac{P(A \cap \bar{F})}{P(\bar{F})} = \frac{P(A) \cdot P(\bar{F} | A)}{P(\bar{F})} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.02}{0.017} = 0.3529 \end{aligned}$$

— o —

Ejercicio 109

En un cierto banco el 30 % de los créditos concedidos son para vivienda, el 50 % se destinan a empresas y el 20 % son para consumo. Se sabe además que de los créditos concedidos a vivienda, el 10 % resultan impagados, de los créditos concedidos a empresas son impagados el 20 % y de los créditos concedidos para consumo resultan impagados el 10 %.

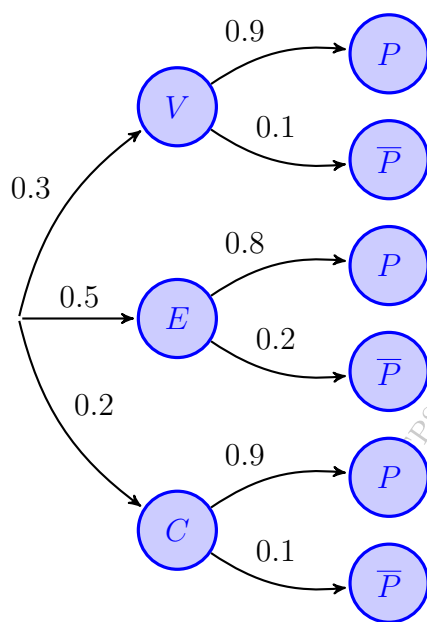
- Calcúlese la probabilidad de que un crédito elegido al azar sea pagado.
- ¿Cuál es la probabilidad de que un crédito elegido al azar se haya destinado a consumo sabiendo que se ha pagado?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2009 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$V \equiv$ “El crédito está destinado a vivienda” $E \equiv$ “El crédito está destinado a empresas”
 $C \equiv$ “El crédito está destinado a consumo” $P \equiv$ “El crédito resulta pagado”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(P) &= P((V \cap P) \cup (E \cap P) \cup (C \cap P)) \\ &= P(V \cap P) + P(E \cap P) + P(C \cap P) \\ &= P(V) \cdot P(P | V) + P(E) \cdot P(P | E) \\ &\quad + P(C) \cdot P(P | C) = 0.3 \cdot 0.9 \\ &\quad + 0.5 \cdot 0.8 + 0.2 \cdot 0.9 = 0.85 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C | P) &= \frac{P(C \cap P)}{P(P)} = \frac{P(C) \cdot P(P | C)}{P(P)} \\ &= \frac{0.2 \cdot 0.9}{0.85} = 0.212 \end{aligned}$$

Ejercicio 110

Se consideran los siguientes sucesos:

- Suceso A: La economía de un cierto país está en recesión.
- Suceso B: Un indicador económico muestra que la economía de dicho país está en recesión.

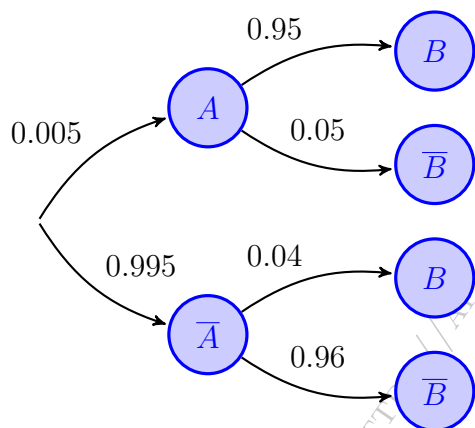
Se sabe que:

$$P(A) = 0.005 \quad \& \quad P(B | A) = 0.95 \quad \& \quad P(\bar{B} | \bar{A}) = 0.96$$

- Calcúlese la probabilidad de que el indicador económico muestre que la economía del país no está en recesión y además la economía del país esté en recesión.
- Calcúlese la probabilidad de que el indicador económico muestre que la economía del país está en recesión.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2010 - Opción B)

Solución.



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{B} \cap A) &= P(A \cap \bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B} | A) \\ &= 0.005 \cdot 0.05 = 0.00025 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(B) &= P((A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B)) \\ &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) \\ &= P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) \\ &= 0.005 \cdot 0.95 + 0.995 \cdot 0.04 \\ &= 0.00475 + 0.0398 = 0.04455 \end{aligned}$$

— o —

Ejercicio 111

En una residencia universitaria viven 183 estudiantes de los cuales 130 utilizan la biblioteca. De estos últimos, 70 estudiantes hacen uso de la lavandería, mientras que sólo 20 de los que no usan la biblioteca utilizan la lavandería. Se elige un estudiante de la residencia al azar.

- ¿Cuál es la probabilidad de que utilice la lavandería?
- Si el estudiante elegido no utiliza la lavandería, ¿cuál es la probabilidad de que utilice la biblioteca?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2010 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$L \equiv$ “El estudiante usa la lavandería” $B \equiv$ “El estudiante usa la biblioteca”

1ª FORMA: TABLA DE CONTINGENCIA

Resolveremos el ejercicio mediante una tabla de contingencia en donde pondremos los datos y completaremos el resto (en azul).

	B	\bar{B}	Total
L	70	20	90
\bar{L}	60	33	93
Total	130	53	183

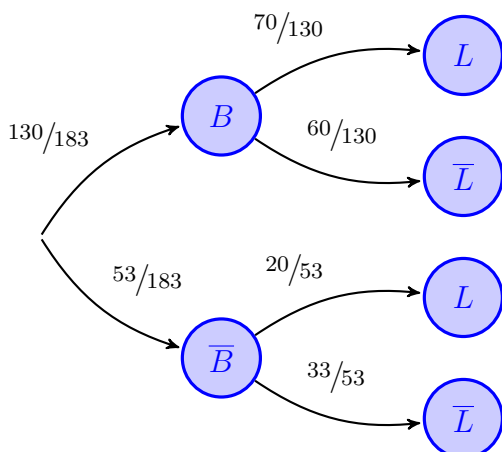
$$a) P(L) = \frac{90}{183} = 0.4918$$

$$b) P(B | \bar{L}) = \frac{60}{93} = 0.6452$$

2ª FORMA: DIAGRAMA DE ÁRBOL

$$P(B) = \frac{130}{183} \quad \& \quad P(B \cap L) = P(B) \cdot P(L | B) \Rightarrow P(L | B) = \frac{P(B \cap L)}{P(B)} = \frac{70/183}{130/183} = \frac{70}{130}$$

$$P(\bar{B} \cap \bar{L}) = P(\bar{B}) \cdot P(\bar{L} | \bar{B}) \Rightarrow P(\bar{L} | \bar{B}) = \frac{P(\bar{B} \cap \bar{L})}{P(\bar{B})} = \frac{20/183}{53/183} = \frac{20}{53}$$



$$\begin{aligned}
 a) P(L) &= P((B \cap L) \cup (\bar{B} \cap L)) \\
 &= P(B \cap L) + P(\bar{B} \cap L) \\
 &= P(B) \cdot P(L | B) + P(\bar{B}) \cdot P(L | \bar{B}) \\
 &= \frac{130}{183} \cdot \frac{70}{130} + \frac{53}{183} \cdot \frac{20}{53} = 0.4918
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) P(B | \bar{L}) &= \frac{P(B \cap \bar{L})}{P(\bar{L})} = \frac{P(B) \cdot P(\bar{L} | B)}{1 - P(L)} \\
 &= \frac{130/183 \cdot 60/130}{1 - 0.4918} = 0.6451
 \end{aligned}$$

Ejercicio 112

En una cierta población, la probabilidad de que un habitante elegido al azar siga una dieta de adelgazamiento es igual a 0.2. Entre los habitantes que siguen una dieta de adelgazamiento, la probabilidad de que uno de ellos elegido al azar practique deporte regularmente es igual a 0.6. Entre los habitantes que no siguen dieta de adelgazamiento, la probabilidad de que uno de ellos elegido al azar practique deporte regularmente es igual a 0.3. Se elige al azar un habitante de la población.

- Calcúlese la probabilidad de que practique deporte regularmente.
- Si se sabe que dicho habitante practica deporte regularmente, ¿cuál es la probabilidad de que esté siguiendo una dieta de adelgazamiento?

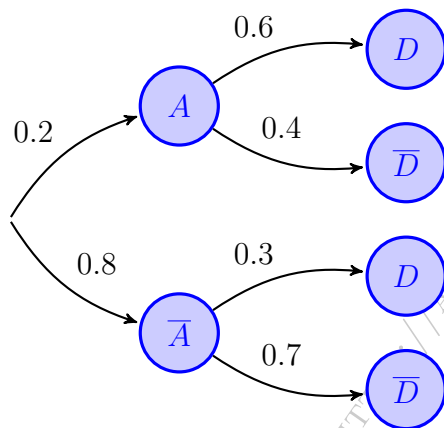
(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2011 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El habitante sigue una dieta de adelgazamiento"

$D \equiv$ "El habitante practica deporte regularmente"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(D) &= P((A \cap D) \cup (\bar{A} \cap D)) \\ &= P(A \cap D) + P(\bar{A} \cap D) \\ &= P(A) \cdot P(D | A) + P(\bar{A}) \cdot P(D | \bar{A}) \\ &= 0.2 \cdot 0.6 + 0.8 \cdot 0.3 = 0.4 = 0.36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A | D) &= \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A) \cdot P(D | A)}{P(D)} \\ &= \frac{0.2 \cdot 0.6}{0.36} = 0.333 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 113

En un cierto punto de una autopista está situado un radar que controla la velocidad de los vehículos que pasan por dicho punto. La probabilidad de que el vehículo que pase por el radar sea un coche es 0.5, de que sea un camión es 0.3 y de que sea una motocicleta es 0.2. La probabilidad de que cada uno de los tres tipos de vehículos supere al pasar por el radar la velocidad máxima permitida es 0.06 para un coche, 0.02 para un camión y 0.12 para una motocicleta. En un momento dado, un vehículo pasa por el radar.

- Calcúlese la probabilidad de que este vehículo supere la velocidad máxima permitida.
- Si el vehículo en cuestión ha superado la velocidad máxima permitida, ¿cual es la probabilidad de que se trate de una motocicleta?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2011 - Opción B)

Solución.

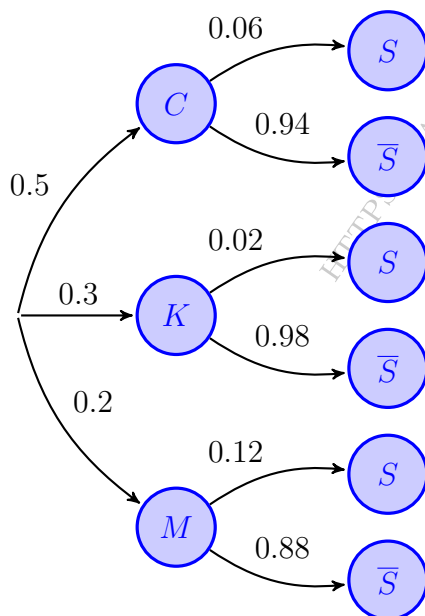
Sean los sucesos

C = “El vehículo que pasa por el radar es un coche”

K = “El vehículo que pasa por el radar es un camión”

M = “El vehículo que pasa por el radar es un motocicleta”

S = “El vehículo supera la velocidad máxima permitida”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(S) &= P((C \cap S) \cup (K \cap S) \cup (M \cap S)) \\ &= P(C \cap S) + P(K \cap S) + P(M \cap S) \\ &= P(C) \cdot P(S | C) + P(K) \cdot P(S | K) \\ &\quad + P(M) \cdot P(S | M) = 0.5 \cdot 0.06 \\ &\quad + 0.3 \cdot 0.02 + 0.2 \cdot 0.12 = 0.06 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(M | S) &= \frac{P(M \cap S)}{P(S)} = \frac{P(M) \cdot P(S | M)}{P(S)} \\ &= \frac{0.2 \cdot 0.12}{0.06} = 0.4 \end{aligned}$$

Ejercicio 114

Se dispone de tres urnas, A , B y C . La urna A contiene 1 bola blanca y 2 bolas negras, la urna B contiene 2 bolas blancas y 1 bola negra y la urna C contiene 3 bolas blancas y 3 bolas negras. Se lanza un dado equilibrado y si sale 1, 2 o 3 se escoge la urna A , si sale el 4 se escoge la urna B y si sale 5 o 6 se elige la urna C . A continuación, se extrae una bola de la urna elegida.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca?
- b) Si se sabe que la bola extraída ha sido blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la bola haya sido extraída de la urna C ?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2011 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos

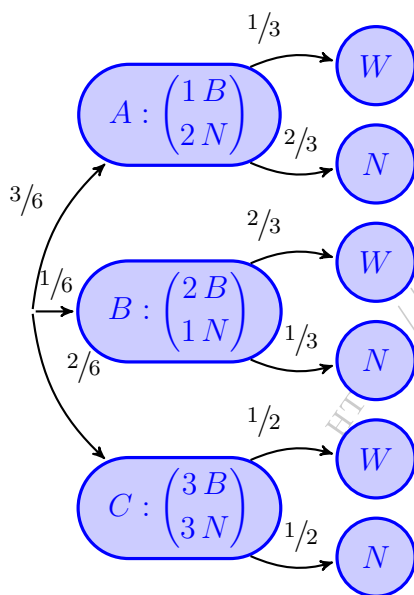
A = "Sale 1, 2 o 3 en el dado"

B = "Sale 4 en el dado"

C = "Sale 5 en el dado"

W = "La bola extraída es blanca"

N = "La bola extraída es negra"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(W) &= P((A \cap W) \cup (B \cap W) \cup (C \cap W)) \\ &= P(A \cap W) + P(B \cap W) + P(C \cap W) \\ &= P(A) \cdot P(W | A) + P(B) \cdot P(W | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(W | C) = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{9} = 0.444$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C | W) &= \frac{P(C \cap W)}{P(W)} = \frac{P(C) \cdot P(W | C)}{P(W)} \\ &= \frac{3/6 \cdot 1/3}{4/9} = \frac{3}{8} = 0.375 \end{aligned}$$

————— ○ —————

Ejercicio 115

Una bolsa contiene dos monedas equilibradas. Una de las monedas tiene cara y cruz y la otra tiene dos caras. Se elige al azar una moneda de la bolsa y se lanza dos veces consecutivas con independencia, observándose dos caras. ¿Cuál es la probabilidad de que la moneda elegida sea la moneda de dos caras?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2012 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$U \equiv$ “La moneda elegida tiene cara y cruz”

$D \equiv$ “La moneda elegida tiene dos caras”

$C_i \equiv$ “Sacar cara en el lanzamiento i ”

$$\begin{aligned} P(C_1 \cap C_2) &= P((U \cap C_1 \cap C_2) \cup (D \cap C_1 \cap C_2)) \\ &= P(U \cap C_1 \cap C_2) + P(D \cap C_1 \cap C_2) \\ &= P(U) \cdot P((C_1 \cap C_2) | U) + P(D) \cdot P((C_1 \cap C_2) | D) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{5}{8} \\ P(D | (C_1 \cap C_2)) &= \frac{P(D \cap C_1 \cap C_2)}{P(C_1 \cap C_2)} = \frac{P(D) \cdot P((C_1 \cap C_2) | D)}{P(C_1 \cap C_2)} = \frac{1/2 \cdot 1 \cdot 1}{5/8} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

————— ◦ —————

Ejercicio 116

En un tribunal de la prueba de acceso a las enseñanzas universitarias oficiales de grado se han examinado 80 alumnos del colegio A, 70 alumnos del colegio B y 50 alumnos del colegio C. La prueba ha sido superada por el 80% de los alumnos del colegio A, el 90% de los del colegio B y por el 82% de los del colegio C.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno elegido al azar haya superado la prueba?
- b) Un alumno elegido al azar no ha superado la prueba, ¿cuál es la probabilidad de que pertenezca al colegio B?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2012 - Opción A)

Solución.

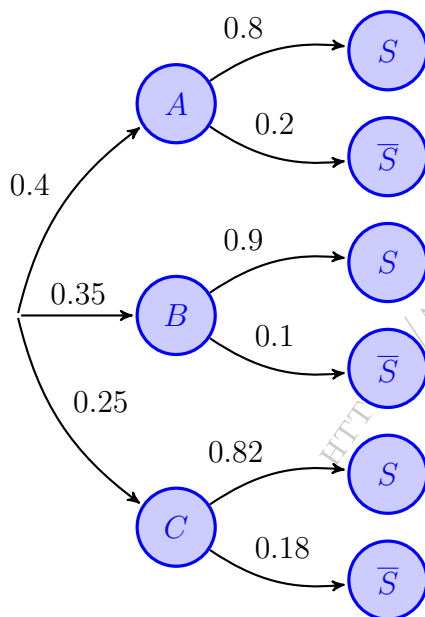
Sean los sucesos

A = “El alumno es del colegio A”

B = “El alumno es del colegio B”

C = “El alumno es del colegio C”

S = “El alumno ha superado la prueba”



$$P(A) = \frac{80}{80 + 70 + 50} = \frac{80}{200} = 0.4$$

$$P(B) = \frac{70}{200} = 0.35 \quad \& \quad P(C) = \frac{50}{200} = 0.25$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(S) &= P((A \cap S) \cup (B \cap S) \cup (C \cap S)) \\ &= P(A \cap S) + P(B \cap S) + P(C \cap S) \\ &= P(A) \cdot P(S | A) + P(B) \cdot P(S | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(S | C) = 0.4 \cdot 0.8 \\ &\quad + 0.35 \cdot 0.9 + 0.25 \cdot 0.82 = 0.84 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(B | \bar{S}) &= \frac{P(B \cap \bar{S})}{P(\bar{S})} = \frac{P(B) \cdot P(\bar{S} | B)}{P(\bar{S})} \\ &= \frac{0.35 \cdot 0.1}{1 - 0.84} = 0.2187 \end{aligned}$$

————— ○ —————

Ejercicio 117

Una ferretería tiene en su almacén bombillas de bajo consumo: 500 bombillas de 20 W, 300 de 15 W y 200 de 12 W. Los controles de calidad realizados por la empresa que fabrica las bombillas han permitido determinar las probabilidades de fallo de cada tipo de producto durante la primera hora de encendido, siendo de 0.03 para las bombillas de 20 W, de 0.02 para las de 15 W y de 0.01 para las bombillas de 12 W.

- Se elige al azar una bombilla del almacén, ¿cuál es la probabilidad de que se produzca un fallo durante la primera hora de encendido?
- Se somete al control de calidad una bombilla del almacén elegida al azar y falla en su primera hora de encendido, ¿cuál es la probabilidad de que sea una bombilla de 20 W?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2012 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

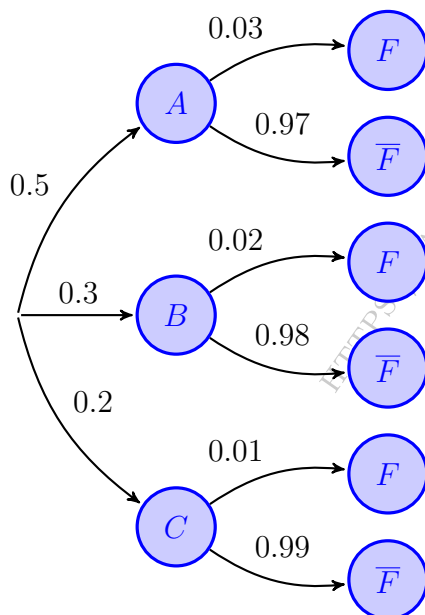
Sean los sucesos

A = “La bombilla es de 20 W”

B = “La bombilla es de 15 W”

C = “La bombilla es de 12 W”

F = “La bombilla falla en la primera hora”



$$P(A) = \frac{500}{500 + 200 + 300} = \frac{500}{1000} = 0.5$$
$$P(B) = \frac{200}{1000} = 0.2 \quad \& \quad P(C) = \frac{300}{1000} = 0.3$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(F) &= P((A \cap F) \cup (B \cap F) \cup (C \cap F)) \\ &= P(A \cap F) + P(B \cap F) + P(C \cap F) \\ &= P(A) \cdot P(F | A) + P(B) \cdot P(F | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(F | C) = 0.5 \cdot 0.03 \\ &\quad + 0.3 \cdot 0.02 + 0.2 \cdot 0.01 = 0.023 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A | F) &= \frac{P(A \cap F)}{P(F)} = \frac{P(A) \cdot P(F | A)}{P(F)} \\ &= \frac{0.5 \cdot 0.03}{0.023} = 0.6522 \end{aligned}$$

Ejercicio 118

Tres máquinas A , B y C fabrican tornillos del mismo tipo. La probabilidad de que un tornillo fabricado en la máquina A sea defectuoso es 0.01, de que lo sea uno fabricado en B es 0.02 y de que lo sea si ha sido manufacturado en C es 0.03. En una caja se mezclan 120 tornillos: 15 de la máquina A , 30 de la B y 75 de la C .

- Calcúlese la probabilidad de que un tornillo elegido al azar no sea defectuoso.
- Elegido un tornillo al azar resulta defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado en la máquina B ?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2013 - Opción A)

Solución.

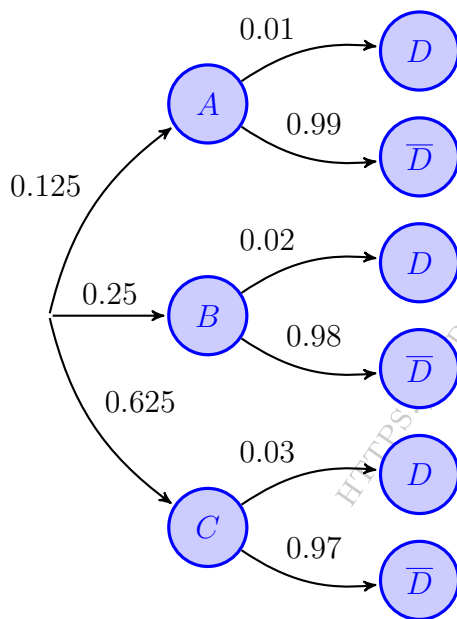
Sean los sucesos

A = "El tornillo es de la máquina A "

B = "El tornillo es de la máquina B "

C = "El tornillo es de la máquina C "

D = "El tornillo es defectuoso"



$$P(A) = \frac{15}{120} = 0.125$$
$$P(B) = \frac{30}{120} = 0.25 \quad \& \quad P(C) = \frac{75}{120} = 0.625$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{D}) &= P((A \cap \bar{D}) \cup (B \cap \bar{D}) \cup (C \cap \bar{D})) \\ &= P(A \cap \bar{D}) + P(B \cap \bar{D}) + P(C \cap \bar{D}) \\ &= P(A) \cdot P(\bar{D} | A) + P(B) \cdot P(\bar{D} | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(\bar{D} | C) = 0.125 \cdot 0.99 \\ &\quad + 0.25 \cdot 0.98 + 0.625 \cdot 0.97 = 0.975 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(B | D) &= \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{P(B) \cdot P(D | B)}{1 - P(\bar{D})} \\ &= \frac{0.25 \cdot 0.02}{1 - 0.975} = 0.2 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 119

Una tienda de trajes de caballero trabaja con tres sastres. Un 5% de los clientes atendidos por el sastre A no queda satisfecho, tampoco el 8% de los atendidos por el sastre B ni el 10% de los atendidos por el sastre C. El 55% de los arreglos se encargan al sastre A, el 30% al B y el 15% restante al C. Calcúlese la probabilidad de que:

- Un cliente no quede satisfecho con el arreglo.
- Si un cliente no ha quedado satisfecho, le haya hecho el arreglo el sastre A.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2013 - Opción B)

Solución.

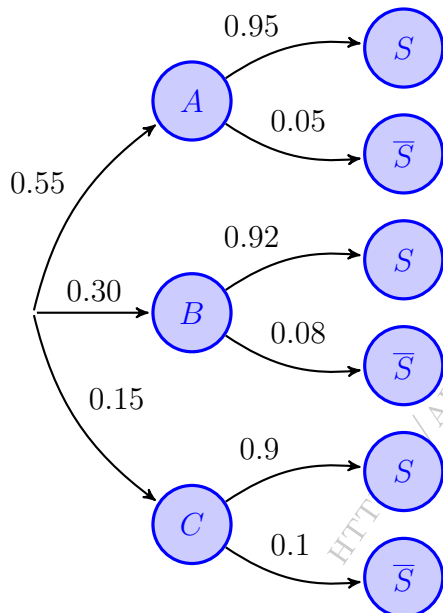
Sean los sucesos

A = "El encargo se hace al sastre A"

B = "El encargo se hace al sastre B"

C = "El encargo se hace al sastre C"

D = "El cliente está satisfecho"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{S}) &= P((A \cap \bar{S}) \cup (B \cap \bar{S}) \cup (C \cap \bar{S})) \\ &= P(A \cap \bar{S}) + P(B \cap \bar{S}) + P(C \cap \bar{S}) \\ &= P(A) \cdot P(\bar{S} | A) + P(B) \cdot P(\bar{S} | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(\bar{S} | C) = 0.55 \cdot 0.05 \\ &\quad + 0.3 \cdot 0.08 + 0.15 \cdot 0.1 = 0.0665 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A | \bar{S}) &= \frac{P(A \cap \bar{S})}{P(\bar{S})} = \frac{P(A) \cdot P(\bar{S} | A)}{P(\bar{S})} \\ &= \frac{0.55 \cdot 0.05}{0.0665} = 0.4135 \end{aligned}$$

Ejercicio 120

En un avión de línea regular existe clase turista y clase preferente. La clase turista ocupa las dos terceras partes del pasaje y la clase preferente el resto. Se sabe que todos los pasajeros que viajan en la clase preferente saben hablar inglés y que el 40% de los pasajeros que viajan en clase turista no saben hablar inglés. Se elige un pasajero del avión al azar.

- Calcúlese la probabilidad de que el pasajero elegido sepa hablar inglés.
- Si se observa que el pasajero elegido sabe hablar inglés, ¿cuál es la probabilidad de que viaje en la clase turista?

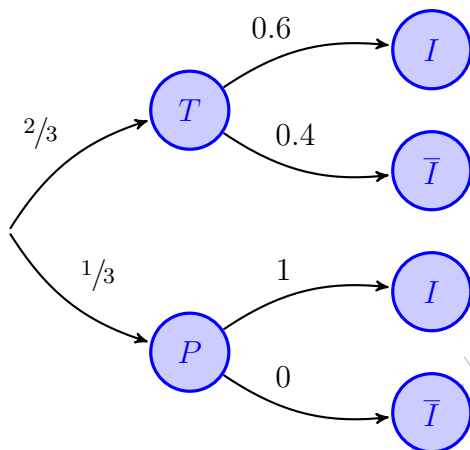
(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2013 - Opción A)

Solución. Sean los sucesos:

$T \equiv$ "El pasajero viaja en clase turista"

$P \equiv$ "El pasajero viaja en clase preferente"

$I \equiv$ "El pasajero habla inglés"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(I) &= P((T \cap I) \cup (P \cap I)) \\ &= P(T \cap I) + P(P \cap I) \\ &= P(T) \cdot P(I | T) + P(P) \cdot P(I | P) \\ &= \frac{2}{3} \cdot 0.6 + \frac{1}{3} \cdot 1 = 0.7333 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(T | I) &= \frac{P(T \cap I)}{P(I)} = \frac{P(T) \cdot P(I | T)}{P(I)} \\ &= \frac{\frac{2}{3} \cdot 0.6}{0.7333} = 0.5454 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 121

Una caja de caramelos contiene 7 caramelos de menta y 10 de fresa. Se extrae al azar un caramelo y se sustituye por dos del otro sabor. A continuación se extrae un segundo caramelo. Hállese la probabilidad de que:

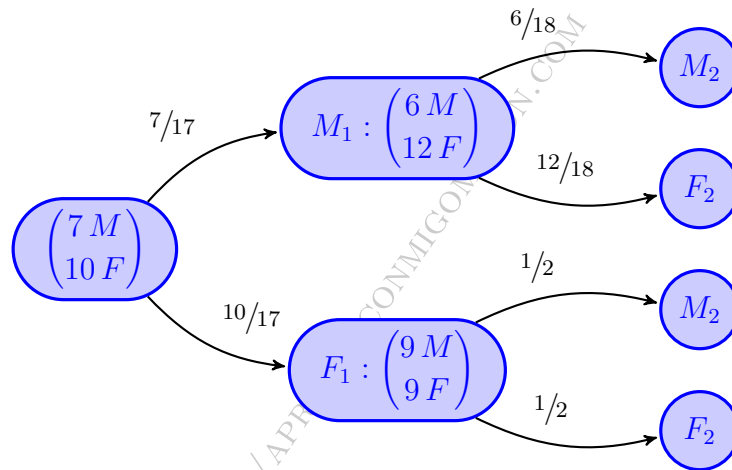
- El segundo caramelo sea de fresa.
- El segundo sea del mismo sabor que el primero.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2013 - Opción B)

Solución. Sean los sucesos:

$M_i \equiv$ "El caramelo extraído en la posición i es de menta"

$F_i \equiv$ "El caramelo extraído en la posición i es de fresa"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(F_2) &= P((M_1 \cap F_2) \cup (F_1 \cap F_2)) = P(M_1 \cap F_2) + P(F_1 \cap F_2) \\ &= P(M_1) \cdot P(F_2 | M_1) + P(F_1) \cdot P(F_2 | F_1) = \frac{7}{17} \cdot \frac{12}{18} + \frac{10}{17} \cdot \frac{1}{2} = \frac{29}{51} = 0.5686 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(\text{Mismo sabor}) &= P((M_1 \cap M_2) \cup (F_1 \cap F_2)) = P(M_1 \cap M_2) + P(F_1 \cap F_2) \\ &= P(M_1) \cdot P(M_2 | M_1) + P(F_1) \cdot P(F_2 | F_1) = \frac{7}{17} \cdot \frac{6}{18} + \frac{10}{17} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{22}{51} = 0.4314 \end{aligned}$$

Ejercicio 122

En una determinada población, el 30% de las personas que deciden iniciar una dieta de adelgazamiento utilizan algún tipo de supervisión médica mientras que el 40% de todas las personas que inician una dieta de adelgazamiento continúan con ella al menos un mes. En esa población, el 80% de las personas que inician la dieta sin supervisión abandona antes del primer mes.

- a) Se escoge al azar a un individuo de esa población del que sabemos que ha iniciado una dieta. ¿Cuál es la probabilidad de que abandonara antes del primer mes y no hubiera tenido supervisión médica?
- b) ¿Qué porcentaje de las personas que inician una dieta con supervisión médica abandona antes del primer mes?

(Madrid - Matemáticas CCSS - 2014 Modelo - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$M \equiv$ "La dieta tiene supervisión médica."

$A \equiv$ "El cliente abandona la dieta antes del primer mes"

1ª FORMA: TABLA DE CONTINGENCIA

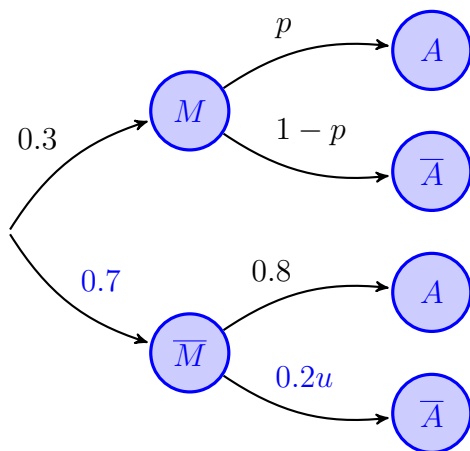
	M	\bar{M}	Total
A	0.56	0.56	0.6
\bar{A}	0.26	0.14	0.4
Total	0.3	0.7	1

$$a) P(A | \bar{M}) = \frac{P(A \cap \bar{M})}{P(\bar{M})} \Rightarrow P(A \cap \bar{M}) = P(\bar{M}) \cdot P(A | \bar{M})$$

$$\Rightarrow P(A \cap \bar{M}) = 0.7 \cdot 0.8 = 0.56$$

$$b) P(A | M) = \frac{P(A \cap M)}{P(M)} = \frac{0.04}{0.3} = 0.133$$

2ª FORMA: DIAGRAMA DE ARBOL



$$a) P(A \cap \bar{M}) = P(\bar{M} \cap A) = P(\bar{M}) \cdot P(A | \bar{M}) = 0.7 \cdot 0.8 = 0.56$$

$$b) P(\bar{A}) = P((M \cap \bar{A}) \cup (\bar{M} \cap \bar{A})) = P(M \cap \bar{A}) + P(\bar{M} \cap \bar{A}) = P(M) \cdot P(\bar{A} | M) + P(\bar{M}) \cdot P(\bar{A} | \bar{M})$$

$$\Rightarrow 0.4 = 0.3 \cdot (1-p) + 0.7 \cdot 0.2 \Rightarrow p = 0.133$$

$$\Rightarrow P(A | M) = 0.133$$

— o —

Ejercicio 123

Se dispone de un dado cúbico equilibrado y dos urnas A y B . La urna A contiene 3 bolas rojas y 2 negras; la urna B contiene 2 rojas y 3 negras. Lanzamos el dado: si el número obtenido es 1 ó 2 extraemos una bola de la urna A ; en caso contrario extraemos una bola de la urna B .

a) ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola roja?

b) Si la bola extraída es roja, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la urna A ?

(Madrid - Matemáticas CCSS - 2014 Junio - Opción B)

Solución.

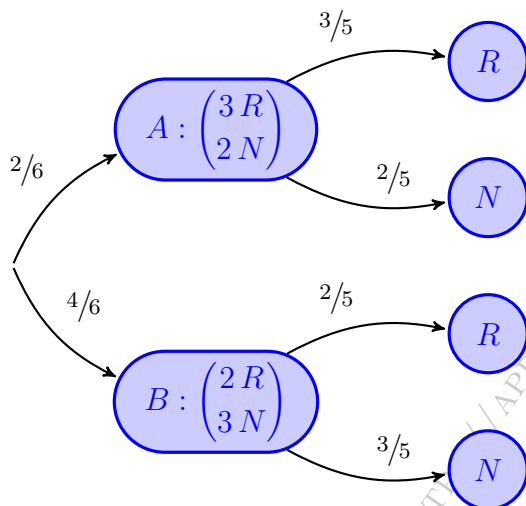
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "Sacar 1 ó 2 en el dado"

$B \equiv$ "Sacar más de 2 en el dado"

$R \equiv$ "Extraer bola roja"

$N \equiv$ "Extraer bola negra"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(R) &= P((A \cap R) \cup (B \cap R)) \\ &= P(A \cap R) + P(B \cap R) \\ &= P(A) \cdot P(R | A) + P(B) \cdot P(R | B) \\ &= \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} + \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{7}{15} \\ \text{b) } P(A | R) &= \frac{P(A \cap R)}{P(R)} = \frac{P(A) \cdot P(R | A)}{P(R)} \\ &= \frac{\frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{7}{15}} = \frac{3}{7} \end{aligned}$$

Ejercicio 124

Al 80% de los trabajadores en educación (E) que se jubilan, sus compañeros les hacen una fiesta de despedida (FD), también al 60% de los trabajadores de justicia (J) y al 30% de los de sanidad (S). En el último año se jubilaron el mismo número de trabajadores en educación que en sanidad, y el doble en educación que en justicia.

- Calcúlese la probabilidad de que a un trabajador de estos sectores, que se jubiló, le hicieran una fiesta.
- Sabemos que a un trabajador jubilado elegido al azar de entre estos sectores, no le hicieron fiesta. Calcúlese la probabilidad de que fuera de sanidad.

(Madrid - Matemáticas CCSS - 2014 Septiembre - Opción B)

Solución.

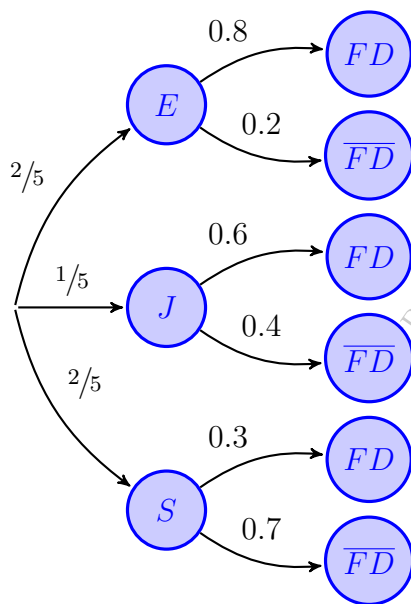
Sean los sucesos:

$E \equiv$ “El jubilado es trabajador de Educación”

$J \equiv$ “El jubilado es trabajador de Justicia”

$S \equiv$ “El jubilado es trabajador de Sanidad”

$FD \equiv$ “Al trabajador le hacen una fiesta de despedida”



Sean: $P(J) = p$ & $P(E) = P(S) = 2p$

$$P(E) + P(S) + P(J) = 2p + 2p + p = 1 \implies p = 1/5$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(FD) &= P((E \cap FD) \cup (J \cap FD) \cup (S \cap FD)) \\ &= P(E \cap FD) + P(J \cap FD) + P(S \cap FD) \\ &= P(E) \cdot P(FD | E) + P(J) \cdot P(FD | J) \\ &\quad + P(S) \cdot P(FD | S) = \frac{2}{5} \cdot 0.8 + \frac{1}{5} \cdot 0.6 \\ &\quad + \frac{2}{5} \cdot 0.3 = 0.56 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(S | \overline{FD}) &= \frac{P(S \cap \overline{FD})}{P(\overline{FD})} = \frac{P(S) \cdot P(\overline{FD} | S)}{1 - P(FD)} \\ &= \frac{2/5 \cdot 0.7}{1 - 0.56} = 0.6363 \end{aligned}$$

o

Ejercicio 125

Se ha cometido un delito. La probabilidad de que lo haya cometido un varón es el doble de que lo haya cometido una mujer. Por otra parte, la probabilidad de que al examinar un área determinada de la huella dactilar de un varón se encuentren 15 crestas es 0.26, mientras que en una mujer es 0.04.

- Calcúlese la probabilidad de que una huella encontrada en la escena del delito tenga 15 crestas en el recuento de dicha área.
- Se ha encontrado en la escena del delito una huella dactilar con 15 crestas en esa área determinada. ¿Cuál es la probabilidad de que dicha huella pertenezca a un varón?

(Madrid - Matemáticas CCSS - 2014 Septiembre - Opción B - Coincidentes)

Solución.

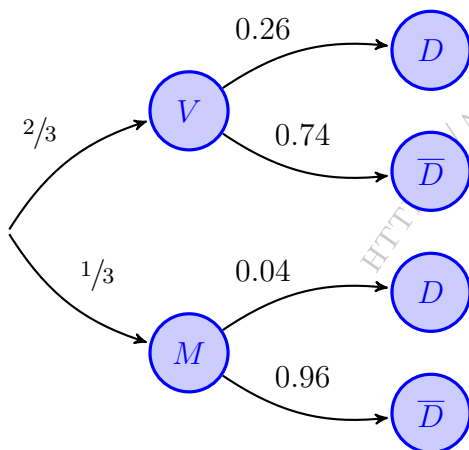
Sean los sucesos:

$V \equiv$ “El delito ha sido cometido por un varón”

$M \equiv$ “El delito ha sido cometido por una mujer”

$D \equiv$ “La huella dactilar tiene 15 crestas”

$$\left. \begin{array}{l} P(V)=2P(M) \\ P(V)+P(M)=1 \end{array} \right\} \Rightarrow 2P(M) + P(M) = 1 \Rightarrow \begin{cases} P(M)=1/3 \\ P(V) = 2/3 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(D) &= P((V \cap D) \cup (M \cap D)) \\ &= P(V \cap D) + P(M \cap D) \\ &= P(V) \cdot P(D | V) + P(M) \cdot P(D | M) \\ &= \frac{2}{3} \cdot 0.26 + \frac{1}{3} \cdot 0.04 = 0.1867 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(V | D) &= \frac{P(V \cap D)}{P(D)} = \frac{P(V) \cdot P(D | V)}{P(D)} \\ &= \frac{2/3 \cdot 0.26}{0.1867} = 0.9284 \end{aligned}$$

Ejercicio 126

Una urna contiene 5 bolas blancas y 4 negras y otra urna contiene 3 bolas blancas y dos negras. Se toma al azar una bola de la primera urna y, sin mirarla, se introduce en la segunda urna. A continuación extraemos consecutivamente, con reemplazamiento, dos bolas de la segunda urna. Hállese la probabilidad de que las dos últimas bolas extraídas sean:

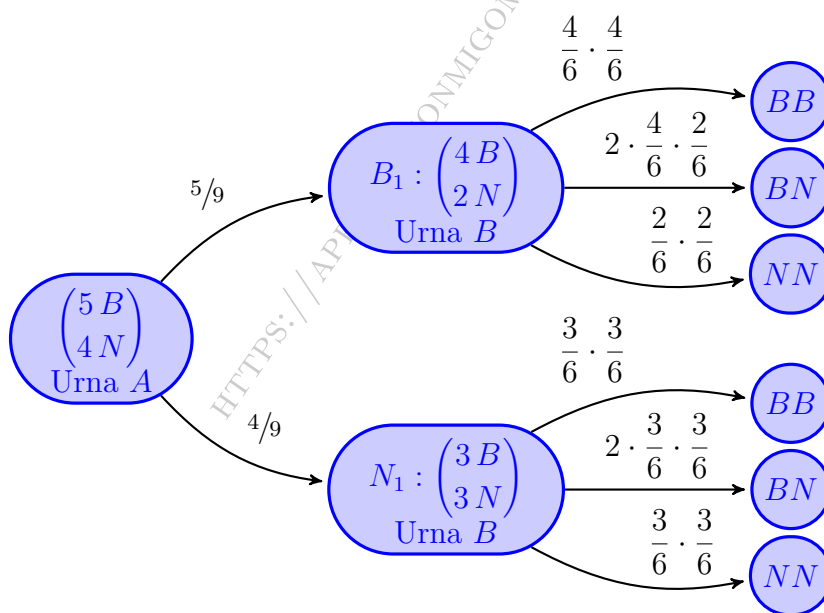
- Del mismo color.
- De distinto color.

(Madrid - Matemáticas CCSS - 2015 Modelo - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

- $B_1 \equiv$ "Pasar una bola blanca de la Urna A a la B"
 $N_1 \equiv$ "Pasar una bola negra de la Urna A a la B"
 $BB \equiv$ "Extraer dos bolas blancas de la urna B"
 $BN \equiv$ "Extraer una bola blanca y otra negra de la urna B"
 $NN \equiv$ "Extraer dos bolas negras de la urna B"



- $$\begin{aligned}
 P(\text{mismo color}) &= P(BB \cup NN) = P(BB) + P(NN) = P((B_1 \cap BB) \cup (N_1 \cap BB)) \\
 &+ P((B_1 \cap NN) \cup (N_1 \cap NN)) = P(B_1 \cap BB) + P(N_1 \cap BB) \\
 &+ P(B_1 \cap NN) + P(N_1 \cap NN) = P(B_1) \cdot P(BB | B_1) \\
 &+ P(N_1) \cdot P(BB | N_1) + P(B_1) \cdot P(NN | B_1) + P(N_1) \cdot P(NN | N_1) \\
 &= \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} + \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{5}{9} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{43}{81}
 \end{aligned}$$
- $$P(\text{distinto color}) = 1 - P(\text{mismo color}) = 1 - \frac{43}{81} = \frac{38}{81}$$

— o —

Ejercicio 127

En una bolsa hay cuatro bolas rojas y una verde. Se extraen de forma consecutiva y sin reemplazamiento dos bolas.

Calcúlese la probabilidad de que:

- Las dos bolas sean del mismo color.
- La primera bola haya sido verde si la segunda bola extraída es roja.

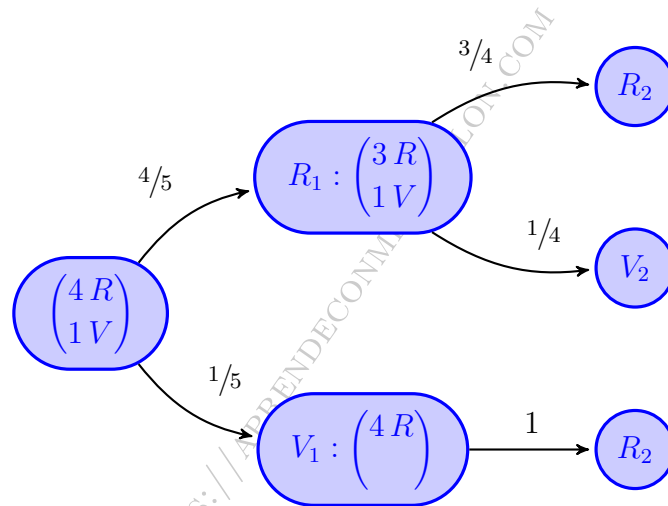
(Madrid - Matemáticas CCSS - 2015 Junio - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$R_i \equiv$ "Sacar bola roja en la extracción i "

$V_i \equiv$ "Sacar bola verde en la extracción i "



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\text{mismo color}) &= P((R_1 \cap R_2) \cup (V_1 \cap V_2)) = P(R_1 \cap R_2) + \cancel{P(V_1 \cap V_2)}^0 \\ &= P(R_1) \cdot P(R_2 | R_1) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(V_1 | R_2) &= \frac{P(V_1 \cap R_2)}{P(R_2)} = \frac{P(V_1) \cdot P(R_2 | V_1)}{P(R_1 \cap R_2) + P(V_1 \cap R_2)} \\ &= \frac{P(V_1) \cdot P(R_2 | V_1)}{P(R_1) \cdot P(R_2 | R_1) + P(V_1) \cdot P(R_2 | V_1)} = \frac{\frac{1}{5} \cdot 1}{\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{5} \cdot 1} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Ejercicio 128

En cierto ensayo clínico, se trata al 60% de pacientes afectados de hepatitis C con interferón, y al 40% restante con ribavirina más interferón. Al cabo de ocho semanas se observa una respuesta favorable al tratamiento en el 43% de los pacientes tratados únicamente con interferón y en el 71% de los pacientes tratados con ribavirina más interferón. Se toma al azar un paciente del ensayo. Determínese la probabilidad de que:

- Haya respondido favorablemente al tratamiento que está recibiendo.
- Si ha respondido favorablemente al tratamiento, haya sido tratado únicamente con interferón.

(Madrid - Matemáticas CCSS - 2015 Junio - Opción A - Coincidentes)

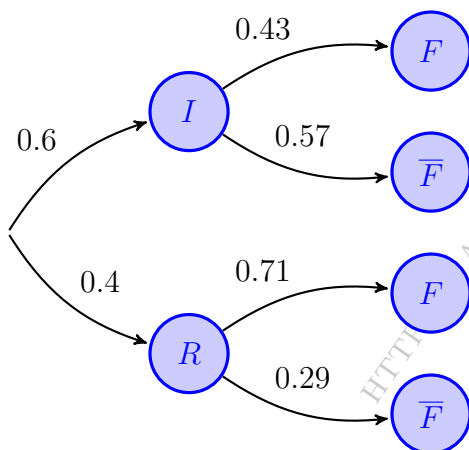
Solución.

Sean los sucesos:

$I \equiv$ "El paciente es tratado con interferón"

$R \equiv$ "El paciente es tratado con ribavirina más interferón"

$F \equiv$ "El tratamiento tiene resultados favorables"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(F) &= P((I \cap F) \cup (R \cap F)) \\ &= P(I \cap F) + P(R \cap F) \\ &= P(I) \cdot P(F | I) + P(R) \cdot P(F | R) \\ &= 0.6 \cdot 0.43 + 0.4 \cdot 0.71 = 0.542 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(I | F) &= \frac{P(I \cap F)}{P(F)} = \frac{P(I) \cdot P(F | I)}{P(F)} \\ &= \frac{0.6 \cdot 0.43}{0.542} = 0.476 \end{aligned}$$

————— ○ —————

Ejercicio 129

En una universidad de Madrid el 65 % del profesorado es funcionario. Por otro lado, el 60 % del profesorado son mujeres de las cuales el 70 % son funcionarias. Calcúlese la probabilidad de que un miembro del profesorado tomado al azar:

- Sea funcionario y hombre.
- Sea mujer sabiendo que no es funcionario.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2015 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$F \equiv$ “El miembro del profesorado es funcionario”

$M \equiv$ “El miembro del profesorado es mujer”

1ª FORMA: TABLA DE CONTINGENCIA

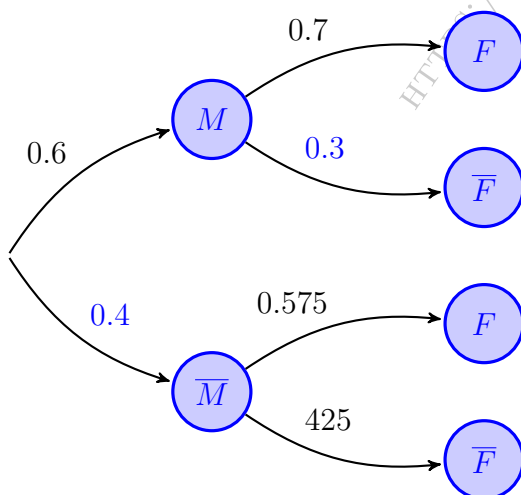
$$P(F | M) = \frac{P(F \cap M)}{P(M)} \implies P(F \cap M) = P(M) \cdot P(F | M) = 0.6 \cdot 0.7 = 0.42$$

	F	\bar{F}	Total
M	0.42	0.18	0.6
\bar{M}	0.23	0.17	0.4
Total	0.65	0.35	1

a) $P(F \cap \bar{M}) = 0.23$

b) $P(M | \bar{F}) = \frac{P(M \cap \bar{F})}{P(\bar{F})} = \frac{0.18}{0.35} = 0.514$

2ª FORMA: DIAGRAMA DE ARBOL



$$\begin{aligned} P(F) &= P((M \cap F) \cup (\bar{M} \cap F)) \\ &= P(M \cap F) + P(\bar{M} \cap F) \\ &= P(M) \cdot P(F | M) + P(\bar{M}) \cdot P(F | \bar{M}) \\ \implies 0.65 &= 0.6 \cdot 0.7 + 0.4 \cdot P(F | \bar{M}) \\ \implies P(F | \bar{M}) &= 0.575 \end{aligned}$$

a) $P(F \cap \bar{M}) = P(\bar{M}) \cdot P(F | \bar{M})$
 $= 0.4 \cdot 0.575 = 0.23$

b) $P(M | \bar{F}) = \frac{P(M \cap \bar{F})}{P(\bar{F})} = \frac{P(M \cap \bar{F})}{1 - P(F)}$
 $= \frac{0.6 \cdot 0.3}{1 - 0.7} = 0.514$

Ejercicio 130

En un polígono industrial se almacenan 30000 latas de refresco procedentes de las fábricas A, B y C a partes iguales. Se sabe que en 2016 caducan 1800 latas de la fábrica A, 2400 procedentes de la B y 3000 que procede de la fábrica C.

- Calcúlese la probabilidad de que una lata elegida al azar caduque en 2016.
- Se ha elegido una lata de refresco aleatoriamente y caduca en 2016, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la fábrica A?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2016 - Opción A)

Solución.

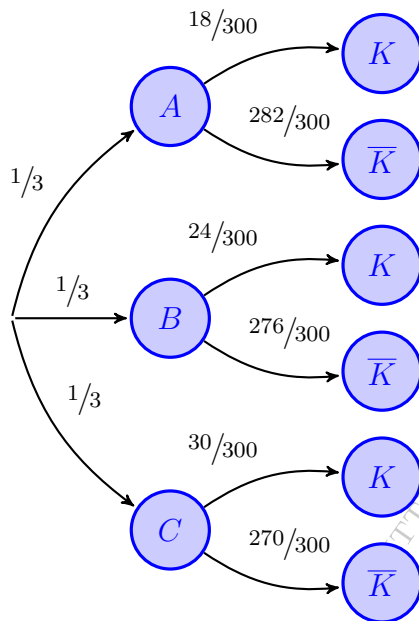
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "La lata es de la fábrica A"

$B \equiv$ "La lata es de la fábrica B"

$C \equiv$ "La lata es de la fábrica C"

$K \equiv$ "La lata está caducada"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(K) &= P((A \cap K) \cup (B \cap K) \cup (C \cap K)) \\ &= P(A \cap K) + P(B \cap K) + P(C \cap K) \\ &= P(A) \cdot P(K | A) + P(B) \cdot P(K | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(K | C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{18}{300} \\ &\quad + \frac{1}{3} \cdot \frac{24}{300} + \frac{1}{3} \cdot \frac{30}{300} = 0.24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A | K) &= \frac{P(A \cap K)}{P(K)} = \frac{P(A) \cdot P(K | A)}{P(K)} \\ &= \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{18}{300}}{0.24} = 0.25 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 131

Tenemos dos urnas A y B . La urna A contiene 5 bolas: 3 rojas y 2 blancas. La urna B contiene 6 bolas: 2 rojas y 4 blancas. Se extrae una bola al azar de la urna A y se deposita en la urna B . Seguidamente se extrae una bola al azar de la urna B . Calcúlese la probabilidad de que:

- La segunda bola extraída sea roja.
- las dos bolas extraídas sean blancas.

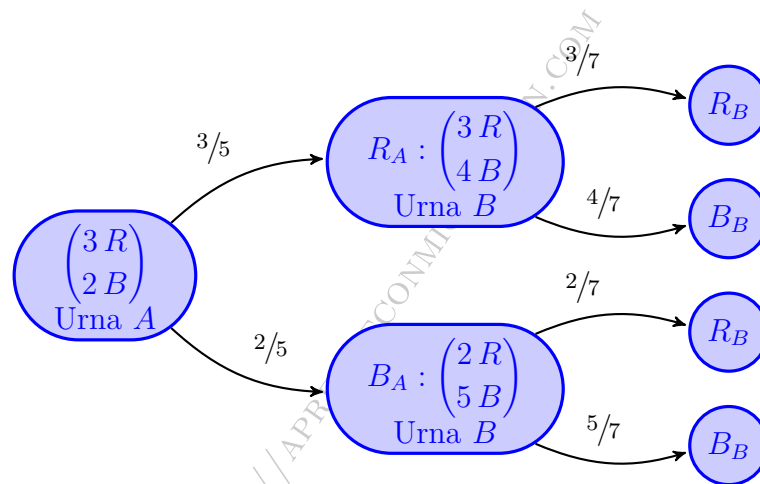
(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2016 - Opción BB)

Solución.

Sean los sucesos:

$R_i \equiv$ "Se extrae una bola roja de la urna i "

$B_i \equiv$ "Se extrae una bola blanca de la urna i "



$$\begin{aligned} \text{a) } P(R_B) &= P((R_A \cap R_B) \cup (B_A \cap R_B)) = P(R_A \cap R_B) + P(B_A \cap R_B) \\ &= P(R_A) \cdot P(R_B | R_A) + P(B_A) \cdot P(R_B | B_A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{7} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{13}{35} = 0.371 \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(B_A \cap B_B) = P(B_A) \cdot P(B_B | B_A) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2}{7} = 0.286$$

————— ◦ —————

Ejercicio 132

En cierta población animal tratada genéticamente, el número de hembras es el doble que el número de machos. Se observa que el 6% de los machos de esa población padece albinismo, mientras que entre las hembras únicamente el 3% padece albinismo. Calcúlese la probabilidad de que un individuo de esa población elegido al azar:

- Padezca albinismo.
- Sea hembra, en el supuesto de que padezca albinismo.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2016 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

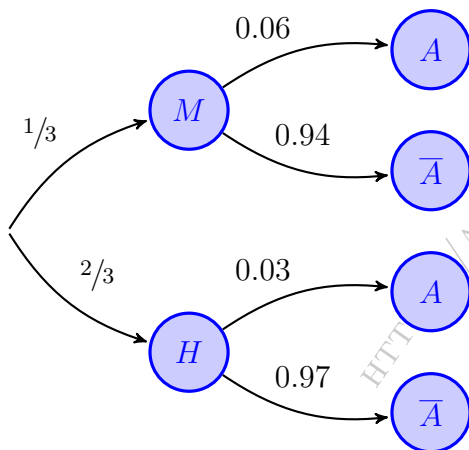
Sean los sucesos:

$M \equiv$ "El individuo es macho"

$H \equiv$ "El individuo es hembra"

$A \equiv$ "El individuo es albino"

$$\left. \begin{array}{l} P(H) = 2 \cdot P(M) \\ P(H) + P(M) = 1 \end{array} \right\} \implies 2P(M) + P(M) = 1 \implies \begin{cases} P(M) = 1/3 \\ P(H) = 2/3 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(A) &= P((M \cap A) \cup (H \cap A)) \\ &= P(M \cap A) + P(H \cap A) \\ &= P(M) \cdot P(A | M) + P(H) \cdot P(A | H) \\ &= \frac{1}{3} \cdot 0.06 + \frac{2}{3} \cdot 0.03 = 0.04 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(H | A) &= \frac{P(H \cap A)}{P(A)} = \frac{P(H) \cdot P(A | H)}{P(A)} \\ &= \frac{2/3 \cdot 0.03}{0.04} = 0.5 \end{aligned}$$

————— ○ —————

Ejercicio 133

Para efectuar cierto diagnóstico, un hospital dispone de dos escáneres, a los que denotamos como A y B . El 65% de las pruebas de diagnóstico que se llevan a cabo en ese hospital se realizan usando el escáner A , el resto con el B . Se sabe además que el diagnóstico efectuado usando el escáner A es erróneo en un 5% de los casos, mientras que el diagnóstico efectuado usando el escáner B es erróneo en un 8% de los casos. Calcúlese la probabilidad de que:

- El diagnóstico de esa prueba efectuado a un paciente en ese hospital sea erróneo.
- El diagnóstico se haya efectuado usando el escáner A , sabiendo que ha resultado erróneo.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2016 - Opción B)

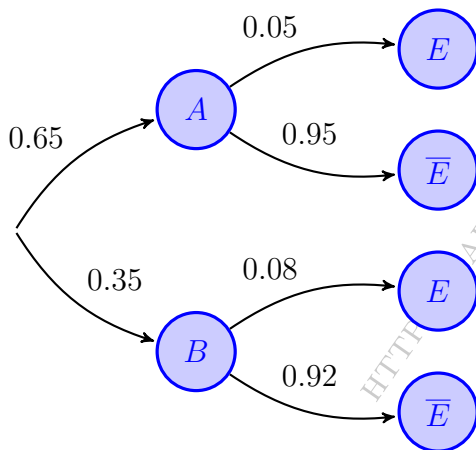
Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El escáner utilizado es el A"

$B \equiv$ "El escáner utilizado es el B"

$E \equiv$ "El diagnóstico efectuado es erróneo"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(E) &= (P(A \cap E) \cup (B \cap E)) \\ &= P(A \cap E) + P(B \cap E) \\ &= P(A) \cdot P(E | A) + P(B) \cdot P(E | B) \\ &= 0.65 \cdot 0.05 + 0.35 \cdot 0.08 = 0.0605 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A | E) &= \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{P(A) \cdot P(E | A)}{P(E)} \\ &= \frac{0.65 \cdot 0.05}{0.0605} = 0.537 \end{aligned}$$

Ejercicio 134

Una empresa de reparto de paquetería clasifica sus furgonetas en función de su antigüedad. El 25 % de sus furgonetas tiene menos de dos años de antigüedad, el 40 % tiene una antigüedad entre dos y cuatro años y el resto tiene una antigüedad superior a cuatro años. La probabilidad de que una furgoneta se estropee es 0.01 si tiene una antigüedad inferior a dos años; 0.05 si tiene una antigüedad entre dos y cuatro años y 0.12 si tiene una antigüedad superior a cuatro años. Se escoge una furgoneta al azar de esta empresa. Calcúlese la probabilidad de que la furgoneta escogida:

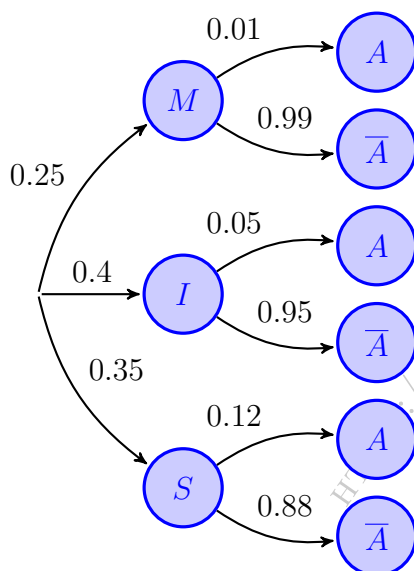
- Se estropee.
- Tenga una antigüedad superior a cuatro años sabiendo que no se ha estropeado.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2017 - Opción A)

Solución.

$M \equiv$ Antigüedad < 2 años
 $S \equiv$ Antigüedad > 4 años

$I \equiv 2 <$ Antigüedad < 4 años
 $E \equiv$ La furgoneta se estropea



$$\begin{aligned} \text{a) } P(E) &= P((M \cap E) \cup (I \cap E) \cup (S \cap E)) \\ &= P(M \cap E) + P(I \cap E) + P(S \cap E) \\ &= P(M) \cdot P(E | M) + P(I) \cdot P(E | I) \\ &\quad + P(S) \cdot P(E | S) = 0.25 \cdot 0.01 \\ &\quad + 0.4 \cdot 0.05 + 0.35 \cdot 0.12 = 0.0645 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(S | \bar{E}) &= \frac{P(S \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{P(S) \cdot P(\bar{E} | S)}{1 - P(E)} \\ &= \frac{0.35 \cdot 0.88}{1 - 0.0645} = 0.329 \end{aligned}$$

————— o —————

Ejercicio 135

El profesorado de cierta Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales está compuesto por profesores de Economía y de Empresa. El 60% son de Economía y el 40% de Empresa. Además el 55% del profesorado de esa facultad son mujeres. De ellas, el 52% son de Empresa. Calcúlese la probabilidad de que un miembro del profesorado de dicha Facultad elegido al azar:

- Sea una mujer si se sabe que es de Empresa.
- Sea de Economía y sea mujer.

(Madrid - Matemáticas CCSS - 2017 Junio - Opción A)

Solución.

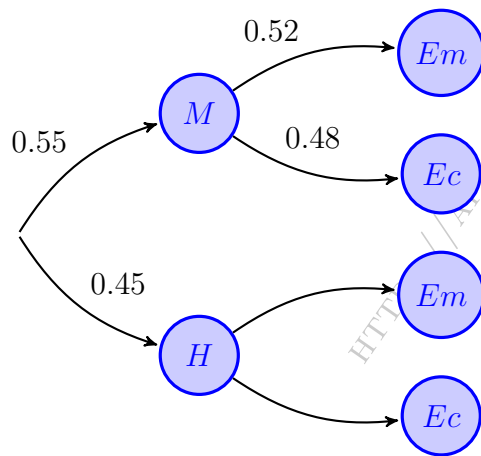
Sean los sucesos:

$Ec \equiv$ El profesor es de Economía

$Em \equiv$ "El profesor es de Empresa"

$M \equiv$ "El miembro del profesorado es mujer"

$H \equiv$ "El miembro del profesorado es hombre"



$$P(Ec) = 0.6 \implies P(Em) = 1 - P(Ec) = 0.4$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(M | Em) &= \frac{P(M \cap Em)}{P(Em)} \\ &= \frac{P(M) \cdot P(Em | M)}{P(Em)} \\ &= \frac{0.55 \cdot 0.52}{0.4} = 0.715 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(Ec \cap M) &= P(M \cap Ec) \\ &= P(M) \cdot P(Ec | M) \\ &= 0.55 \cdot 0.48 = 0.264 \end{aligned}$$

○

Ejercicio 136

Una empresa fabrica dos modelos de ordenadores portátiles A y B , siendo la producción del modelo A el doble que la del modelo B . Se sabe que la probabilidad de que un ordenador portátil del modelo A salga defectuoso es de 0.02, mientras que esa probabilidad en el modelo B es de 0.06. Calcúlese la probabilidad de que un ordenador

a) No salga defectuoso.

b) Sea del modelo A , si se sabe que ha salido defectuoso.

(Madrid - Matemáticas CCSS - 2017 Septiembre - Opción A)

Solución.

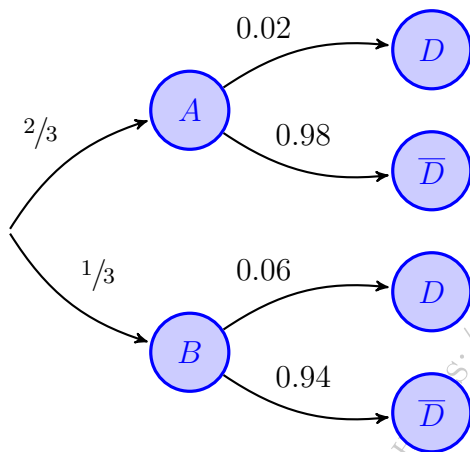
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El ordenador es del modelo A "

$B \equiv$ "El ordenador es del modelo B "

$D \equiv$ "El ordenador es defectuoso"

$$\left. \begin{array}{l} P(A) = 2 \cdot P(B) \\ P(A) + P(B) = 1 \end{array} \right\} \implies 2P(B) + P(B) = 1 \implies \begin{cases} P(A) = 2/3 \\ P(B) = 1/3 \end{cases}$$



$$\text{a) } P(\bar{D}) = P((A \cap \bar{D}) \cup (B \cap \bar{D}))$$

$$= P(A \cap \bar{D}) + P(B \cap \bar{D})$$

$$= P(A) \cdot P(\bar{D} | A) + P(B) \cdot P(\bar{D} | B)$$

$$= \frac{2}{3} \cdot 0.98 + \frac{1}{3} \cdot 0.94 = 0.967$$

$$\text{b) } P(A | D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A) \cdot P(D | A)}{1 - P(\bar{D})}$$

$$= \frac{2/3 \cdot 0.02}{1 - 0.967} = 0.404$$

————— o —————

Ejercicio 137

En un centro de danza el 60% de los alumnos recibe clases de ballet. Por otro lado, entre quienes reciben clases de ballet, el 65% también recibe clase de flamenco. Además sólo el 30% de quienes no reciben clases de ballet recibe clases de flamenco. Calcúlese la probabilidad de que un alumno de dicho centro elegido al azar:

- Reciba clases de flamenco.
- Reciba clases de ballet si no recibe clases de flamenco.

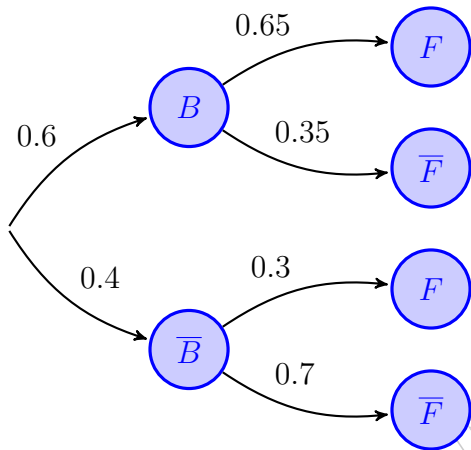
(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2017 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos

B = "El alumno recibe clases de ballet"

F = "El alumno recibe clases de flamenco"



$$\text{a) } P(F) = P((B \cap F) \cup (\bar{B} \cap F))$$

$$P(B \cap F) + P(\bar{B} \cap F)$$

$$= P(B) \cdot P(F | B) + P(\bar{B}) \cdot P(F | \bar{B})$$

$$= 0.6 \cdot 0.65 + 0.4 \cdot 0.3 = 0.51$$

$$\text{b) } P(B | \bar{F}) = \frac{P(B \cap \bar{F})}{P(\bar{F})} = \frac{P(B) \cdot P(\bar{F} | B)}{1 - P(F)}$$

$$= \frac{0.6 \cdot 0.35}{1 - 0.51} = 0.429$$

Ejercicio 138 (2 puntos)

En una comunidad de vecinos en el 70% de los buzones aparece en primer lugar un nombre masculino y en el 30% restante un nombre femenino. En dicha comunidad la probabilidad de que un hombre trabaje es de 0.8 y la probabilidad de que lo haga una mujer es 0.7. Se elige un buzón al azar, calcúlese la probabilidad de que el primer nombre en el buzón corresponda a:

- Una persona que trabaja.
- Un hombre, sabiendo que es de una persona que trabaja.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2018 - Opción B)

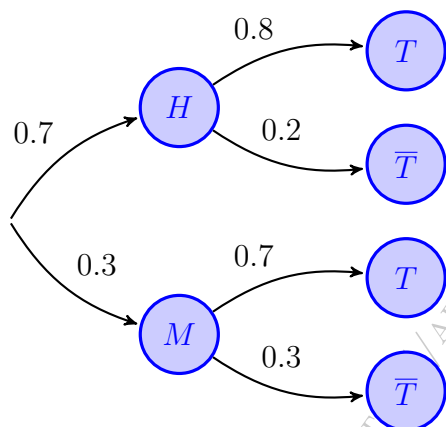
Solución.

Sean los sucesos:

$H \equiv$ "El primer nombre del buzón es masculino"

$M \equiv$ "El primer nombre del buzón es femenino"

$T \equiv$ "La persona trabaja"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(T) &\equiv P((H \cap T) \cup (M \cap T)) \\ &= P(H \cap T) + P(M \cap T) \\ &= P(H) \cdot P(T | H) + P(M) \cdot P(T | M) \\ &= 0.7 \cdot 0.8 + 0.3 \cdot 0.7 = 0.77 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(H | T) &= \frac{P(H \cap T)}{P(T)} = \frac{P(H) \cdot P(T | H)}{P(T)} \\ &= \frac{0.7 \cdot 0.8}{0.77} = 0.727 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 139

Se va a celebrar una carrera popular. Entre los participantes, dos de cada tres hombres y tres de cada cuatro mujeres han entrenado para la carrera.

- a) Se eligen al azar y de forma independiente un hombre y una mujer de entre los participantes. Calcúlese la probabilidad de que alguno de ellos haya entrenado para la carrera.
- b) Si el 65% de los participantes son hombres y el 35% mujeres y se elige un participante al azar, calcúlese la probabilidad de que sea hombre sabiendo que ha entrenado para la carrera.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2018 - Opción A)

Solución.

- a) Denominamos los sucesos:

$He \equiv$ "El hombre elegido ha entrenado"

$Me \equiv$ "La mujer elegida ha entrenado"

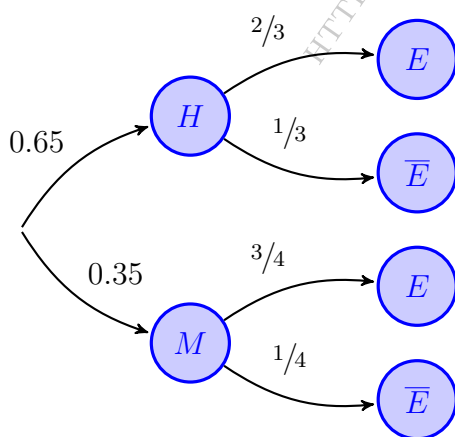
$$\begin{aligned} P(He \cup Me) &= P(He) + P(Me) - P(He \cap Me) = P(He) + P(Me) - P(He) \cdot P(Me) \\ &= \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{11}{12} \end{aligned}$$

- b) Sean los sucesos:

$H \equiv$ "La persona elegida es hombre"

$M \equiv$ "La persona elegida es mujer"

$E \equiv$ La persona ha entrenado



$$\begin{aligned} P(E) &= P((H \cap E) \cup (M \cap E)) \\ &= P(H \cap E) + P(M \cap E) \\ &= P(H) \cdot P(E | H) + P(M) \cdot P(E | M) \\ &= 0.65 \cdot \frac{2}{3} + 0.35 \cdot \frac{3}{4} = 0.6958 \\ P(H | E) &= \frac{P(H \cap E)}{P(E)} = \frac{P(H) \cdot P(E | H)}{P(E)} \\ &= \frac{0.65 \cdot \frac{2}{3}}{0.6958} = 0.6227 \end{aligned}$$

Ejercicio 140

En una determinada sede de la EVAU hay un 45 % de alumnos de la modalidad de Ciencias y un 40 % de Ciencias Sociales. Todos los alumnos de Ciencias Sociales hacen el examen de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II (MACCASSII). De los alumnos de Ciencias de esa sede, un 5 % va a realizar el examen MACCASSII. En esa sede ningún alumno del resto de modalidades se examina de MACCASSII. Se toma a un alumno al azar de esa sede. Calcúlese la probabilidad de que:

- Se examine de MACCASSII.
- Sabiendo que se examina de MACCASSII sea un alumno de la modalidad de Ciencias.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2019 - Opción A)

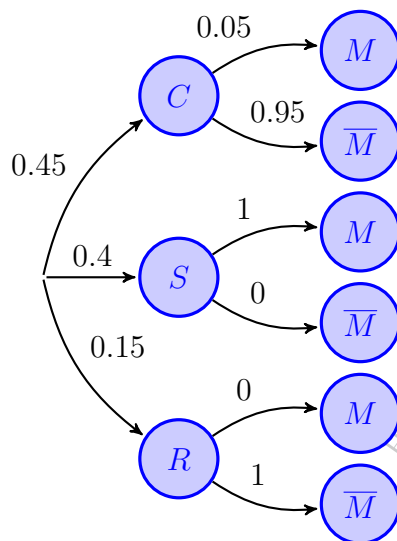
Solución.

$C \equiv$ “El alumno es de Ciencias”

$S \equiv$ “El alumno es de Ciencias Sociales”

$R \equiv$ “El alumno es de otra modalidad”

$M \equiv$ “El alumno se examina de MACCASSII”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(M) &= P((C \cap M) \cup (S \cap M) \cup (R \cap M)) \\ &= P(C \cap M) + P(S \cap M) + P(R \cap M) \\ &= P(C) \cdot P(M | C) + P(S) \cdot P(M | S) \\ &\quad + P(R) \cdot P(M | R) = 0.45 \cdot 0.05 \\ &\quad + 0.4 \cdot 1 + 0.15 \cdot 0 = 0.4225 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C | M) &= \frac{P(C \cap M)}{P(M)} = \frac{P(C) \cdot P(M | C)}{P(M)} \\ &= \frac{0.45 \cdot 0.05}{0.4225} = 0.0533 \end{aligned}$$

Ejercicio 141

Se escoge al azar un cliente de un determinado hotel de la costa española. Se sabe que la probabilidad de que sea español es 0.2. La probabilidad de que, siendo extranjero, sea hombre es 0.45. Finalmente la probabilidad de que sea una mujer española es 0.1. calcúlese la probabilidad de que:

- Conocido que es español, sea un hombre.
- Sea una mujer.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2019 - Opción B)

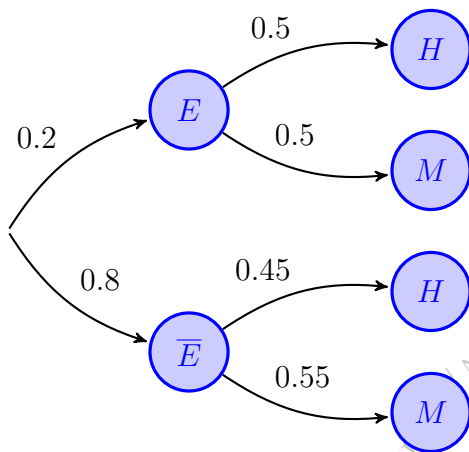
Solución.

Sean los sucesos:

$H \equiv$ "El cliente es hombre"

$M \equiv$ "El cliente es mujer"

$E \equiv$ "El cliente es español"



$$\text{a) } P(M | E) = \frac{P(M \cap E)}{P(E)} = \frac{0.1}{0.2} = 0.5$$

$$\implies P(H | E) = 1 - 0.5 = 0.5$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(M) &= P((E \cap M) \cup (\bar{E} \cap M)) \\ &= P(E \cap M) + P(\bar{E} \cap M) \\ &= P(E) \cdot P(M | E) + P(\bar{E}) \cdot P(M | \bar{E}) \\ &= 0.2 \cdot 0.5 + 0.8 \cdot 0.55 = 0.54 \end{aligned}$$

Ejercicio 142

De un estudio realizado en una región, se deduce que la probabilidad de que un niño de primaria juegue con consolas de videojuegos más tiempo del recomendado por los especialistas es 0.60. Entre estos niños, la probabilidad de fracaso escolar se eleva a 0.30 mientras que, si no juegan más tiempo del recomendado, la probabilidad de fracaso escolar es 0.15. Seleccionado un niño al azar de esta región,

- Obtégase la probabilidad de que tenga fracaso escolar.
- Si tiene fracaso escolar, determínese cuál es la probabilidad de que no juegue con estas consolas más tiempo del recomendado.

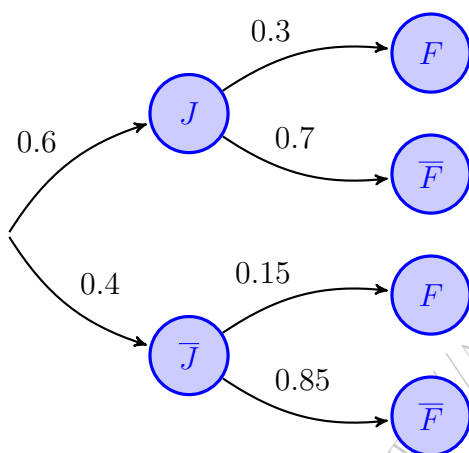
(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2019 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$J \equiv$ "El niño juega más de lo recomendado"

$F \equiv$ "El niño tiene fracaso escolar"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(F) &= P((J \cap F) \cup (\bar{J} \cap F)) \\ &= P(J \cap F) + P(\bar{J} \cap F) \\ &= P(J) \cdot P(F | J) + P(\bar{J}) \cdot P(F | \bar{J}) \\ &= 0.6 \cdot 0.3 + 0.4 \cdot 0.15 = 0.24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(\bar{J} | F) &= \frac{P(\bar{J} \cap F)}{P(F)} = \frac{P(\bar{J}) \cdot P(F | \bar{J})}{P(F)} \\ P(\bar{J} | F) &= \frac{0.4 \cdot 0.15}{0.24} = 0.25 \end{aligned}$$

Ejercicio 143

En una panadería se elabora pan de dos tipos: blanco y cereales. Uno de cada tres panes es de cereales. Un pan blanco tiene la misma probabilidad de estar elaborado con masa congelada que con masa fresca, mientras que la probabilidad de que un pan de cereales se elabore con masa fresca es de 0.6. Se elige un pan al azar. Determínese la probabilidad de que:

- Esté elaborado con masa fresca.
- Sea de cereales sabiendo que está elaborado con masa congelada.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2019 - Opción A - Coincidentes)

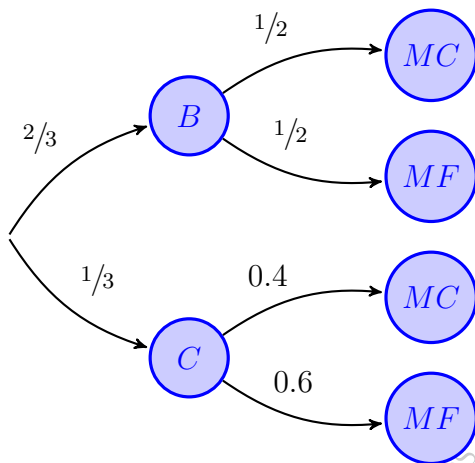
Solución.

$B \equiv$ "El pan es blanco"

$C \equiv$ "El pan es de cereales"

$MC \equiv$ "El pan es de masa congelada"

$MF \equiv$ "El pan es de masa fresca"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(MF) &= P((B \cap MF) \cup (C \cap MF)) \\ &= P(B \cap MF) + P(C \cap MF) \\ &= P(B) \cdot P(MF | B) + P(C) \cdot P(MF | C) \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 0.6 = 0.53 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C | MC) &= \frac{P(C \cap MC)}{P(MC)} \\ &= \frac{P(C) \cdot P(MC | C)}{1 - P(MF)} \\ &= \frac{1/3 \cdot 0.4}{1 - 0.53} = 0.286 \end{aligned}$$

Ejercicio 144

Una única carta, escogida al azar, es eliminada, sin ser vista, de una baraja española de 40 cartas, 10 cartas de cada palo (espadas, copas, oros y bastos). Una vez eliminada se escoge al azar otra carta, entre las que quedan en el mazo, y se observa.

- Calcúlese la probabilidad de que la carta observada sea del palo de espadas.
- Si la carta observada no es del palo de espadas, calcúlese la probabilidad de que la carta eliminada tampoco lo haya sido.

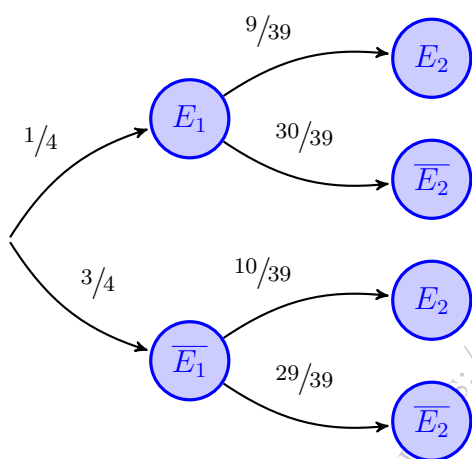
(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2019 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos

E_1 = "La carta eliminada es de espadas"

E_2 = "La carta observada es de espadas"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(E_2) &= P((\overline{E_1} \cap E_2) \cup (E_1 \cap E_2)) \\ &= P(\overline{E_1} \cap E_2) + P(E_1 \cap E_2) \\ &= P(\overline{E_1}) \cdot P(E_2 | \overline{E_1}) + P(E_1) \cdot P(E_2 | E_1) \\ &= \frac{3}{4} \cdot \frac{10}{39} + \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{39} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(\overline{E_1} | \overline{E_2}) &= \frac{P(\overline{E_1} \cap \overline{E_2})}{P(\overline{E_2})} \\ &= \frac{P(\overline{E_1}) \cdot P(\overline{E_2} | \overline{E_1})}{1 - P(E_2)} \\ &= \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{29}{39}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{29}{39} \end{aligned}$$

— o —

Ejercicio 145

Se lanza un dado para decidir si se va al cine o al teatro. Si sale 1 o 6 se va al teatro, en caso contrario al cine. Luego, se escoge una función al azar, de cine o teatro, según lo que haya indicado el dado. El 50% de las funciones de teatro son comedias mientras que sólo 112 de las 448 funciones de cine lo son.

- Calcúlese la probabilidad de ver una comedia.
- Si el resultado fue no ver comedia, calcúlese la probabilidad de que haya sido en el teatro.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2019 - Opción B - Coincidentes)

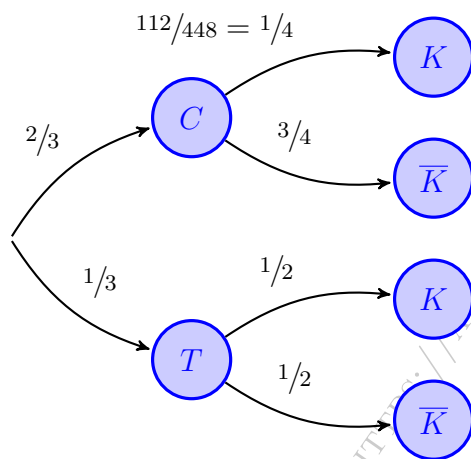
Solución.

Sean los sucesos:

$C \equiv$ "Se va al cine"

$T \equiv$ "Se va al teatro"

$K \equiv$ "Se ve una comedia"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(K) &\equiv P((C \cap K) \cup (T \cap K)) \\ &= P(C \cap K) + P(T \cap K) \\ &= P(C) \cdot P(K | C) + P(T) \cdot P(K | T) \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(T | \bar{K}) &= \frac{P(T \cap \bar{K})}{P(\bar{K})} = \frac{P(T) \cdot P(\bar{K} | T)}{1 - P(K)} \\ &= \frac{1/3 \cdot 1/2}{1 - 1/3} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Ejercicio 146

En una tienda en periodo de rebajas, el 80% de las ventas son de ropa y el 20% restante son complementos de moda. De las ventas que se realizan en la campaña, el 20% de las ventas de ropa son devueltas, mientras que solo se devuelven el 10% de los complementos. Si una de las ventas es elegida al azar, calcule la probabilidad de que la venta:

- Sea una prenda de ropa y sea devuelta.
- Sea devuelta.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2020 - Opción A)

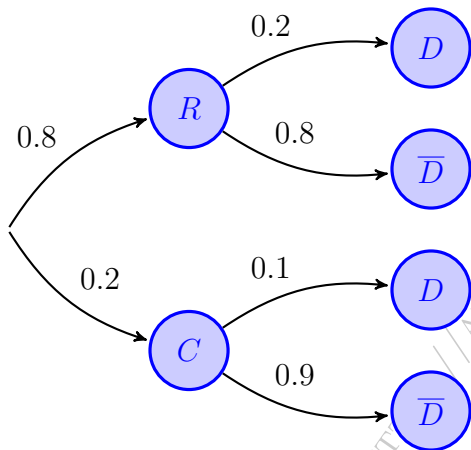
Solución.

Sean los sucesos:

$R \equiv$ "La venta es de ropa"

$C \equiv$ "La venta es de complementos de moda"

$D \equiv$ "La compra es devuelta"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(R \cap D) &= P(R) \cdot P(D | R) \\ &= 0.8 \cdot 0.2 = 0.16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(D) &= P((R \cap D) \cup (C \cap D)) \\ &= P(R \cap D) + P(C \cap D) \\ &= P(R) \cdot P(D | R) + P(C) \cdot P(D | C) \\ &= 0.8 \cdot 0.2 + 0.2 \cdot 0.1 = 0.18 \end{aligned}$$

○

Ejercicio 147

Una asociación de senderismo ha programado tres excursiones para el mismo fin de semana. El 40% de los socios irá al nacimiento del río Cuervo, el 35% a las Hoces del río Duratón y el resto al Cañón del río Lobos. La probabilidad de lluvia en cada una de estas zonas se estima en 0.5, 0.6 y 0.45, respectivamente. Elegido un socio al azar:

- Calcule la probabilidad de que en su excursión no llueva.
- Si en la excursión realizada por este socio ha llovido, ¿cuál es la probabilidad de que este socio haya ido al nacimiento del río Cuervo?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2020 - Opción A)

Solución.

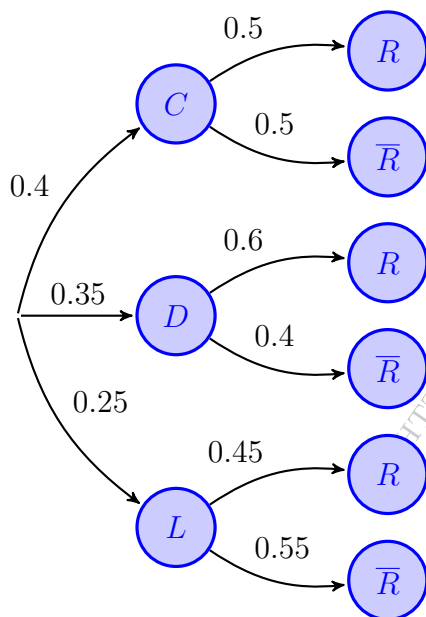
Sean los sucesos:

$C \equiv$ "Senderismo en río Cuervo"

$D \equiv$ "Senderismo en río Duratón"

$L \equiv$ "Senderismo en río Lobos"

$R \equiv$ "Llueve durante la excursión"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{R}) &= P(C \cap \bar{R}) \cup (D \cap \bar{R}) \cup (L \cap \bar{R}) \\ &= P(C \cap \bar{R}) + P(D \cap \bar{R}) + P(L \cap \bar{R}) \\ &= P(C) \cdot P(\bar{R} | C) + P(D) \cdot P(\bar{R} | D) \\ &\quad + P(L) \cdot P(\bar{R} | L) = 0.4 \cdot 0.5 \\ &\quad + 0.35 \cdot 0.4 + 0.25 \cdot 0.55 = 0.4775 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C | R) &= \frac{P(C \cap R)}{P(R)} = \frac{P(C) \cdot P(R | C)}{1 - P(\bar{R})} \\ &= \frac{0.4 \cdot 0.5}{1 - 0.4775} = 0.3828 \end{aligned}$$

Ejercicio 148

En un festival de circo de verano el 70 % de los espectáculos son gratuitos y el resto de pago. El 60 % de los espectáculos gratuitos se realizan en las calles, mientras que de los de pago sólo se realizan en la calle el 20 %. Si un visitante del festival, elegido al azar, decide ir a un espectáculo, calcule la probabilidad de que:

- El espectáculo sea gratuito y no se realice en la calle.
- El espectáculo se realice en la calle.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2020 - Opción A - Coincidentes)

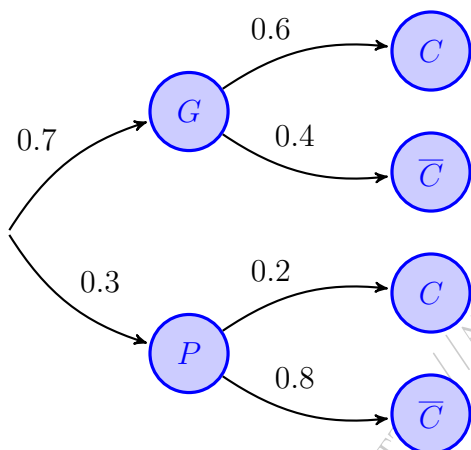
Solución.

Sean los sucesos:

$G \equiv$ "El espectáculo es gratuito"

$P \equiv$ "El espectáculo es de pago"

$C \equiv$ "El espectáculo se hace en la calle"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(G \cap \bar{C}) &= P(G) \cdot P(\bar{C} | G) = 0.7 \cdot 0.4 \\ &= 0.28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C) &= P((G \cap C) \cup (P \cap C)) \\ &= P(G \cap C) + P(P \cap C) \\ &= P(G) \cdot P(C | G) + P(P) \cdot P(C | P) \\ &= 0.7 \cdot 0.6 + 0.3 \cdot 0.2 = 0.48 \end{aligned}$$

— o —

Ejercicio 149

En un instituto se decide que los alumnos solo pueden utilizar un único color (azul o negro) al realizar los exámenes. Dos de cada tres exámenes están escritos en azul. La probabilidad de que un examen escrito en azul sea de una alumna es de 0.7. La probabilidad de que un examen esté escrito en negro y sea de un alumno es 0.2. Se elige un examen al azar. Determine la probabilidad de que

- Sea el examen de un alumno.
- Sabiendo que está escrito en negro, sea de un alumno.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El examen está escrito en azul"

$N \equiv$ "El examen está escrito en Negro"

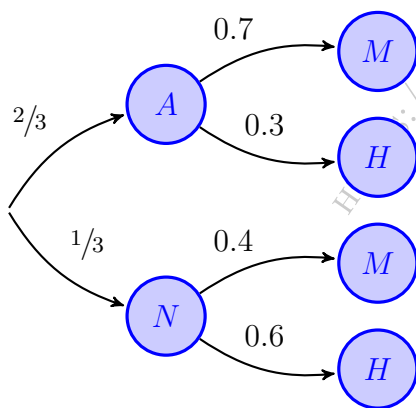
$M \equiv$ "El examen lo ha realizado una alumna"

$H \equiv$ "El examen lo ha realizado un alumno"

Del enunciado tenemos:

$$P(A) = \frac{2}{3} \quad \& \quad P(M | A) = 0.7 \quad \& \quad P(N \cap H) = 0.2$$

$$P(N \cap H) = P(N) \cdot P(H | N) = \frac{1}{3} \cdot P(H | N) = 0.2 \implies P(H | N) = 0.6$$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(H) &= P((A \cap H) \cup (N \cap H)) \\ &= P(A \cap H) + P(N \cap H) \\ &= P(A) \cdot P(H | A) + P(N) \cdot P(H | N) \\ &= \frac{2}{3} \cdot 0.3 + \frac{1}{3} \cdot 0.6 = 0.4 \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(H | N) = \frac{P(N \cap H)}{P(N)} = \frac{0.2}{1/3} = 0.6$$

Ejercicio 150

En un mercado agropecuario el 70% de las verduras que se comercializan son de proximidad y el resto no. El 30% de las verduras de proximidad son ecológicas, mientras que de las que no son de proximidad solo son ecológicas el 10%. Si un cliente elegido al azar ha realizado una compra de una verdura, calcule las siguientes probabilidades:

- Probabilidad de que la verdura comprada no sea ecológica.
- Probabilidad de que la verdura sea de proximidad o ecológica.

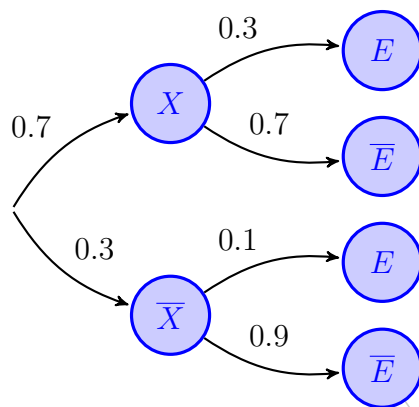
(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2021 - Opción A)

Solución.

Sean los siguientes sucesos:

$X \equiv$ "La verdura es de proximidad"

$E \equiv$ "La verdura es ecológica"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{E}) &= P((X \cap \bar{E}) \cup (\bar{X} \cap \bar{E})) \\ &= P(X \cap \bar{E}) + P(\bar{X} \cap \bar{E}) \\ &= P(X) \cdot P(\bar{E} | X) + P(\bar{X}) \cdot P(\bar{E} | \bar{X}) \\ &= 0.7 \cdot 0.7 + 0.3 \cdot 0.9 = 0.76 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(X \cup E) &= P(X) + P(E) - P(X \cap E) \\ &= P(X) + 1 - P(\bar{E}) - P(X) \cdot P(E | X) \\ &= 0.7 + 1 - 0.76 - 0.7 \cdot 0.3 = 0.73 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 151

El 60% de los empleados de una multinacional teletrabaja desde que se declaró la situación de emergencia sanitaria por Covid-19. De estos, el 30% padece trastornos del sueño, mientras que este porcentaje se eleva al 80% para aquellos empleados que no teletrabajan. Seleccionado un empleado al azar, calcule la probabilidad de que:

- No tenga trastornos del sueño y teletrabaje.
- No teletrabaje, sabiendo que no tiene trastornos del sueño.

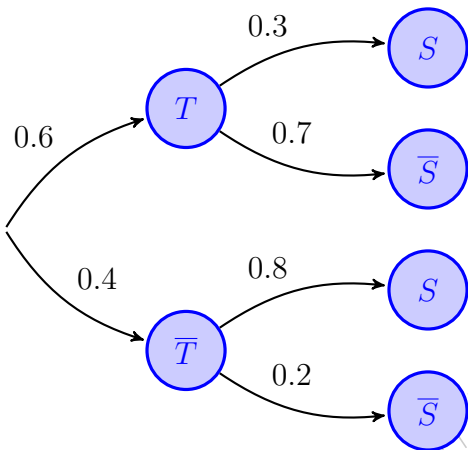
(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos

$T \equiv$ "El empleado teletrabaja"

$S \equiv$ "El empleado tiene trastorno del sueño"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{S} \cap T) &= P(T) \cdot P(\bar{S} | T) \\ &= 0.6 \cdot 0.7 = 0.42 \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(\bar{T} | \bar{S}) = \frac{P(\bar{T} \cap \bar{S})}{P(\bar{S})} \stackrel{(*)}{=} \frac{0.4 \cdot 0.2}{0.5} = 0.16$$

$$\begin{aligned} (*) \quad P(\bar{S}) &= P((T \cap \bar{S}) \cup (\bar{T} \cap \bar{S})) \\ &= P(T \cap \bar{S}) + P(\bar{T} \cap \bar{S}) \\ &= P(T) \cdot P(\bar{S} | T) + P(\bar{T}) \cdot P(\bar{S} | \bar{T}) \\ &= 0.6 \cdot 0.7 + 0.4 \cdot 0.2 = 0.5 \end{aligned}$$

Ejercicio 152

Un colegio tiene alumnos matriculados que residen en dos municipios distintos, A y B , siendo el número de alumnos matriculados residentes en el municipio A el doble de los del municipio B . Se sabe que la probabilidad de fracaso escolar si se habita en el municipio A es de 0.02, mientras que esa probabilidad si se habita en el municipio B es de 0.06. Calcule la probabilidad de que un alumno de dicho colegio elegido al azar:

- No sufra fracaso escolar.
- Sea del municipio A si se sabe que ha sufrido fracaso escolar.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2021 - Opción B)

Solución.

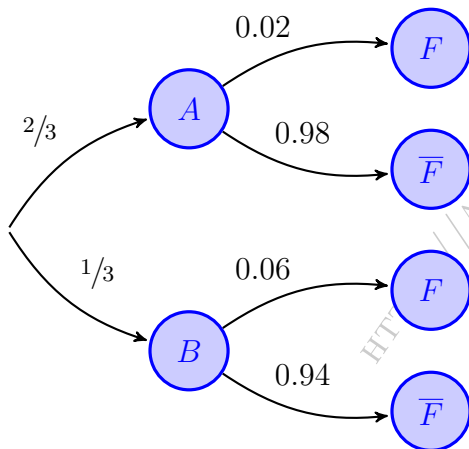
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El alumno reside en el municipio A "

$B \equiv$ "El alumno reside en el municipio B "

$F \equiv$ "El alumno tiene fracaso escolar"

$$\left. \begin{array}{l} P(A) = 2 \cdot P(B) \\ P(A) + P(B) = 1 \end{array} \right\} \implies 2 \cdot P(B) + P(B) = 1 \implies P(B) = \frac{1}{3} \implies P(A) = \frac{2}{3}$$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{F}) &= P((A \cap \bar{F}) \cup (B \cap \bar{F})) \\ &= P(A \cap \bar{F}) + P(B \cap \bar{F}) \\ &= P(A) \cdot P(\bar{F} | A) + P(B) \cdot P(\bar{F} | B) \\ &= \frac{2}{3} \cdot 0.98 + \frac{1}{3} \cdot 0.94 = 0.967 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A | F) &= \frac{P(A \cap F)}{P(F)} = \frac{P(A) \cdot P(F | A)}{1 - P(\bar{F})} \\ &= \frac{\frac{2}{3} \cdot 0.02}{1 - 0.967} = 0.4 \end{aligned}$$

————— ○ —————

Ejercicio 153

Una empresa de reparto de comida a domicilio reparte platos de dos restaurantes. El 60 % de los platos que reparte proceden del primer restaurante y el 40 % restante del segundo. El 50 % de los platos que reparte del primer restaurante están cocinados con productos ecológicos, siendo este porcentaje de un 80 % para el segundo restaurante. Elegido un plato al azar:

- Calcule la probabilidad de que esté cocinado con productos ecológicos.
- Si el plato seleccionado no está cocinado con productos ecológicos, obtenga la probabilidad de que proceda del segundo restaurante.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2022 - Opción A)

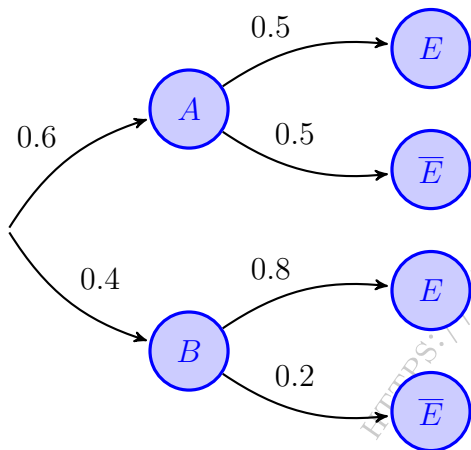
Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ “El plato es del primer restaurante”

$B \equiv$ “El plato es del segundo restaurante”

$E \equiv$ “El plato es productos ecológicos”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(E) &= P((A \cap E) \cup (B \cap E)) \\ &= P(A \cap E) + P(B \cap E) \\ &= P(A) \cdot P(E | A) + P(B) \cdot P(E | B) \\ &= 0.6 \cdot 0.5 + 0.4 \cdot 0.8 = 0.62 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(B | \bar{E}) &= \frac{P(B \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{P(B) \cdot P(\bar{E} | B)}{1 - P(E)} \\ &= \frac{0.4 \cdot 0.2}{1 - 0.62} = 0.2105 \end{aligned}$$

Ejercicio 154

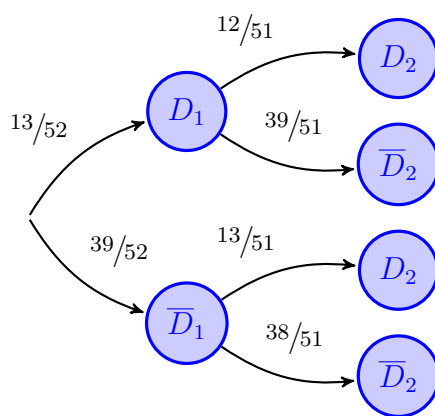
Una carta escogida al azar es eliminada (sin ser vista) de un mazo de 52 cartas de póker, en el que hay 13 cartas de cada palo (diamantes, corazones, picas y tréboles). Una vez eliminada, se escoge al azar una carta, entre las que quedan en el mazo, y esta segunda carta es observada.

- Calcule la probabilidad de que la carta observada sea de diamantes.
- Si la carta observada no es de diamantes, calcule la probabilidad de que la carta eliminada tampoco lo haya sido.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Opción B)

Solución. Sean los sucesos:

$D_i \equiv$ "La carta de la extracción i es de diamantes"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(D_2) &= P((D_1 \cap D_2) \cup (\bar{D}_1 \cap D_2)) \\ &= P(D_1 \cap D_2) + P(\bar{D}_1 \cap D_2) \\ &= P(D_1) \cdot P(D_2 | D_1) + P(\bar{D}_1) \cdot P(D_2 | \bar{D}_1) \\ &= \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} + \frac{39}{52} \cdot \frac{13}{51} = \frac{1}{4} = 0.25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(\bar{D}_1 | \bar{D}_2) &= \frac{P(\bar{D}_1 \cap \bar{D}_2)}{P(\bar{D}_2)} = \frac{P(\bar{D}_1) \cdot P(\bar{D}_2 | \bar{D}_1)}{1 - P(D_2)} \\ &= \frac{\frac{39}{52} \cdot \frac{38}{51}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{38}{51} = 0.754 \end{aligned}$$

————— ○ —————

Ejercicio 155

Ganar en el juego del gambón depende de la actitud de los participantes. El 50% de ellos son pesimistas y se sienten perdedores antes de haber jugado. El 30% no lo ve claro y el resto son optimistas y se sienten ganadores antes de jugar. La probabilidad de que ganen los primeros es 0.5, de que ganen los segundos es 0.7 y de que ganen los últimos es 0.9.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un jugador escogido al azar gane el juego?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el ganador sea alguien que se haya sentido un perdedor antes de haber jugado el juego?

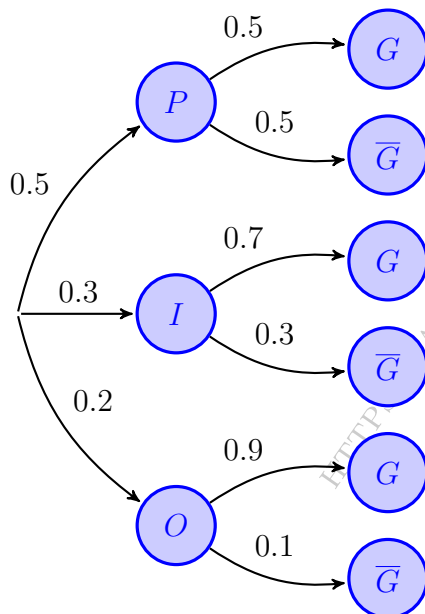
(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos

P = “El jugador es pesimista”
 O = “El jugador es optimista”

I = “El jugador es indiferente”
 G = “El jugador gana el juego”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(G) &= P((P \cap G) \cup (I \cap G) \cup (O \cap G)) \\ &= P(P \cap G) + P(I \cap G) + P(O \cap G) \\ &= P(P) \cdot P(G | P) + P(I) \cdot P(G | I) \\ &\quad + P(O) \cdot P(G | O) = 0.5 \cdot 0.5 \\ &\quad + 0.3 \cdot 0.7 + 0.2 \cdot 0.9 = 0.64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(P | G) &= \frac{P(P \cap G)}{P(G)} = \frac{P(P) \cdot P(G | P)}{P(G)} \\ &= \frac{0.5 \cdot 0.5}{0.64} = 0.3906 \end{aligned}$$

Ejercicio 156

Tres amigas Ana, Berta y Carla elaboran una lista para hacer una fiesta sorpresa a una compañera de trabajo. Ana enviará el 30% de las invitaciones, Berta el 40% y Carla las restantes. El 2% de los nombres de la lista de Ana son incorrectos y las invitaciones no llegarán a su destino. En las listas de Berta y Carla, los porcentajes de nombres incorrectos son 3% y 1%, respectivamente.

- Calcule la probabilidad de que una invitación no llegue a su destino.
- Si una invitación no llegó a su destino ¿cuál es la probabilidad de que la haya enviado Ana?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Opción B)

Solución.

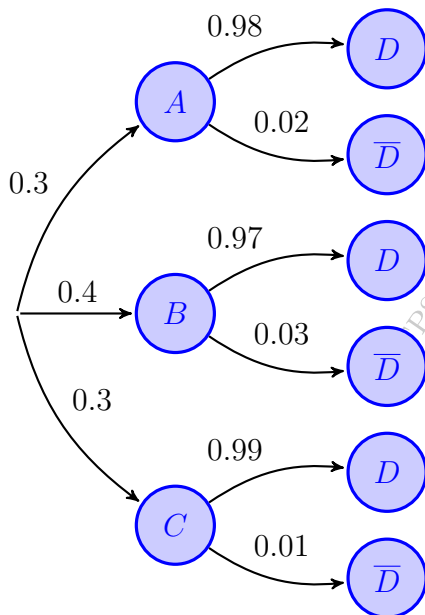
Sean los sucesos:

$A \equiv$ “La invitación es enviada por Ana”

$B \equiv$ “La invitación es enviada por Berta”

$C \equiv$ “La invitación es enviada por Carla”

$D \equiv$ “La invitación llega a su destino”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{D}) &= P((A \cap \bar{D}) \cup (B \cap \bar{D}) \cup (C \cap \bar{D})) \\ &= P(A \cap \bar{D}) + P(B \cap \bar{D}) + P(C \cap \bar{D}) \\ &= P(A) \cdot P(\bar{D} | A) + P(B) \cdot P(\bar{D} | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(\bar{D} | C) = 0.3 \cdot 0.02 \\ &\quad + 0.4 \cdot 0.03 + 0.3 \cdot 0.01 = 0.021 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A | \bar{D}) &= \frac{P(A \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{P(A) \cdot P(\bar{D} | A)}{P(\bar{D})} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.02}{0.021} = 0.2856 \end{aligned}$$

— o —

Ejercicio 157

Un virus muy peligroso está presente en el 5% de la población nacional. Se tiene un test para detectar la presencia del virus que es correcto en el 85% de los casos. Es decir, entre los portadores del virus, el test ha dado positivo el 85% de las veces y entre los no portadores ha dado negativo el 85% de las veces.

- Si se practica el test a un individuo de la población escogido al azar, ¿cuál es la probabilidad de que dé positivo?
- Si da positivo, ¿cuál es la probabilidad de que el individuo escogido realmente sea un portador del virus?.

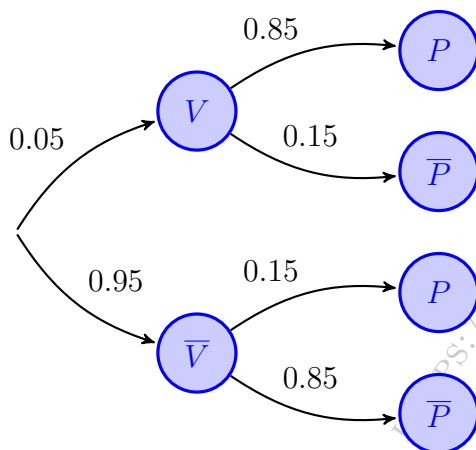
(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$V \equiv$ "El paciente es portador del virus"

$P \equiv$ "El test da positivo en detección del virus"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(P) &= P((V \cap P) \cup (\bar{V} \cap P)) \\ &= P(V \cap P) + P(\bar{V} \cap P) \\ &= P(V) \cdot P(P | V) + P(\bar{V}) \cdot P(P | \bar{V}) \\ &= 0.05 \cdot 0.85 + 0.95 \cdot 0.15 = 0.185 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(V | P) &= \frac{P(V \cap P)}{P(P)} = \frac{P(V) \cdot P(P | V)}{P(P)} \\ &= \frac{0.05 \cdot 0.85}{0.185} = 0.2297 \end{aligned}$$

Ejercicio 158

Se tienen 7 sobres cerrados. Uno de ellos contiene un premio y el resto son sobres vacíos. Se lanza un dado y luego se descartan tantos sobres vacíos como el dado indique. Posteriormente, se escoge al azar uno de los sobres que restan.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de escoger el sobre premiado?
- b) Si salió el premio, ¿cuál es la probabilidad de que el resultado del dado haya sido el 1?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2023 - Opción B)

Solución.

a) Sean los sucesos:

$D_i \equiv$ "Sale el número i en el dado"

$G \equiv$ "El jugador se lleva el premio"

La probabilidad de que salga un i en el dado es $P(D_i) = \frac{1}{6}$, mientras que la probabilidad de que gane el premio habiendo salido un i en el dado es $P(G | D_i) = \frac{1}{7-i}$, ya que solo hay un premio entre los $7-i$ sobres que restan, tras retirar i sobres vacíos.

$$\begin{aligned} P(G) &= P((D_1 \cap G) \cup (D_2 \cap G) \cup (D_3 \cap G) \cup (D_4 \cap G) \cup (D_5 \cap G) \cup (D_6 \cap G)) \\ &= P(D_1 \cap G) + P(D_2 \cap G) + P(D_3 \cap G) + P(D_4 \cap G) + P(D_5 \cap G) + P(D_6 \cap G) \\ &= P(D_1) \cdot P(G | D_1) + P(D_2) \cdot P(G | D_2) + P(D_3) \cdot P(G | D_3) \\ &\quad + P(D_4) \cdot P(G | D_4) + P(D_5) \cdot P(G | D_5) + P(D_6) \cdot P(G | D_6) \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{1} = \frac{49}{120} \simeq 0.40833 \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(D_1 | G) = \frac{P(D_1 \cap G)}{P(G)} = \frac{P(D_1) \cdot P(G | D_1)}{P(G)} = \frac{1/6 \cdot 1/6}{49/120} = \frac{10}{147} = 0.06803$$

_____ o _____

Ejercicio 159 (2 puntos)

La Agencia Estatal de investigación Española convoca regularmente el Programa Ramón y Cajal para la contratación de investigadores de trayectoria destacada en dos modalidades: general y jóvenes doctores. En la convocatoria 2021 se presentaron 2159 solicitudes en la modalidad general y 1316 en la modalidad de jóvenes doctores. El porcentaje de investigadores seleccionados en la modalidad general fue el 16.1 %, mientras que en la modalidad de jóvenes doctores fue del 21.1 %. Eligiendo un investigador al azar, entre los solicitantes, calcule la probabilidad de que:

- (1 punto) Sea seleccionado para recibir una de las ayudas Ramón y Cajal.
- (1 punto) La solicitud sea de la modalidad general, sabiendo que el investigador ha sido seleccionado.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2023 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

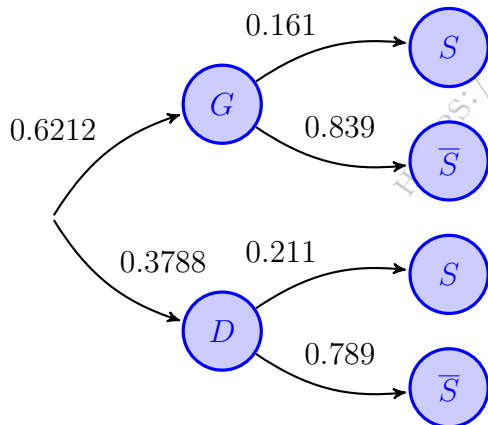
$G \equiv$ “El solicitante es de modalidad general”

$D \equiv$ “El solicitante es joven doctor”

$S \equiv$ “El solicitante es seleccionado”

Del enunciado tenemos:

$$P(G) = \frac{2159}{2159 + 1316} = 0.6212 \quad \& \quad P(S | G) = 0.161 \quad \& \quad P(S | D) = 0.211$$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(S) &= P((G \cap S) \cup (D \cap S)) \\ &= P(G \cap S) + P(D \cap S) \\ &= P(G) \cdot P(S | G) + P(D) \cdot P(S | D) \\ &= 0.6212 \cdot 0.161 + 0.3788 \cdot 0.211 = 0.1799 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(G | S) &= \frac{P(G \cap S)}{P(S)} = \frac{P(G) \cdot P(S | G)}{P(S)} \\ &= \frac{0.6212 \cdot 0.161}{0.1799} = 0.5559 \end{aligned}$$

Ejercicio 160 (2 puntos)

Un restaurante de comida rápida sirve el 40 % de los menús para consumir en el local, el 35 % es transportado por motoristas a domicilio (delivery) y el resto de menús son recogidos por los clientes en el local (take-away). El restaurante tiene un menú vegetariano que es consumido por el 8 % de los clientes en el local, el 5 % de los pedidos a domicilio y el 12 % de los recogidos en el local por los propios clientes. Eligiendo un menú al azar, calcule la probabilidad de que:

- (1 punto) Sea vegetariano.
- (1 punto) Haya sido llevado a domicilio por un motorista, sabiendo que es vegetariano

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2023 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

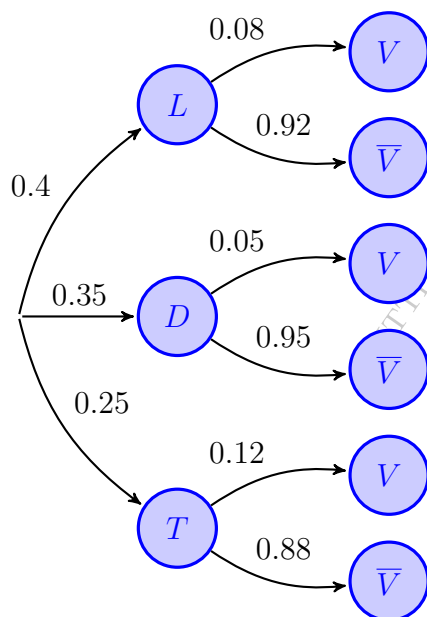
Sean los sucesos:

$L \equiv$ “La comida se consume en el local”

$D \equiv$ “La comida se reparte a domicilio (*delivery*)”

$T \equiv$ “La comida es para llevar (*take away*)”

V “El menú es vegetariano”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(V) &= P((L \cap V) \cup (D \cap V) \cup (T \cap V)) \\ &= P(L \cap V) + P(D \cap V) + P(T \cap V) \\ &= P(L) \cdot P(V | L) + P(D) \cdot P(V | D) \\ &\quad + P(T) \cdot P(V | T) = 0.4 \cdot 0.08 \\ &\quad + 0.35 \cdot 0.05 + 0.25 \cdot 0.12 = 0.0795 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(D | V) &= \frac{P(D \cap V)}{P(V)} = \frac{P(D) \cdot P(V | D)}{P(V)} \\ &= \frac{0.35 \cdot 0.05}{0.0795} = 0.22 \end{aligned}$$

Ejercicio 161 (2 puntos)

En tres tanques, A, B y C, de una piscifactoría se crían, respectivamente, el 35 %, el 20 % y el 45 % de los alevines de salmón noruego. Se sabe que el 15 % de los alevines criados en el tanque A, el 30 % de los alevines criados en el tanque B y el 25 % de los alevines criados en el tanque C miden más de 35 mm. Eligiendo al azar, un alevín de salmón noruego, calcule la probabilidad de que:

- (1 punto) Mida más de 35 mm.
- (1 punto) Sabiendo que no mide más de 35 mm, proceda del tanque C.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2024)

Solución.

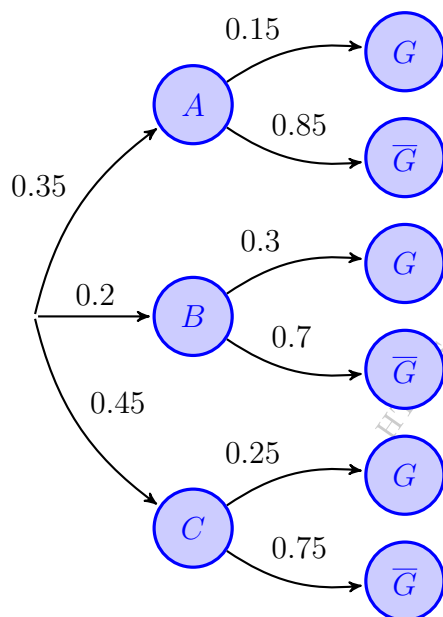
Sean los sucesos:

$A \equiv$ “El alevín es del tanque A”

$B \equiv$ “El alevín es del tanque B”

$C \equiv$ “El alevín es del tanque C”

$G \equiv$ “El alevín mide más de 35 mm”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(G) &= P((A \cap G) \cup (B \cap G) \cup (C \cap G)) \\ &= P(A \cap G) + P(B \cap G) + P(C \cap G) \\ &= P(A) \cdot P(G | A) + P(B) \cdot P(G | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(G | C) = 0.35 \cdot 0.15 \\ &\quad + 0.2 \cdot 0.3 + 0.45 \cdot 0.25 = 0.225 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C | \bar{G}) &= \frac{P(C \cap \bar{G})}{P(\bar{G})} = \frac{P(C) \cdot P(\bar{G} | C)}{1 - P(G)} \\ &= \frac{0.45 \cdot 0.75}{1 - 0.225} = 0.4355 \end{aligned}$$

Ejercicio 162 (2 puntos)

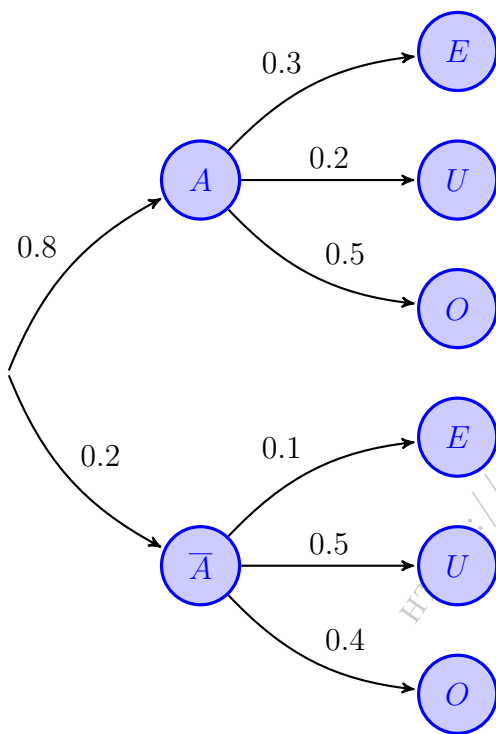
En la base de datos de Spotify, el 80% de las canciones incluidas son de artistas procedentes de EEUU. El 30% de las canciones de artistas procedentes de EEUU, incluidas, pueden clasificarse como electrónica, el 20% como música urbana y el 50% restante como pertenecientes a otros estilos musicales. Si el artista no procede de EEUU, esas probabilidades son de 10%, 50% y 40% respectivamente.

Eligiendo al azar, una canción de la base de Spotify, calcule la probabilidad de que:

- (1 punto) La canción pueda clasificarse como música urbana.
- (1 punto) Sabiendo que la canción puede clasificarse como música urbana, sea de un artista no procedente de EEUU.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2024 - Coincidentes)

Solución.



Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El artista es de EEUU"

$E \equiv$ "La canción es de música electrónica"

$U \equiv$ "La canción es de música urbana"

$O \equiv$ "La canción es de otros estilos"

$$\begin{aligned} \text{a) } P(U) &= P((A \cap U) \cup (\bar{A} \cap U)) \\ &= P(A \cap U) + P(\bar{A} \cap U) \\ &= P(A) \cdot P(U | A) + P(\bar{A}) \cdot P(U | \bar{A}) \\ &= 0.8 \cdot 0.2 + 0.2 \cdot 0.5 = 0.26 \\ \text{b) } P(\bar{A} | U) &= \frac{P(\bar{A} \cap U)}{P(U)} = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(U | \bar{A})}{P(U)} \\ &= \frac{0.2 \cdot 0.5}{0.26} = 0.3846 \end{aligned}$$

————— o —————

Ejercicio 163 (2 puntos)

Durante el adiestramiento de un perro para encontrar trufas, se le deja libre una vez al día en una zona de monte apropiada para encontrar este preciado hongo. En cada operación de búsqueda del animal se ha observado que este se dirige siempre hacia una de tres zonas de monte diferentes, denominadas A , B y C . En dos de cada diez operaciones de búsqueda se dirige hacia A , en cinco de cada diez hacia B y el resto hacia C . El perro detecta trufas en A un 35% de las veces, un 15% en B y un 40% en C . Eligiendo al azar un perro en adiestramiento, calcule la probabilidad de que:

- (1 punto) Detecte una trufa en una operación de búsqueda.
- (1 punto) Sabiendo que ha encontrado una trufa, esta haya sido encontrada en la zona B .

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2024)

Solución.

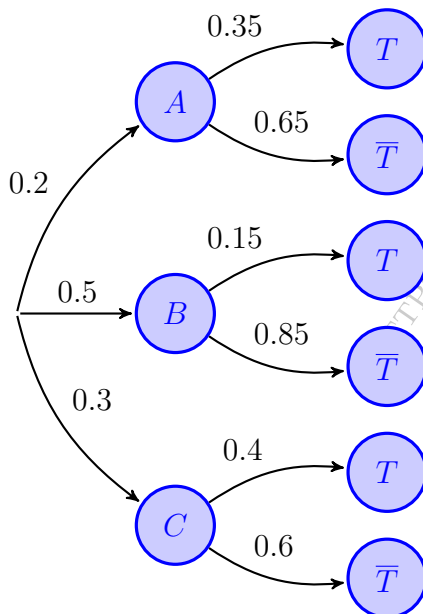
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El perro se dirige a la zona A "

$B \equiv$ "El perro se dirige a la zona B "

$C \equiv$ "El perro se dirige a la zona C "

$T \equiv$ "El perro detecta trufas"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(T) &= P((A \cap T) \cup (B \cap T) \cup (C \cap T)) \\ &= P(A \cap T) + P(B \cap T) + P(C \cap T) \\ &= P(A) \cdot P(T | A) + P(B) \cdot P(T | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(T | C) = 0.2 \cdot 0.35 \\ &\quad + 0.5 \cdot 0.15 + 0.3 \cdot 0.4 = 0.265 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(B | T) &= \frac{P(B \cap T)}{P(T)} = \frac{P(B) \cdot P(T | B)}{P(T)} \\ &= \frac{0.5 \cdot 0.15}{0.265} = 0.283 \end{aligned}$$

Ejercicio 164 (2 puntos)

Según los datos del INE, el 45.68% de las familias españolas tienen una renta mensual de 1500 a 3000 euros y el 23.98% de las familias tienen una renta mensual superior a 3000 euros. Entre las familias con menos de 1500 euros mensuales solo el 10% viaja por vacaciones, si el ingreso es de 1500 a 3000 euros mensuales viajan el 40% y si el ingreso es mayor de 3000 euros mensuales viajan el 85%. Eligiendo al azar, una familia española, calcula la probabilidad de que:

- (1 punto) Viaje por vacaciones.
- (1 punto) Sabiendo que viaja por vacaciones, su ingreso mensual sea mayor de 1500 euros.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2024)

Solución.

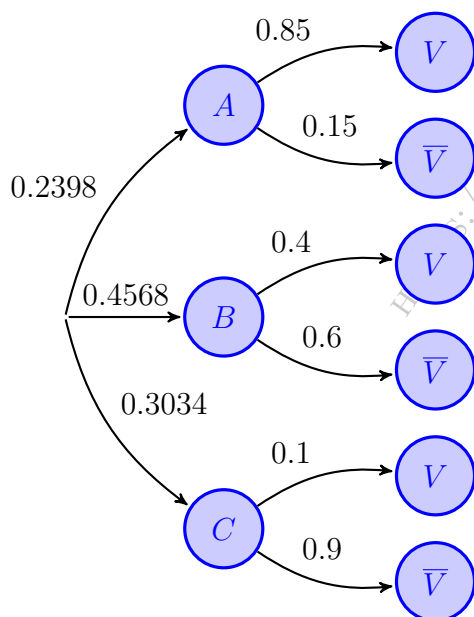
Sean los sucesos:

$A \equiv$ “La familia tiene una renta mensual superior a 3000€”

$B \equiv$ “La familia tiene una renta mensual entre 1500 y 3000€”

$C \equiv$ “La familia tiene una renta mensual menor de 1500€”

$V \equiv$ “La familia viaja por vacaciones”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(V) &= P((A \cap V) \cup (B \cap V) \cup (C \cap V)) \\ &= P(A \cap V) + P(B \cap V) + P(C \cap V) \\ &= P(A) \cdot P(V | A) + P(B) \cdot P(V | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(V | C) = 0.2398 \cdot 0.85 \\ &\quad + 0.4568 \cdot 0.4 + 0.3034 \cdot 0.1 = 0.4169 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P((A \cup B) | V) &= 1 - P(C | V) \\ &= 1 - \frac{P(C \cap V)}{P(V)} = 1 - \frac{P(C) \cdot P(V | C)}{P(V)} \\ &= 1 - \frac{0.3034 \cdot 0.1}{0.4169} = 0.9272 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 165 (2 puntos)

En un estudio sobre desarrollo sostenible de la OCDE se ha observado que el 20 % de los países son desarrollados. Si el país es desarrollado tiene una probabilidad del 5 % de tener una esperanza de vida inferior a 70 años, del 50 % de tener una esperanza de vida de 70 a 75 años y un 45 % de tener una esperanza de vida superior a 75 años. Si el país no pertenece al grupo de los países desarrollados, esas probabilidades son 50 %, 40 % y 10 %, respectivamente. Eligiendo al azar un país, calcule la probabilidad de que:

- (1 punto) La esperanza de vida sea inferior a 70 años.
- (1 punto) Sabiendo que la esperanza de vida es inferior a 70 años, el país no pertenezca al grupo de los países desarrollados.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2024 - Coincidentes)

Solución.

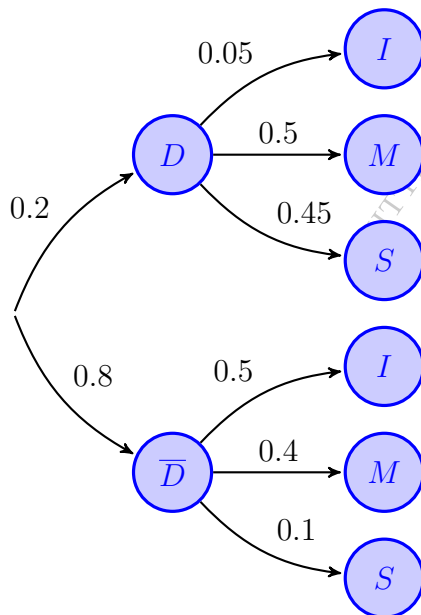
Sean los sucesos:

$D \equiv$ “El país es desarrollado”

$I \equiv$ “La esperanza de vida es inferior a 70 años”

$M \equiv$ “La esperanza de vida está entre 70 y 75 años”

$S \equiv$ “La esperanza de vida es superior a 75 años”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(I) &= P((D \cap I) \cup (\bar{D} \cap I)) \\ &= P(D \cap I) + P(\bar{D} \cap I) \\ &= P(D) \cdot P(I | D) + P(\bar{D}) \cdot P(I | \bar{D}) \\ &= 0.2 \cdot 0.05 + 0.8 \cdot 0.5 = 0.41 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(\bar{D} | I) &= \frac{P(\bar{D} \cap I)}{P(I)} = \frac{P(\bar{D}) \cdot P(I | \bar{D})}{P(I)} \\ &= \frac{0.8 \cdot 0.5}{0.41} = 0.9756 \end{aligned}$$

Ejercicio 166 (2.5 puntos)

En los premios Grammy Latino, se sabe que el 40 % de los artistas nominados en la categoría de Mejor Álbum del Año son dúos, el 30 % son grupos musicales (más de dos artistas) y el 30 % son solistas. Además, se ha observado que el 20 % de los dúos, el 15 % de los grupos musicales y el 25 % de los solistas nominados han ganado el premio de Mejor Álbum del Año. Eligiendo al azar un artista nominado al Mejor Álbum del Año, y sabiendo que en este concurso los artistas sólo pueden presentarse por una de las tres categorías musicales, calcule la probabilidad de que:

- (1.25 puntos) Haya ganado el Grammy Latino en dicha categoría.
- (1.25 puntos) Dicho artista sea solista, sabiendo que ha ganado el Grammy Latino en dicha categoría.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción B)

Solución.

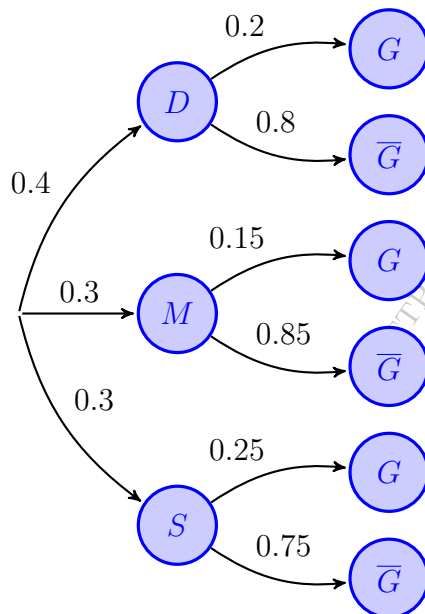
Sean los sucesos:

$D \equiv$ “Los nominados son dúos”

$M \equiv$ “Los nominados son grupos musicales”

$S \equiv$ “Los nominados son solistas”

$G \equiv$ “Los nominados han ganado el premio”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(G) &= P((D \cap G) \cup (M \cap G) \cup (S \cap G)) \\ &= P(D \cap G) + P(M \cap G) + P(S \cap G) \\ &= P(D) \cdot P(G | D) + P(M) \cdot P(G | M) \\ &\quad + P(S) \cdot P(G | S) = 0.4 \cdot 0.2 \\ &\quad + 0.3 \cdot 0.15 + 0.3 \cdot 0.25 = 0.2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(S | G) &= \frac{P(S \cap G)}{P(G)} = \frac{P(S) \cdot P(G | S)}{P(G)} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.25}{0.2} = 0.375 \end{aligned}$$

— o —

Ejercicio 167 (2.5 puntos)

En un concesionario el 50% de sus ventas son de automóviles microhíbridos, el 35% híbridos y el resto eléctricos enchufables. El acabado más alto de la gama se vende en el 80% de los eléctricos enchufables, el 60% de los híbridos y el 45% de los microhíbridos. Se selecciona una operación de venta al azar.

- a) (1.25 puntos) Calcule la probabilidad de que el coche vendido en esa operación no tenga el acabado más alto de la gama.
- b) (1.25 puntos) Si el coche correspondiente a la operación de venta seleccionada tiene el acabado más alto de la gama, determine la probabilidad de que sea eléctrico enchufable.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción A)

Solución.

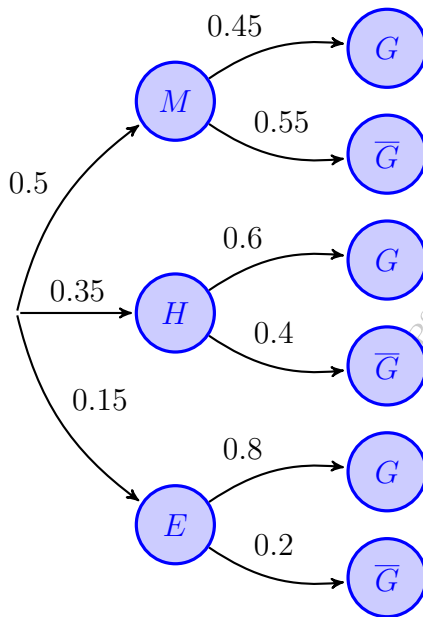
Sean los sucesos:

$M \equiv$ "El coche es microhíbrido"

$H \equiv$ "El coche es híbrido"

$E \equiv$ "El coche es eléctrico enchufable"

$G \equiv$ "Equipamiento de alta gama"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{G}) &= P((M \cap \bar{G}) \cup (H \cap \bar{G}) \cup (E \cap \bar{G})) \\ &= P(M \cap \bar{G}) + P(H \cap \bar{G}) + P(E \cap \bar{G}) \\ &= P(M) \cdot P(\bar{G} | M) + P(H) \cdot P(\bar{G} | H) \\ &\quad + P(E) \cdot P(\bar{G} | E) = 0.5 \cdot 0.45 \\ &\quad + 0.35 \cdot 0.6 + 0.15 \cdot 0.8 = 0.555 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(E | G) &= \frac{P(E \cap G)}{P(G)} = \frac{P(E) \cdot P(G | E)}{1 - P(\bar{G})} \\ &= \frac{0.15 \cdot 0.8}{1 - 0.445} = 0.2162 \end{aligned}$$

Ejercicio 168 (2 puntos)

Los clientes potenciales de un comercio local, Mitienda, vienen de alguno de los municipios $M1$, $M2$ o $M3$. En $M1$ el 20% de la población compra en Mitienda, siendo estos porcentajes del 10% en $M2$ y del 8% en $M3$. Además se sabe que el 50% de la población vive en $M1$, el 30% en $M2$ y el 20% en $M3$.

- a) (1.25 puntos) Se elige al azar un habitante de uno de los tres municipios. Calcule la probabilidad de que compre en Mitienda.
- b) (1.25 puntos) Se elige al azar un individuo que ha comprado en Mitienda. Obtenga la probabilidad de que sea de los municipios $M2$ o $M3$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

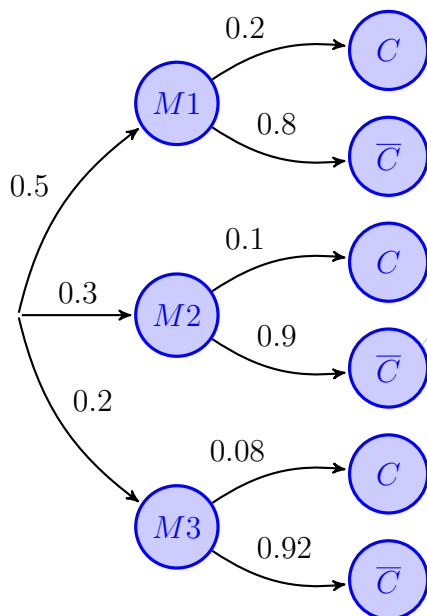
Sean los sucesos:

$M1 \equiv$ "El cliente es del municipio $M1$ "

$M2 \equiv$ "El cliente es del municipio $M2$ "

$M3 \equiv$ "El cliente es del municipio $M3$ "

$C \equiv$ "El cliente compra en Mitienda"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(C) &= P((M1 \cap C) \cup (M2 \cap C) \cup (M3 \cap C)) \\ &= P(M1 \cap C) + P(M2 \cap C) + P(M3 \cap C) \\ &= P(M1) \cdot P(C | M1) + P(M2) \cdot P(C | M2) \\ &\quad + P(M3) \cdot P(C | M3) = 0.5 \cdot 0.2 \\ &\quad + 0.3 \cdot 0.1 + 0.2 \cdot 0.08 = 0.146 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P((M2 \cup M3) | C) &= 1 - P(\overline{(M2 \cup M3)} | C) \\ &= 1 - P(M1 | C) = 1 - \frac{P(M1 \cap C)}{P(C)} \\ &= 1 - \frac{P(M1) \cdot P(C | M1)}{P(C)} \\ &= 1 - \frac{0.5 \cdot 0.2}{0.146} = 0.3151 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 169 (2.5 puntos)

En una clínica veterinaria se utiliza una prueba médica para detectar la insuficiencia renal en gatos adultos. Se sabe lo siguiente:

- El porcentaje de gatos adultos con insuficiencia renal es del 5%.
- Si el gato adulto tiene insuficiencia renal, la prueba da positivo el 90% de las veces.
- Si el gato adulto no tiene insuficiencia renal, la prueba da positivo el 10% de las veces.

- a) (1.25 puntos) Calcule la probabilidad de que un gato adulto seleccionado al azar dé un resultado negativo en la prueba.
- b) (1.25 puntos) La prueba en un gato adulto ha resultado positiva, ¿Cuál es la probabilidad de que tenga insuficiencia renal?

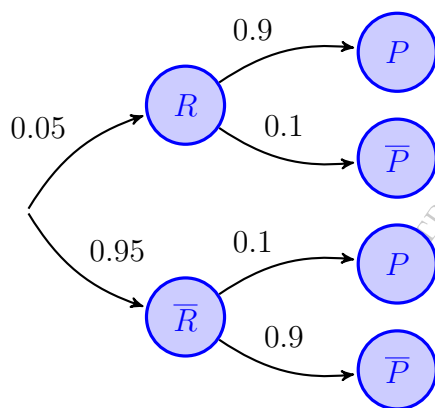
(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$R \equiv$ "El gato tiene insuficiencia renal"

$P \equiv$ "La prueba da positivo en insuficiencia renal"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{P}) &= P((R \cap \bar{P}) \cup (\bar{R} \cap \bar{P})) \\ &= P(R \cap \bar{P}) + P(\bar{R} \cap \bar{P}) \\ &= P(R) \cdot P(\bar{P} | R) + P(\bar{R}) \cdot P(\bar{P} | \bar{R}) \\ &= 0.05 \cdot 0.1 + 0.95 \cdot 0.9 = 0.86 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(R | P) &= \frac{P(R \cap P)}{P(P)} = \frac{P(R) \cdot P(P | R)}{1 - P(\bar{P})} \\ &= \frac{0.05 \cdot 0.9}{1 - 0.86} = 0.3214 \end{aligned}$$

○

Ejercicio 170 (2.5 puntos)

Un ayuntamiento ha sacado a concurso una convocatoria para la construcción de un Centro de Salud de Atención Primaria. Al concurso se han presentado tres constructoras, Horizon, Vértice XXI y CuadraNova, que tienen una probabilidad de conseguir el contrato de 0.5; 0.3 y 0.2 respectivamente. La probabilidad de que el Centro de Salud esté terminado en la fecha prevista es de 0.6 si la obra se le encarga a Horizon, 0.2 si se le adjudica a Vértice XXI y 0.9 si la realiza CuadraNova.

- a) (1.25 puntos) Calcule la probabilidad de que el Centro de Salud esté terminado en la fecha prevista.
- b) (1.25 puntos) Transcurrido el plazo previsto para la ejecución de la obra se constató que el Centro de Salud de Atención Primaria no estaba terminado. Obtenga la probabilidad de que la obra hubiera sido adjudicada a Vértice XXI.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Coincidentes)

Solución.

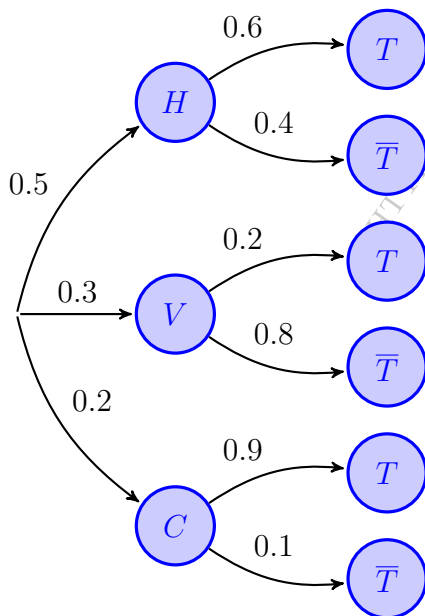
Sean los sucesos:

$H \equiv$ “La obra es adjudicada a la constructora Horizon”

$V \equiv$ “La obra es adjudicada a la constructora Vértice XXI”

$C \equiv$ “La obra es adjudicada a la constructora CuadraNova”

$T \equiv$ “La obra se ejecuta en el plazo previsto”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(T) &= P((H \cap T) \cup (V \cap T) \cup (C \cap T)) \\ &= P(H \cap T) + P(V \cap T) + P(C \cap T) \\ &= P(H) \cdot P(T | H) + P(V) \cdot P(T | V) \\ &\quad + P(C) \cdot P(T | C) = 0.5 \cdot 0.6 \\ &\quad + 0.3 \cdot 0.2 + 0.2 \cdot 0.9 = 0.54 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(V | \bar{T}) &= \frac{P(V \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{P(V) \cdot P(\bar{T} | V)}{1 - P(T)} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.8}{1 - 0.54} = 0.5217 \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 171 (2.5 puntos)

En una comunidad de vecinos se ha realizado una votación para analizar la conveniencia de instalar placas solares como medida de ahorro energético. El 26% de los propietarios votaron en blanco y el resto se repartieron por igual entre los favorables a esta medida y los que votaron en contra. Un 10% de los que votaron en blanco son propietarios que tienen la vivienda alquilada. Entre los propietarios favorables a esta medida, un 18% también la tienen alquilada y sólo un 5% la tienen alquilada entre los propietarios que votaron en contra. Como no hay voluntarios, el presidente de la Comunidad para el próximo año se elegirá por sorteo entre los propietarios de todas las viviendas.

- a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que el futuro presidente de la comunidad de vecinos tenga la vivienda alquilada?
- b) (1.5 puntos) Una vez realizado el sorteo, se comprueba que el nuevo presidente no tiene su vivienda alquilada, ¿Cuál es la probabilidad de que estuviera a favor de la instalación de placas solares en la votación realizada?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2026 - Opción B)

Solución.

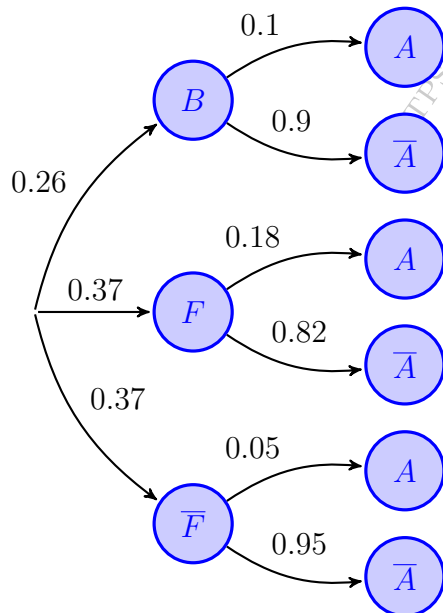
Sean los sucesos:

$B \equiv$ "El vecino votó en blanco"

$F \equiv$ "El vecino es favorable a la instalación"

$\bar{F} \equiv$ "El vecino no es favorable a la instalación"

$A \equiv$ "El propietario tiene la vivienda alquilada"

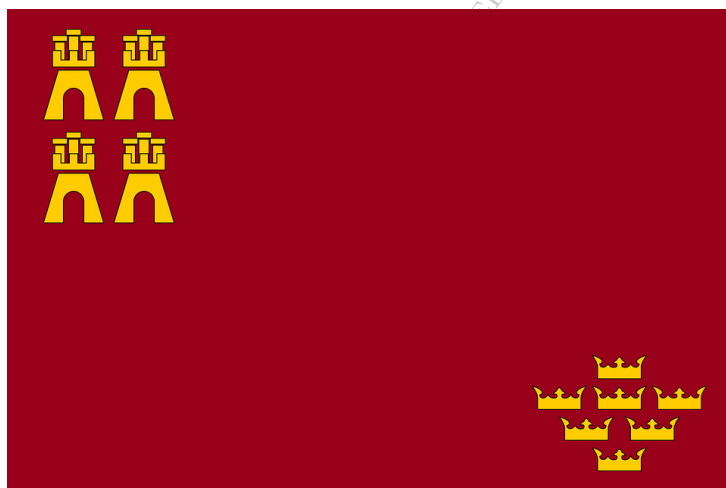


$$\begin{aligned}
 \text{a) } P(A) &= P((B \cap A) \cup (F \cap A) \cup (\bar{F} \cap A)) \\
 &= P(B \cap A) + P(F \cap A) + P(\bar{F} \cap A) \\
 &= P(B) \cdot P(A | B) + P(F) \cdot P(A | F) \\
 &\quad + P(\bar{F}) \cdot P(A | \bar{F}) = 0.26 \cdot 0.1 \\
 &\quad + 0.37 \cdot 0.18 + 0.37 \cdot 0.05 = 0.1111
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } P(A | \bar{F}) &= \frac{P(A \cap \bar{F})}{P(\bar{F})} = \frac{P(A) \cdot P(\bar{F} | A)}{1 - P(F)} \\
 &= \frac{0.37 \cdot 0.82}{1 - 0.1111} = 0.3413
 \end{aligned}$$

o

Murcia



Ejercicio 172 (2.5 puntos)

a) En el departamento informático de unos grandes almacenes se encuentran a la venta ordenadores de distintas marcas comerciales. Hay 100 ordenadores de la marca A, 60 de la marca B y 40 de la marca C. La probabilidad de que un ordenador esté obsoleto es 0.01 para la marca A; 0.02 para la marca B y 0.03 para la marca C. Un comprador elige un ordenador al azar.

i) (0.5 puntos) Calcule la probabilidad de que el ordenador esté obsoleto.

ii) (1 punto) Sabiendo que el ordenador elegido es obsoleto, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la marca A?

(Región de Murcia - Matemáticas CCSS - Junio 2022)

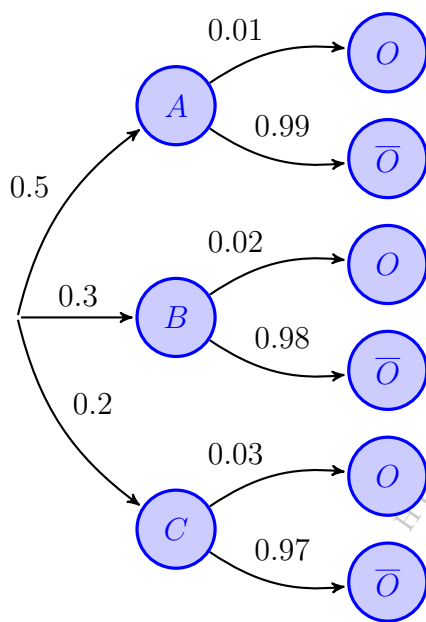
Solución.

$A \equiv$ "El ordenador es de la marca A"

$B \equiv$ "El ordenador es de la marca B"

$C \equiv$ "El ordenador es de la marca C"

$O \equiv$ "El ordenador está obsoleto"



$$P(A) = \frac{100}{100 + 60 + 40} = 0.5$$

$$P(B) = \frac{60}{200} = 0.3 \quad \& \quad P(C) = \frac{40}{200} = 0.2$$

$$\begin{aligned} \text{i) } P(O) &= P((A \cap O) \cup (B \cap O) \cup (C \cap O)) \\ &= P(A \cap O) + P(B \cap O) + P(C \cap O) \\ &= P(A) \cdot P(O | A) + P(B) \cdot P(O | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(O | C) = 0.5 \cdot 0.01 \\ &\quad + 0.3 \cdot 0.02 + 0.2 \cdot 0.03 = 0.017 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } P(A | O) &= \frac{P(A \cap O)}{P(O)} = \frac{P(A) \cdot P(O | A)}{P(O)} \\ &= \frac{0.5 \cdot 0.01}{0.017} = 0.2935 \end{aligned}$$

Ejercicio 173 (2.5 puntos)

a) La Dirección General de Tráfico ha realizado un estudio estadístico en la Región de Murcia sobre el uso de casco de protección por parte de los usuarios de patinetes eléctricos. El estudio estima que el 60 % de los usuarios de estos patinetes son hombres y, de estos, el 30 % usa el casco; mientras que, entre las mujeres que usan este medio para desplazarse, son el 40 % las que usan casco de protección. Si elegimos un usuario de patinete eléctrico al azar.

I) (0.5 puntos) Calcule la probabilidad de que use casco de protección.

II) (1 punto) Sabiendo que el usuario de patinete eléctrico usa casco de protección, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

(Región de Murcia - Matemáticas CCSS - Junio 2023)

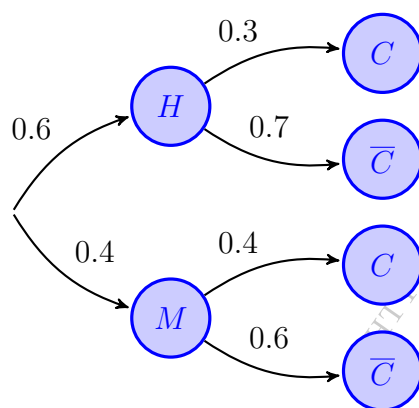
Solución.

a) Sean los sucesos:

$H \equiv$ “El usuario del patinete es hombre”

$M \equiv$ “El usuario del patinete es mujer”

$C \equiv$ “El conductor del patinete usa casco”



$$\begin{aligned} \text{I) } P(C) &= P((H \cap C) \cup (M \cap C)) \\ &= P(H \cap C) + P(M \cap C) \\ &= P(H) \cdot P(C | H) + P(M) \cdot P(C | M) \\ &= 0.6 \cdot 0.3 + 0.4 \cdot 0.4 = 0.34 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II) } P(M | C) &= \frac{P(M \cap C)}{P(C)} = \frac{P(M) \cdot P(C | M)}{P(C)} \\ &= \frac{0.4 \cdot 0.4}{0.34} = 0.4706 \end{aligned}$$

○

Ejercicio 174 (2.5 puntos)

a) En un edificio hay dos ascensores A y B . El 45% de los inquilinos del edificio usa el primero (A) y los restantes el segundo (B). El porcentaje de averías del ascensor A es del 5%, mientras que el segundo se avería un 8% de las veces que se utiliza. Cada vez que un ascensor sufre una avería, éste se para y no funciona.

I) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que un ascensor, elegido al azar, se averíe.

II) (0.75 puntos) Si un inquilino queda atrapado un cierto día en el ascensor, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido en el segundo?

(Región de Murcia - Matemáticas CCSS - Junio 2024)

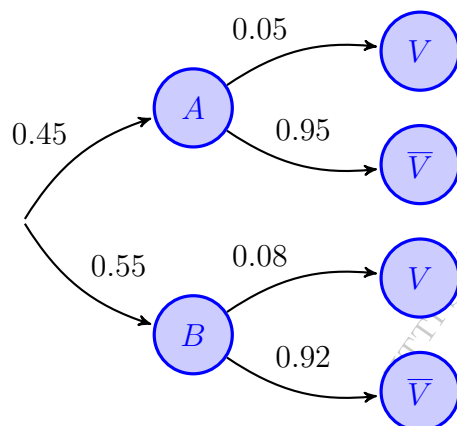
Solución.

a) Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El inquilino usa el primer ascensor (A)"

$B \equiv$ "El inquilino usa el segundo ascensor (B)"

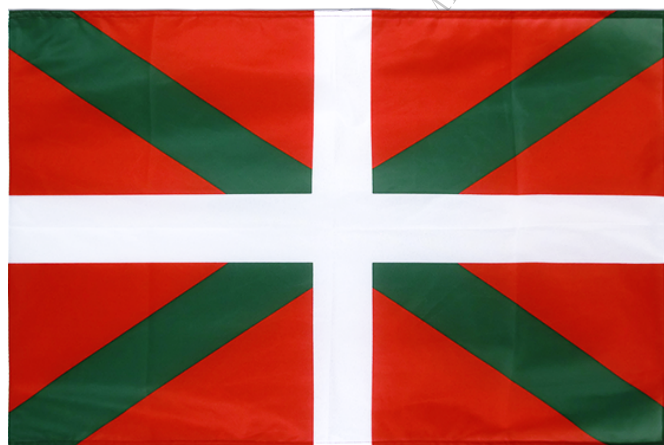
$V \equiv$ "El ascensor se avería"



$$\begin{aligned} \text{I) } P(V) &= P((A \cap V) \cup (B \cap V)) \\ &= P(A \cap V) + P(B \cap V) \\ &= P(A) \cdot P(V | A) + P(B) \cdot P(V | B) \\ &= 0.45 \cdot 0.05 + 0.55 \cdot 0.08 = 0.0665 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II) } P(B | V) &= \frac{P(B \cap V)}{P(V)} = \frac{P(B) \cdot P(V | B)}{P(V)} \\ &= \frac{0.55 \cdot 0.08}{0.0665} = 0.6615 \end{aligned}$$

País Vasco



Ejercicio 175 (2.5 puntos)

Un libro tiene 230 páginas repartidas en 3 capítulos. El primer capítulo tiene 100 páginas, y de ellas el 15 % tiene errores. El segundo consta de 80 páginas, de las cuales 8 tienen errores; y en el tercero, de 50 páginas, sólo hay 40 que no tienen ningún error. Si abrimos el libro por una página al azar:

- (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que sea del segundo capítulo?
- (0.75 puntos) Calcula la probabilidad de que la página elegida tenga errores y sea del tercer capítulo.
- (0.75 puntos) Calcula la probabilidad de que la página elegida no tenga errores.
- (0.5 puntos) Observamos que la página elegida tiene errores, ¿cuál es la probabilidad de que sea del tercer capítulo?

(País Vasco - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque Probabilidad)

Solución.

Sean los sucesos:

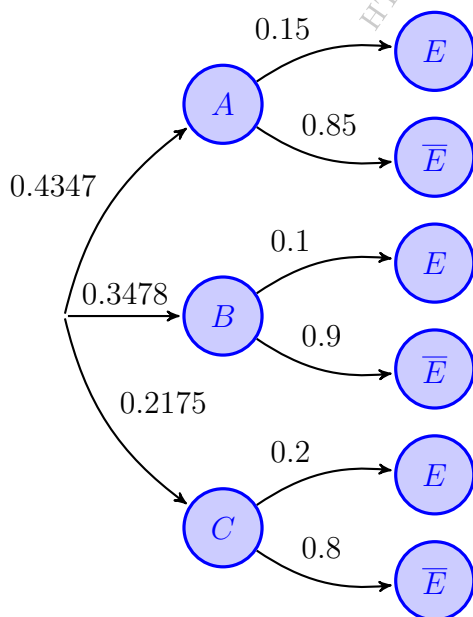
$A \equiv$ “El capítulo escogido es el primero” $B \equiv$ “El capítulo escogido es el segundo”
 $C \equiv$ “El capítulo escogido es el tercero” $E \equiv$ “El capítulo contiene errores”

$$\text{a) } P(B) = \frac{80}{100 + 80 + 50} = \frac{80}{230} = 0.3478$$

Además, del enunciado tenemos que:

$$P(A) = \frac{100}{230} = 0.4347 \quad \& \quad P(C) = \frac{50}{230} = 0.2173$$

$$P(E | B) = \frac{8}{80} = 0.1 \quad \& \quad P(\bar{E} | C) = \frac{40}{50} = 0.8$$



$$\text{b) } P(C \cap E) = P(C) \cdot P(E | C) = 0.2175 \cdot 0.2 = 0.0435$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(\bar{E}) &= P((A \cap \bar{E}) \cup (B \cap \bar{E}) \cup (C \cap \bar{E})) \\ &= P(A \cap \bar{E}) + P(B \cap \bar{E}) + P(C \cap \bar{E}) \\ &= P(A) \cdot P(\bar{E} | A) + P(B) \cdot P(\bar{E} | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(\bar{E} | C) = 0.4347 \cdot 0.85 \\ &\quad + 0.3478 \cdot 0.9 + 0.2175 \cdot 0.8 = 0.8565 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } P(C | E) &= \frac{P(C \cap E)}{P(E)} = \frac{P(C) \cdot P(E | C)}{1 - P(\bar{E})} \\ &= \frac{0.2175 \cdot 0.2}{1 - 0.8565} = 0.3031 \end{aligned}$$

Ejercicio 176 (2.5 puntos)

De una baraja, Lucía y Carlos han extraído 8 cartas: los cuatro ases y los cuatro reyes. De esas 8 cartas, Lucía le ha dado dos cartas a Carlos y, posteriormente, ha cogido una carta para ella.

Calcula:

- (0.4 puntos) La probabilidad de que Carlos tenga dos ases.
- (0.6 puntos) La probabilidad de que Carlos tenga un as y un rey.
- (0.7 puntos) La probabilidad de que Lucía tenga un as y Carlos no tenga dos reyes.
- (0.8 puntos) La probabilidad de que Lucía tenga un rey.

(País Vasco - Matemáticas CCSS - Junio 2023 - Bloque Probabilidad)

Solución.

Sean los sucesos:

$CA_i \equiv$ "Carlos recibe un As en la extracción i "

$CR_i \equiv$ "Carlos recibe un Rey en la extracción i "

$LA \equiv$ "Lucía recibe un As"

$$a) P(CA_1 \cap CA_2) = P(CA_1) \cdot P(CA_2 | CA_1) = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{14} = 0.2142$$

$$\begin{aligned} b) P((CA_1 \cap CR_2) \cup (CR_1 \cap CA_2)) &= P(CA_1 \cap CR_2) + P(CR_1 \cap CA_2) \\ &= P(CA_1) \cdot P(CR_2 | CA_1) + P(CR_1) \cdot P(CA_2 | CR_1) \\ &= \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} + \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{7} = 0.5714 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) P(LA \cap \overline{(CR_1 \cap CR_2)}) &= P((LA \cap CA_1 \cap CA_2) \cup (LA \cap CR_1 \cap CA_2) \cup (LA \cap CA_1 \cap CR_2)) \\ &= \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} + \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{14} = 0.3571 \end{aligned}$$

- d) A efectos de la probabilidad de este suceso no es relevante si primero reparte cartas a Carlos y luego coge ella o al revés. Es más fácil de resolver si pensamos que primero coge carta Lucía, en cuyo caso:

$$P(LR) = \frac{4}{8} = 0.5$$

o

Ejercicio 177 (2.5 puntos)

Gorka, jugador de un equipo de fútbol, ha sido titular en un 80% de los partidos de la liga. Su equipo ha ganado un 40% de los partidos en los que Gorka ha sido titular, y cuando no lo ha sido, su equipo ha ganado un 45% de los partidos.

- (0.8 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que el equipo gane un partido?
- (0.6 puntos) Sabiendo que ha ganado su equipo, ¿cuál es la probabilidad de que Gorka haya sido titular?
- (0.6 puntos) Calcula la probabilidad de que Gorka no sea titular y que su equipo gane el partido.
- (0.5 puntos) ¿Los sucesos “ser titular” y “ganar el partido” son sucesos independientes? Razona tu respuesta.

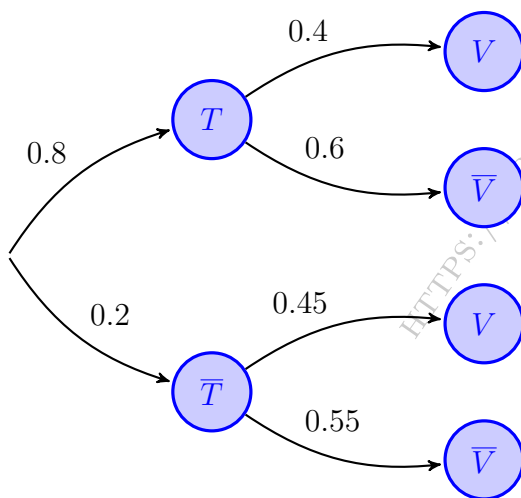
(País Vasco - Matemáticas CCSS - Julio 2023 - Bloque Probabilidad)

Solución.

Sean los sucesos:

$T \equiv$ “Gorka es titular en el partido”

$V \equiv$ “El equipo de Gorka obtiene la victoria”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(V) &= P((T \cap V) \cup (\bar{T} \cap V)) \\ &= P(T \cap V) + P(\bar{T} \cap V) \\ &= P(T) \cdot P(V | T) + P(\bar{T}) \cdot P(V | \bar{T}) \\ &= 0.8 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.45 = 0.41 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(T | V) &= \frac{P(T \cap V)}{P(V)} = \frac{P(T) \cdot P(V | T)}{P(V)} \\ &= \frac{0.8 \cdot 0.4}{0.41} = 0.7805 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(\bar{T} \cap V) &= P(\bar{T}) \cdot P(V | \bar{T}) = 0.2 \cdot 0.45 \\ &= 0.09 \end{aligned}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} P(T \cap V) = P(T) \cdot P(V | T) = 0.8 \cdot 0.4 = 0.32 \\ P(T) \cdot P(V) = 0.8 \cdot 0.41 = 0.328 \end{array} \right\} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} P(T \cap V) \neq P(T) \cdot P(V) \\ \text{los sucesos } T \text{ y } V \\ \text{no son independientes} \end{array} \right.$$

Ejercicio 178 (2.5 puntos)

Una urna contiene 5 bolas rojas y 3 verdes. Se extrae una bola y se reemplaza por dos bolas del otro color. A continuación, se extrae una segunda bola. Calcula:

- a) (1.4 puntos) La probabilidad de que la segunda bola extraída sea verde.
- b) (1.1 puntos) La probabilidad de que la primera bola extraída haya sido roja, sabiendo que la segunda bola ha sido roja.

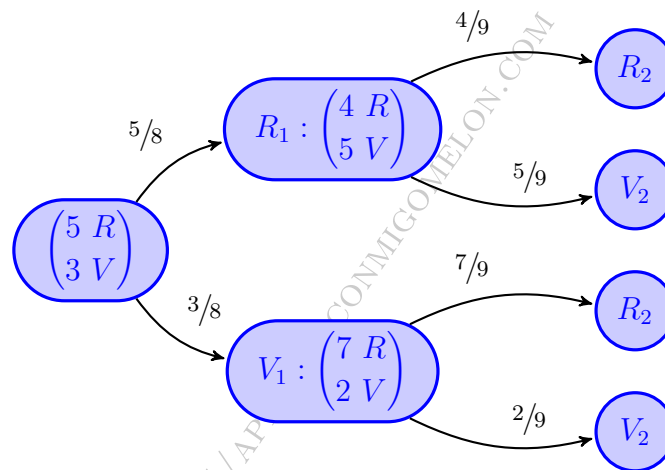
(País Vasco - Matemáticas CCSS - Julio 2023 - Bloque Probabilidad)

Solución.

Sean los sucesos:

$R_i \equiv$ "La bola de la extracción i es roja"

$V_i \equiv$ "La bola de la extracción i es verde"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(V_2) &= P((R_1 \cap V_2) \cup (V_1 \cap V_2)) = P(R_1 \cap V_2) + P(V_1 \cap V_2) \\ &= P(R_1) \cdot P(V_2 | R_1) + P(V_1) \cdot P(V_2 | V_1) = \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{9} + \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{9} = \frac{31}{72} \simeq 0.4306 \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(R_1 | R_2) = \frac{P(R_1 \cap R_2)}{P(R_2)} = \frac{P(R_1) \cdot P(R_2 | R_1)}{1 - P(V_2)} = \frac{\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{9}}{1 - \frac{31}{72}} = \frac{20}{41} \simeq 0.4878$$

————— ◦ —————

Ejercicio 179 (2.5 puntos)

Una bolsa contiene tres cartas del mismo tamaño con caras de diferentes colores. Una carta es roja por las dos caras, otra tiene una cara blanca y otra roja, y la tercera tiene una cara negra y otra blanca.

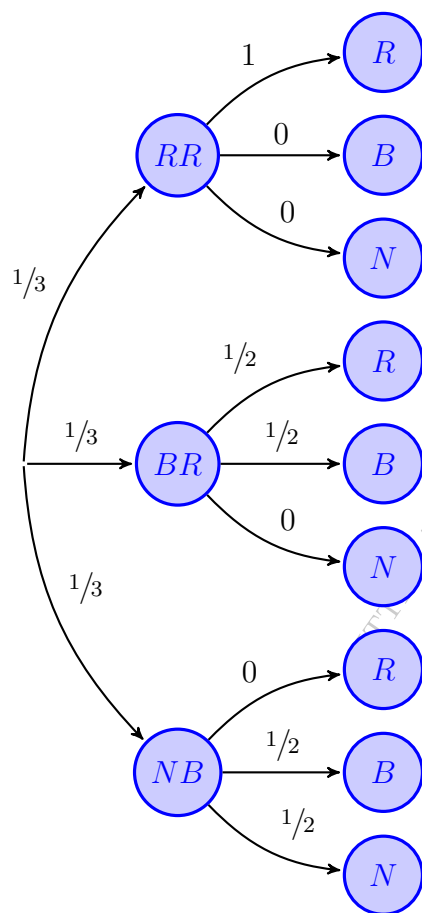
Se saca una carta al azar y se muestra, también al azar, una de sus caras.

- a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que la cara mostrada sea roja?
- b) (1.5 puntos) Si la cara mostrada es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la otra cara sea roja?

(País Vasco - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque A)

Solución.

Sean los sucesos:



- $RR \equiv$ "La carta es roja por las dos caras"
- $BR \equiv$ "La carta tiene una cara blanca y otra roja"
- $NB \equiv$ "La carta tiene una cara negra y otra blanca"
- $R \equiv$ "La cara mostrada es roja"
- $B \equiv$ "La cara mostrada es blanca"
- $N \equiv$ "La cara mostrada es negra"

$$\begin{aligned} \text{a) } P(R) &\equiv P((RR \cap R) \cup (BR \cap R) \cup (NB \cap R)) \\ &= P(RR \cap R) + P(BR \cap R) + P(NB \cap R) \\ &= P(RR) \cdot P(R | RR) + P(BR) \cdot P(R | BR) \\ &\quad + P(NB) \cdot P(R | NB) = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 0 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(B) &= P((RR \cap B) \cup (BR \cap B) \cup (NB \cap B)) \\ &= P(RR \cap B) + P(BR \cap B) + P(NB \cap B) \\ &= P(RR) \cdot P(B | RR) + P(BR) \cdot P(B | BR) \\ &\quad + P(NB) \cdot P(B | NB) = \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(BR | B) &= \frac{P(BR \cap B)}{P(B)} = \frac{P(BR) \cdot P(B | BR)}{P(B)} \\ &= \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

o

Ejercicio 180 (2.5 puntos)

Sobre una mesa tengo tres cajas con botones: la primera caja tiene 3 botones, la segunda 5 botones y la tercera 4 botones. Cada una de las cajas contiene sólo un botón rojo.

Si elijo una caja al azar y extraigo de ella un botón al azar:

- (0.9 puntos) Calcula la probabilidad de que sea un botón rojo.
- (0.9 puntos) Si he sacado un botón rojo, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido extraído de la primera caja?

(País Vasco - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque A)

Solución.

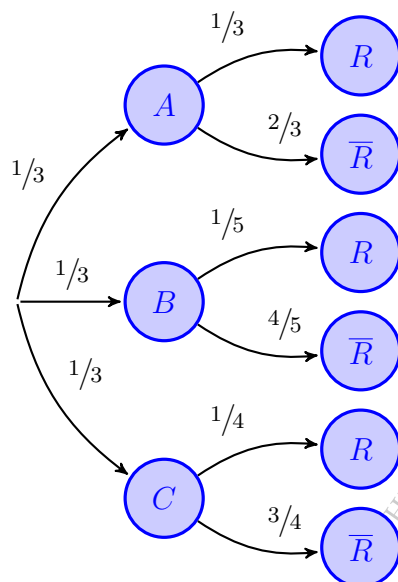
Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El botón es de la caja A"

$B \equiv$ "El botón es de la caja B"

$C \equiv$ "El botón es de la caja C"

$R \equiv$ "El botón es rojo"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(R) &= P((A \cap R) \cup (B \cap R) \cup (C \cap R)) \\ &= P(A \cap R) + P(B \cap R) + P(C \cap R) \\ &\quad + P(C) \cdot P(R | C) \\ &\equiv P(A) \cdot P(R | A) + P(B) \cdot P(R | B) \\ &\quad + P(C) \cdot P(R | C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \\ &= \frac{47}{180} \approx 0.2611 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A | R) &= \frac{P(A \cap R)}{P(R)} = \frac{P(A) \cdot P(R | A)}{P(R)} \\ &= \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{47}{180}} = \frac{20}{47} \approx 0.4255 \end{aligned}$$

————— o —————

La Rioja



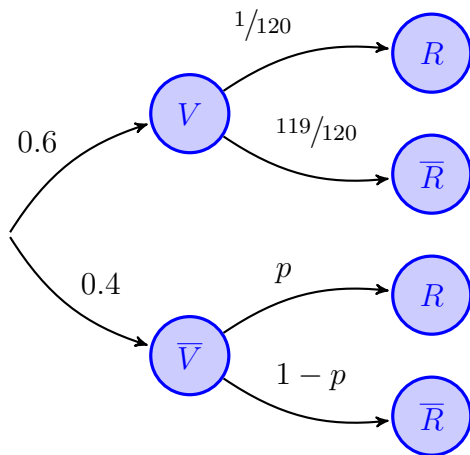
Ejercicio 181 (2.5 puntos)

Al 40% de la población española no le gusta el vino. En España, de cada 1000 personas 7 son riojanas, pero entre quienes gustan del vino la proporción de personas riojanas es $\frac{1}{120}$.

Escogemos una persona española al azar y resulta que es riojana. ¿Cuál es la probabilidad de que le guste el vino?

(La Rioja - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Bloque Probabilidad)

Solución.



Sean los sucesos:

$V \equiv$ "A la persona le gusta el vino"

$R \equiv$ "La persona es riojana"

$$\begin{aligned} \blacksquare P(V | R) &\equiv \frac{P(V \cap R)}{P(R)} = \frac{P(V) \cdot P(R | V)}{P(R)} \\ &= \frac{0.6 \cdot \frac{1}{120}}{\frac{7}{1000}} = 0.7142 \end{aligned}$$

Ejercicio 182 (3 puntos)

Una empresa de motos fabrica uno de sus modelos en tres plantas distintas A , B y C , que producen respectivamente el 35 %, el 25 % y el 40 % de las unidades. El modelo está disponible en dos versiones, gasolina y eléctrica. Mientras en la planta B el 65 % de las motos fabricadas son de gasolina, en la C sucede lo contrario y el 65 % de las motos son eléctricas. Sabemos también que, de la producción total, el 60 % de las motos son de gasolina. Se pide:

- (1.25 puntos) ¿Qué porcentaje de motos fabricadas por la planta A son de gasolina?
- (0.5 puntos) ¿Son independientes los sucesos “moto fabricada en la planta B ” y “moto de gasolina”?
- (1.25 puntos) Se elige una moto al azar de dicha empresa, calcula la probabilidad de que haya sido fabricada en la planta B si la moto es eléctrica.

(La Rioja - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque A)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ “La moto es de la planta A ”

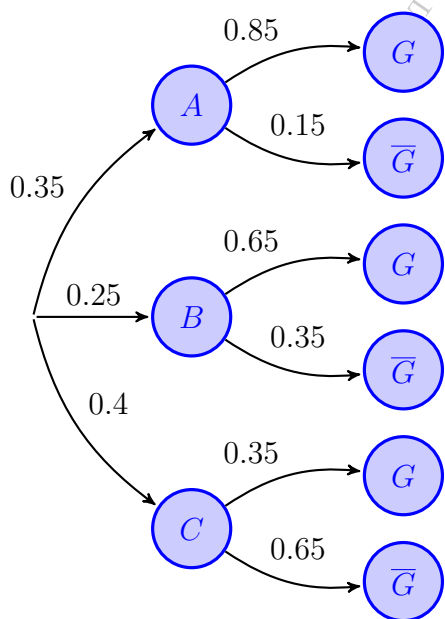
$B \equiv$ “La moto es de la planta B ”

$C \equiv$ “La moto es de la planta C ”

$G \equiv$ “La moto es de gasolina”

$\bar{G} \equiv$ “La moto es eléctrica”

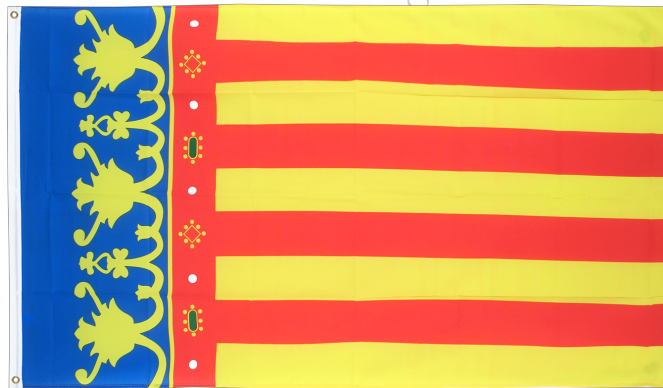
$$\begin{aligned} \text{a) } P(G) &= P((A \cap G) \cup (B \cap G) \cup (C \cap G)) = P(A \cap G) + P(B \cap G) + P(C \cap G) \\ &= P(A) \cdot P(G | A) + P(B) \cdot P(G | B) + P(C) \cdot P(G | C) \\ &= 0.35 \cdot P(G | A) + 0.25 \cdot 0.65 + 0.4 \cdot 0.35 = 0.6 \Rightarrow P(G | A) = 0.85 \Rightarrow 85\% \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{b) } P(B \cap G) &= P(B) \cdot P(G | B) = 0.25 \cdot 0.65 = 0.1625 \\ P(B) \cdot P(G) &= 0.25 \cdot 0.6 = 0.15 \neq P(B \cap G) \\ \Rightarrow B \text{ y } G &\text{ no son independientes} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(B | \bar{G}) &= \frac{P(B \cap \bar{G})}{P(\bar{G})} = \frac{P(B) \cdot P(\bar{G} | B)}{1 - P(G)} \\ &= \frac{0.25 \cdot 0.35}{1 - 0.6} = 0.2187 \end{aligned}$$

Comunidad Valenciana



Ejercicio 183

En una cierta ciudad, las dos terceras partes de los hogares tienen una Smart TV, de los cuales tres octavas partes han contratado algún servicio de televisión de pago, porcentaje que baja al 30 % si consideramos el total de los hogares. Si se elige un hogar al azar

- ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga Smart TV pero sí haya contratado televisión de pago?
- ¿Cuál es la probabilidad de que tenga Smart TV si sabemos que ha contratado televisión de pago?
- ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga Smart TV si sabemos que no ha contratado televisión de pago?

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Modelo 2021)

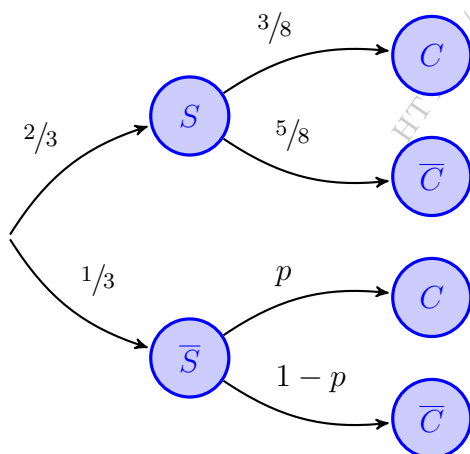
Solución.

Sean los sucesos:

$S \equiv$ "El hogar tiene una Smart TV"

$C \equiv$ "En el hogar han contratado televisión de pago"

$$\begin{aligned}
 P(C) &= P((S \cap C) \cup (\bar{S} \cap C)) = P(S \cap C) + P(\bar{S} \cap C) \\
 &= P(S) \cdot P(C | S) + P(\bar{S}) \cdot P(C | \bar{S}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \cdot p = 0.3 \implies p = 0.15
 \end{aligned}$$



$$a) P(\bar{S} \cap C) = P(\bar{S}) \cdot P(C | \bar{S}) = \frac{1}{3} \cdot 0.15 = 0.05$$

$$\begin{aligned}
 b) P(S | C) &= \frac{P(S \cap C)}{P(C)} = \frac{P(S) \cdot P(C | S)}{P(C)} \\
 &= \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8}}{0.3} = 0.833
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c) P(\bar{S} | \bar{C}) &= \frac{P(\bar{S} \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{P(\bar{S}) \cdot P(\bar{C} | \bar{S})}{1 - P(C)} \\
 &= \frac{\frac{1}{3} \cdot 0.85}{1 - 0.3} = 0.4047
 \end{aligned}$$

o

Ejercicio 184

Sabemos que el 5% de los hombres y el 2% de las mujeres que trabajan en una empresa tienen un salario mensual mayor que 5000 euros. Se sabe también que el 30% de los trabajadores de dicha empresa son mujeres.

- Calcula la probabilidad de que un trabajador de la empresa, elegido al azar, tenga un salario mensual mayor que 5000 euros.
- Si se elige al azar un trabajador de la empresa y se observa que su salario mensual es mayor que 5000 euros, ¿cuál es la probabilidad de que dicho trabajador sea mujer?
- ¿Qué porcentaje de trabajadores de la empresa son hombres con un salario mensual mayor que 5000 euros?

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Modelo 2021)

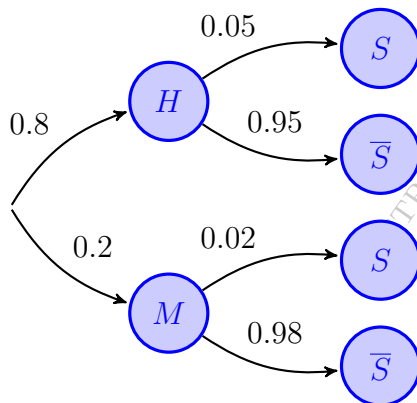
Solución.

Sean los sucesos:

$H \equiv$ “El trabajador es hombre”

$M \equiv$ “El trabajador es mujer”

$S \equiv$ “El trabajador gana más de 5000€”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(S) &= P((H \cap S) \cup (M \cap S)) \\ &= P(H \cap S) + P(M \cap S) \\ &= P(H) \cdot P(S | H) + P(M) \cdot P(S | M) \\ &= 0.7 \cdot 0.05 + 0.3 \cdot 0.02 = 0.041 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(M | S) &= \frac{P(M \cap S)}{P(S)} = \frac{P(M) \cdot P(S | M)}{P(S)} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.02}{0.041} = 0.1463 \end{aligned}$$

$$\text{c) } P(H \cap S) = P(H) \cdot P(S | H) = 0.7 \cdot 0.05 = 0.035, \text{ luego el } 3.5\% \text{ de los trabajadores son hombres que ganan más de } 5000\text{€}.$$

————— o —————

Ejercicio 185

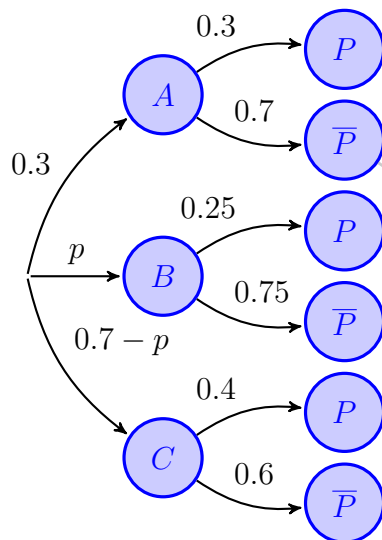
Una empresa fabrica protectores de pantalla para teléfonos móviles. La empresa produce tres tipos de protectores: de 4 pulgadas, de 4.7 pulgadas y de 5 pulgadas. Consideramos la población de los habitantes de una ciudad que poseen un único teléfono móvil y cuya medida es una de estas tres. Un estudio de mercado indica que el 30% de los teléfonos móviles tienen una pantalla de 4 pulgadas. Este mismo estudio también indica que el 30% de los usuarios de un teléfono móvil de una pantalla de 4 pulgadas utilizan un protector de pantalla. Este también es el caso del 25% de los que poseen un teléfono móvil con pantalla de 4.7 pulgadas y del 40% de los que poseen un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas.

- Si el 34% de los que tienen un teléfono móvil usan un protector de pantalla, calculad el porcentaje de los que usan un teléfono móvil de 4.7 pulgadas y el porcentaje de los que usan un teléfono móvil de 5 pulgadas.
- Se considera un usuario de teléfono móvil con protector de pantalla. Calcula la probabilidad de que utilice un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas.
- Consideramos ahora una persona que tiene un teléfono móvil con protector de pantalla y cuya pantalla no es de 4.7 pulgadas. Calcula la probabilidad de que use un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas.

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Junio 2021)

Solución.

$A \equiv$ "El móvil tiene pantalla de 4" " $B \equiv$ "El móvil tiene pantalla de 4.7"
 $C \equiv$ "El móvil tiene pantalla de 5" " $P \equiv$ "El móvil tiene protector de pantalla"



$$\begin{aligned}
 \text{a) } P(P) &= P((A \cap P) \cup (B \cap P) \cup (C \cap P)) \\
 &= P(A \cap P) + P(B \cap P) + P(C \cap P) \\
 &= P(A) \cdot P(P | A) + P(B) \cdot P(P | B) \\
 &\quad + P(C) \cdot P(P | C) = 0.3 \cdot 0.3 + p \cdot 0.25 \\
 &\quad + (0.7 - p) \cdot 0.4 = 0.37 - 0.15p = 0.34 \\
 &\Rightarrow p = 0.2 \Rightarrow 20\% \text{ usa } 4.7'' \text{ \& } 50\% \text{ usa } 5''
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } P(C | P) &= \frac{P(C \cap P)}{P(P)} = \frac{P(C) \cdot P(P | C)}{P(P)} \\
 &= \frac{0.5 \cdot 0.4}{0.34} = 0.5882
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } P(C \cap P | \bar{B} \cap P) &= \frac{P((C \cap P) \cap (\bar{B} \cap P))}{P(\bar{B} \cap P)} = \frac{P(C \cap P)}{P(A \cap P) + P(C \cap P)} \\
 &= \frac{P(C \cap P)}{P(A) \cdot P(P | A) + P(C) \cdot P(P | C)} = \frac{0.5 \cdot 0.4}{0.3 \cdot 0.3 + 0.5 \cdot 0.4} = 0.6896
 \end{aligned}$$

Ejercicio 186

Una determinada enfermedad afecta actualmente al 5% de la población. El único test disponible para detectar la enfermedad tiene una probabilidad del 99% de clasificar correctamente a los enfermos (probabilidad de que el test dé positivo si la persona tiene la enfermedad), mientras que la probabilidad de que el test dé negativo si la persona no está enferma es del 95%. Se pide:

- La probabilidad de que una persona está enferma si ha dado positivo en el test.
- La probabilidad de que una persona está sana si ha dado negativo en el test.
- La probabilidad de que el test dé el resultado correcto.
- Existen indicios para creer que la enfermedad afecta únicamente a un 1% de la población. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona está enferma si ha dado positivo en el test en este caso?

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Julio 2021)

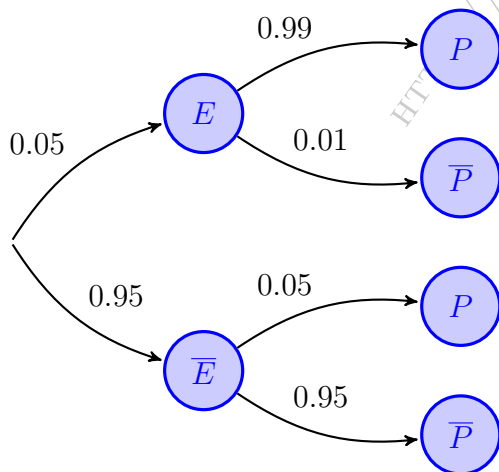
Solución.

Sean los sucesos:

$E \equiv$ "La persona tiene la enfermedad"

$P \equiv$ "El test da positivo"

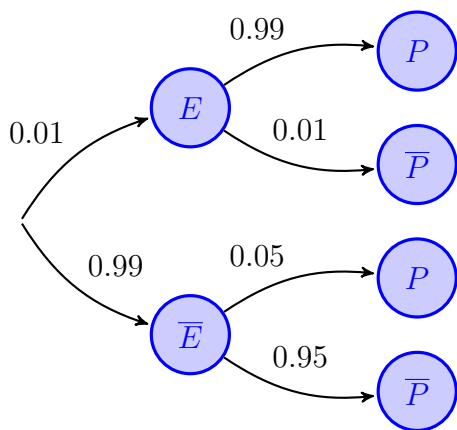
$$\begin{aligned} P(P) &= P(P(E \cap P) \cup (P(\bar{E} \cap P))) = P(E \cap P) + P(\bar{E} \cap P) \\ &= P(E) \cdot P(P | E) + P(\bar{E}) \cdot P(P | \bar{E}) = 0.05 \cdot 0.99 + 0.95 \cdot 0.05 = 0.097 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(E | P) &= \frac{P(E \cap P)}{P(P)} = \frac{P(E) \cdot P(P | E)}{P(P)} \\ &= \frac{0.05 \cdot 0.99}{0.097} = 0.5103 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(\bar{E} | \bar{P}) &= \frac{P(\bar{E} \cap \bar{P})}{P(\bar{P})} = \frac{P(\bar{E}) \cdot P(\bar{P} | \bar{E})}{1 - P(P)} \\ &= \frac{0.95 \cdot 0.95}{1 - 0.097} = 0.9994 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P((E \cap P) \cup (\bar{E} \cap \bar{P})) &= P(E \cap P) + P(\bar{E} \cap \bar{P}) \\ &= P(E) \cdot P(P | E) + P(\bar{E}) \cdot P(\bar{P} | \bar{E}) \\ &= 0.05 \cdot 0.99 + 0.95 \cdot 0.95 = 0.952 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 d) \quad P(P) &= P((E \cap P) \cup (\bar{E} \cap P)) \\
 &= P(E \cap P) + P(\bar{E} \cap P) \\
 &= P(E) \cdot P(P | E) + P(\bar{E}) \cdot P(P | \bar{E}) \\
 &= 0.01 \cdot 0.99 + 0.99 \cdot 0.05 = 0.0594 \\
 P(E | P) &= \frac{P(E \cap P)}{P(P)} = \frac{P(E) \cdot P(P | E)}{P(P)} \\
 &= \frac{0.01 \cdot 0.99}{0.0594} = 0.1665
 \end{aligned}$$

Ejercicio 187

Entre los clientes de una compañía de seguros de automóviles, un 30 % tiene menos de 30 años, un 55 % tiene entre 30 y 60 años, y el 15 % restante tiene más de 60 años. Se sabe que, entre los clientes de menos de 30 años, 3 de cada 4 no presentaron parte de accidente el año pasado: entre los clientes que tienen entre 30 y 60 años, 9 de cada 10 no presentaron parte de accidente el año pasado: y entre los clientes de más de 60 años, 2 de cada 5 no presentaron parte de accidente el año pasado. Seleccionamos al azar un cliente de la compañía.

- Llamemos A al suceso “el cliente seleccionado tiene más de 60 años” y llamemos B al suceso “el cliente seleccionado no presentó parte de accidente el año pasado”. Calcula $P(A \cup B)$.
- Llamemos C al suceso “el cliente seleccionado tiene 30 años o más” y D al suceso “el cliente seleccionado presentó parte de accidente el año pasado”. Calcula $P(C \cap D)$.
- Si sabemos que el cliente seleccionado presentó parte de accidente el año pasado, calcula la probabilidad de que tenga 60 años o menos.

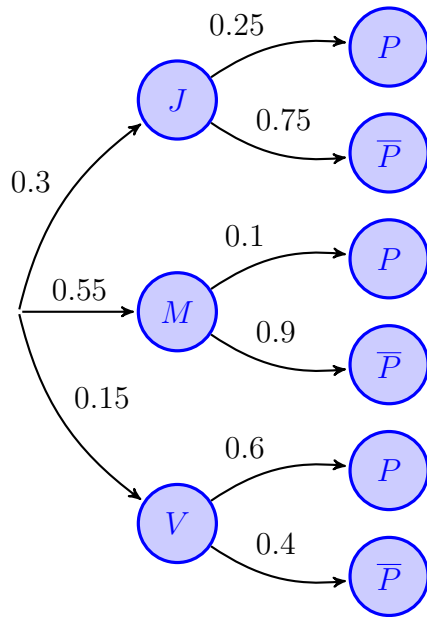
(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Junio 2022)

Solución.

Sean los sucesos:

- $J \equiv$ “El cliente tiene menos de 30 años” $M \equiv$ “El cliente tiene entre 30 y 60 años”
 $V \equiv$ “El cliente tiene más de 60 años” $P \equiv$ “El cliente presenta parte de accidente”

$$\begin{aligned}
 P(P) &= P((J \cap P) \cup (M \cap P) \cup (V \cap P)) = P(J \cap P) + P(M \cap P) + P(V \cap P) \\
 &= P(J) \cdot P(J \cap P) + P(M) \cdot P(M \cap P) + P(V) \cdot P(V \cap P) \\
 &= 0.3 \cdot 0.25 + 0.55 \cdot 0.1 + 0.15 \cdot 0.6 = 0.22
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(A \cup B) &= P(V \cup \bar{P}) = P(V) + P(\bar{P}) - P(V \cap \bar{P}) \\ &= P(V) + 1 - P(P) - P(V) \cdot P(\bar{P} | V) \\ &= 0.15 + 1 - 0.22 - 0.15 \cdot 0.4 = 0.87 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C \cap D) &= P((M \cup V) \cap P) \\ &= P((M \cap P) \cup (V \cap P)) \\ &= P(M \cap P) + P(V \cap P) \\ &= P(M) \cdot P(P | M) + P(V) \cdot P(P | V) \\ &= 0.55 \cdot 0.1 + 0.15 \cdot 0.6 = 0.145 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(\bar{V} | P) &= 1 - P(V | P) = 1 - \frac{P(V \cap P)}{P(P)} \\ &= 1 - \frac{P(V) \cdot P(P | V)}{P(P)} \\ &= 1 - \frac{0.15 \cdot 0.6}{0.22} = 0.591 \end{aligned}$$

2ª FORMA: TABLA DE CONTINGENCIA

Tomamos una población múltiplo de 100 (en nuestro caso 200 para evitar decimales) y rellenamos la tabla de contingencia, con los sucesos definidos en el apartado anterior:

	J	M	V	Total
P	15	11	18	44
\bar{P}	$\frac{3}{4} \cdot 60 = 45$	$\frac{9}{10} \cdot 110 = 99$	$\frac{2}{5} \cdot 30 = 12$	156
Total	$0.3 \cdot 200 = 60$	$0.55 \cdot 200 = 110$	$0.15 \cdot 200 = 30$	200

$$\text{a) } P(A \cup B) = P(V \cup \bar{P}) = P(V) + P(\bar{P}) - P(V \cap \bar{P}) = \frac{30}{200} + \frac{156}{200} - \frac{12}{200} = \frac{174}{200} = 0.87$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(C \cap D) &= P((M \cup V) \cap P) = P((M \cap P) \cup (V \cap P)) = P(M \cap P) + P(V \cap P) \\ &= \frac{11}{200} + \frac{18}{200} = \frac{29}{200} = 0.145 \end{aligned}$$

$$\text{c) } P(\bar{V} | P) = \frac{44 - 18}{44} = \frac{26}{44} = 0.591$$

————— ◦ —————

Ejercicio 188

El director de una entidad que audita la contabilidad de empresas sabe, por experiencias pasadas, que cuando se hace una auditoría el 30 % de las empresas merece una calificación de “Excelente”, el 50 % de las empresas merece la calificación de “Aceptable” y el 20 % restante merece una calificación de “Deficiente”. El director también sabe que entre los auditores de su entidad hay un 90 % de auditores que siempre auditan correctamente y dan a cada empresa la calificación que merece; pero hay un 10 % de auditores que no auditan correctamente y dan siempre una calificación de “Aceptable”.

- ¿Qué proporción de empresas auditadas por esa entidad recibe la calificación “Deficiente”?
- ¿Qué proporción de empresas auditadas por esa entidad recibe la calificación que realmente merece?
- Para analizar si un determinado auditor audita correctamente o no el director le encarga que audite la contabilidad de una empresa escogida al azar. No sabemos cuál es la calificación que merece esa empresa. Si el auditor da la calificación de “Aceptable”, ¿cuál es la probabilidad de que este auditor sea uno de los que siempre auditan correctamente?

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Julio 2022)

Solución.

$E \equiv$ “La empresa merece una calificación de *Excelente*”

$A \equiv$ “La empresa merece una calificación de *Aceptable*”

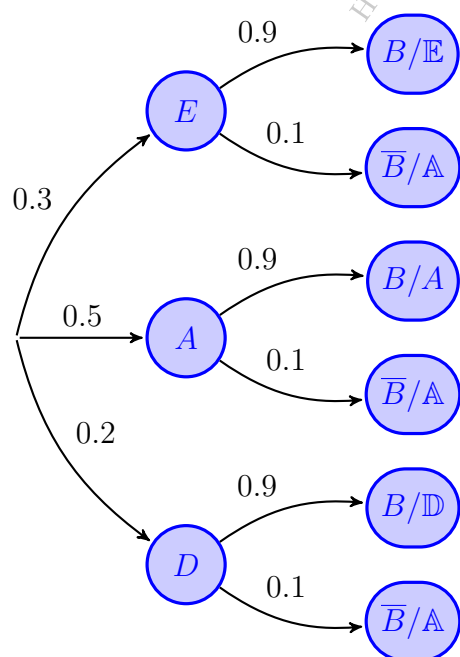
$D \equiv$ “La empresa merece una calificación de *Deficiente*”

$\mathbb{E} \equiv$ “La empresa obtiene una calificación de *Excelente*”

$\mathbb{A} \equiv$ “La empresa obtiene una calificación de *Aceptable*”

$\mathbb{D} \equiv$ “La empresa obtiene una calificación de *Deficiente*”

$B \equiv$ “El auditor es bueno”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\mathbb{D}) &= P(D \cap \mathbb{D}) = P(D) \cdot P(\mathbb{D} | D) \\ &= 0.2 \cdot 0.9 = 0.18 \implies 18\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P((E \cap \mathbb{E}) \cup (A \cap \mathbb{A}) \cup (D \cap \mathbb{D})) &= P(E \cap \mathbb{E}) \\ &+ P(A \cap \mathbb{A}) + P(D \cap \mathbb{D}) = P(E) \cdot P(\mathbb{E} | E) \\ &+ P(A) \cdot P(\mathbb{A} | A) + P(D) \cdot P(\mathbb{D} | D) \\ &= 0.3 \cdot 0.9 + 0.5 \cdot 1 + 0.2 \cdot 0.9 = 0.95 \implies 95\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(B | \mathbb{A}) &= \frac{P(B \cap \mathbb{A})}{P(\mathbb{A})} \\ &= \frac{P(B) \cdot P(\mathbb{A} | B)}{P(E \cap \mathbb{A}) + P(A \cap \mathbb{A}) + P(D \cap \mathbb{A})} \\ &= \frac{0.5 \cdot 0.9}{0.3 \cdot 0.1 + 0.5 \cdot 1 + 0.2 \cdot 0.1} = \frac{9}{11} \\ &= 0.8182 \implies 81.82\% \end{aligned}$$

Ejercicio 189 (3.33 puntos)

Arsenio Lupin ha descubierto que la alarma del Banco de París no se puede desconectar. No obstante, ha averiguado que la probabilidad de que la alarma suene cuando hay un motivo justificado es 0.95 y que la probabilidad de que suene injustificadamente es 0.3. El 31 de diciembre hay una probabilidad de 0.1 de que Arsenio Lupin ataque el Banco de París y se sabe que nadie más lo atracará ese día.

- (4 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que Arsenio Lupin ataque el Banco de París ese día y que no suene la alarma?
- (3 puntos) Si ese día suena la alarma, ¿cuál es la probabilidad de que Arsenio Lupin no esté atracando el Banco de París?
- (3 puntos) Si la alarma no ha sonado ese día, ¿cuál es la probabilidad de que Arsenio Lupin haya atracado el Banco de París?

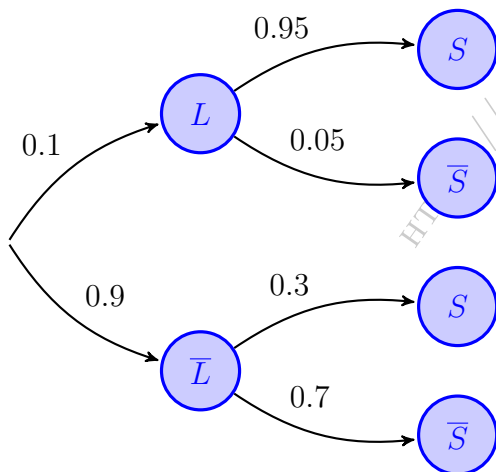
(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Junio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$L \equiv$ "Arsenio Lupin atraca el Banco de París"

$S \equiv$ "La alarma suena"



a) $P(L \cap \bar{S}) = P(L) \cdot P(\bar{S} | L) = 0.1 \cdot 0.05 = 0.005$

b)
$$\begin{aligned} P(S) &= P((L \cap S) \cup (\bar{L} \cap S)) \\ &= P(L \cap S) + P(\bar{L} \cap S) \\ &= P(L) \cdot P(S | L) + P(\bar{L}) \cdot P(S | \bar{L}) \\ &= 0.1 \cdot 0.95 + 0.9 \cdot 0.3 = 0.365 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\bar{L} | S) &= \frac{P(\bar{L} \cap S)}{P(S)} = \frac{P(\bar{L}) \cdot P(S | \bar{L})}{P(S)} \\ &= \frac{0.9 \cdot 0.3}{0.365} = 0.7397 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} P(L | \bar{S}) &= \frac{P(L \cap \bar{S})}{P(\bar{S})} = \frac{P(L) \cdot P(\bar{S} | L)}{1 - P(S)} \\ &= \frac{0.1 \cdot 0.05}{1 - 0.365} = 7.86 \cdot 10^{-3} \simeq 0.0079 \end{aligned}$$

————— ◦ —————

Ejercicio 190 (3.33 puntos)

En una población hay dos compañías, A y B , que proporcionan el servicio de internet. La compañía A proporciona servicio al 70 % de los hogares que han contratado el servicio de internet. El 65 % de los hogares que han contratado el servicio de internet tienen contratado también el servicio de televisión de pago. Sabemos que la mitad de los clientes de la compañía B ha contratado televisión de pago.

- (3 puntos) Calcula el porcentaje de hogares que no han contratado el servicio de televisión de pago y tienen contratado el servicio de internet con la compañía A .
- (4 puntos) Si en un hogar se ha contratado el servicio de internet, pero no el servicio de televisión de pago, ¿cuál es la probabilidad de que sea cliente de la compañía B ?
- (3 puntos) Sea A el suceso “ser cliente de la compañía A ” y T el suceso “haber contratado la televisión de pago”. Calcula $P(A \cup T)$.

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Julio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

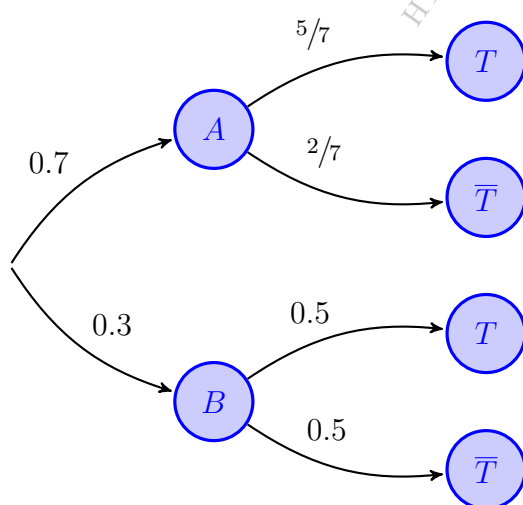
$A \equiv$ “El proveedor de internet es la compañía A ”

$B \equiv$ “El proveedor de internet es la compañía B ”

$T \equiv$ “El hogar ha contratado la televisión de pago”

$$P(T) = P(A \cap T) + P(B \cap T) = P(A) \cdot P(T | A) + P(B) \cdot P(T | B)$$

$$\implies 0.65 = 0.7 \cdot P(T | A) + 0.3 \cdot 0.5 \implies P(T | A) = \frac{5}{7}$$



$$\begin{aligned} \text{a) } P(A \cap \bar{T}) &= P(A) \cdot P(\bar{T} | A) = 0.7 \cdot \frac{2}{7} \\ &= 0.2 \implies 20\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(B | \bar{T}) &= \frac{P(B \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{P(B) \cdot P(\bar{T} | B)}{1 - P(T)} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.5}{1 - 0.65} = 0.4286 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(A \cup T) &= P(A) + P(T) - P(A \cap T) \\ &= P(A) + P(T) - P(A) \cdot P(T | A) \\ &= 0.7 + 0.65 - 0.7 \cdot \frac{5}{7} = 0.85 \end{aligned}$$

Ejercicio 191 (3.33 puntos)

Una urna contiene tres bolas rojas y dos negras, que se van extrayendo de una en una sin reposición. Calcula:

- (3 puntos) La probabilidad de que las dos primeras bolas extraídas sean del mismo color.
- (4 puntos) La probabilidad de que las dos primeras bolas extraídas sean negras, sabiendo que la tercera es roja.
- (3 puntos) La probabilidad de que al extraer las cinco bolas cada una sea de color distinto a la extraída anteriormente.

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Modelo 2024)

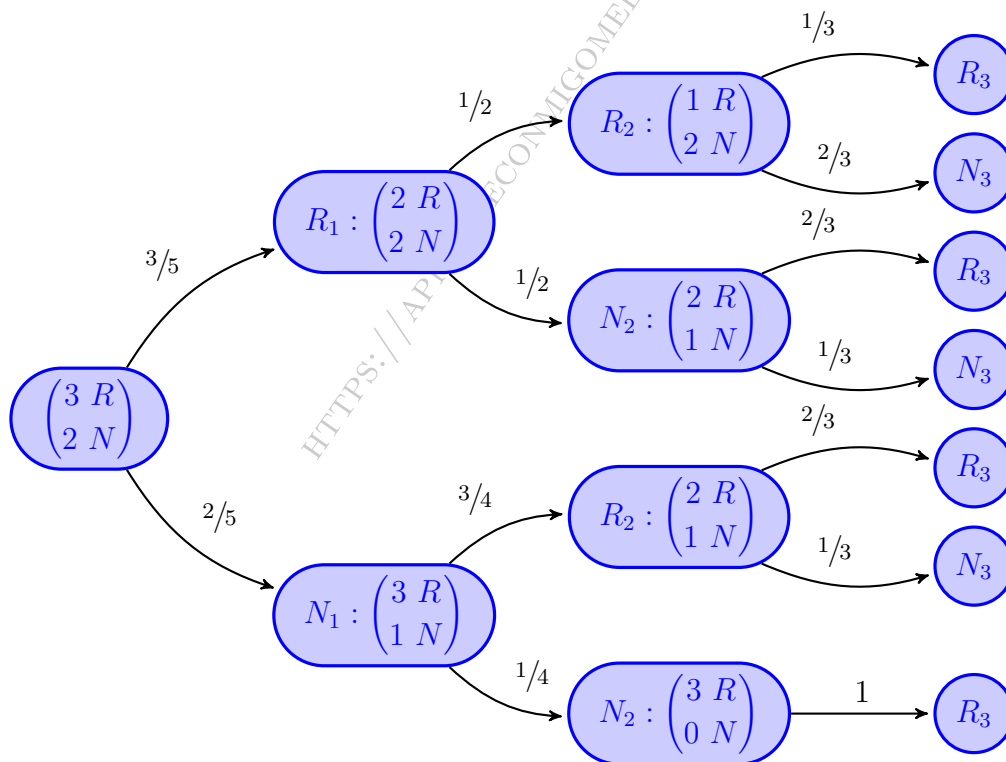
Solución.

Sean los sucesos:

$R_i \equiv$ "La bola i extraída es roja"

$N_i \equiv$ "La bola i extraída es negra"

$M \equiv$ "Las dos primeras bolas son del mismo color"



$$\begin{aligned} \text{a) } P(M) &= P((R_1 \cap R_2) \cup (N_1 \cap N_2)) = P(R_1 \cap R_2) + P(N_1 \cap N_2) \\ &= P(R_1) \cdot P(R_2 | R_1) + P(N_1) \cdot P(N_2 | N_1) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(R_3) &= P((R_1 \cap R_2 \cap R_3) \cup (R_1 \cap N_2 \cap R_3) \cup (N_1 \cap R_2 \cap R_3) \cup (N_1 \cap N_2 \cap R_3)) \\ &= P(R_1 \cap R_2 \cap R_3) + P(R_1 \cap N_2 \cap R_3) + P(N_1 \cap R_2 \cap R_3) + P(N_1 \cap N_2 \cap R_3) \\ &= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$P((N_1 \cap N_2) | R_3) = \frac{P(N_1 \cap N_2 \cap R_3)}{P(R_3)} = \frac{\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot 1}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{6}$$

- c) Para que las cinco bolas extraídas alternen su color necesariamente han de comenzar con bola roja.

$$P(R_1 \cap N_2 \cap R_3 \cap N_4 \cap R_5) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{10}$$

————— o —————

Ejercicio 192 (3.33 puntos)

La colicacilosis es una enfermedad que afecta a los loros. En un centro veterinario, se estima en un 40% la proporción de loros portadores de la enfermedad. Se realiza un test diagnóstico de la enfermedad entre los loros del centro veterinario. Cuando un loro es portador de la enfermedad el test da positivo en el 90% de los casos. Si el loro no es portador de la enfermedad, el test da negativo en el 85% de los casos. Se escoge un loro al azar del centro veterinario. Calcula:

- a) (3 puntos) la probabilidad de que el loro sea portador de la enfermedad y su test dé positivo.
- b) (3 puntos) la probabilidad de que el test dé positivo.
- c) (4 puntos) la probabilidad de que el loro sea portador de la enfermedad, si sabemos que ha dado negativo en el test.

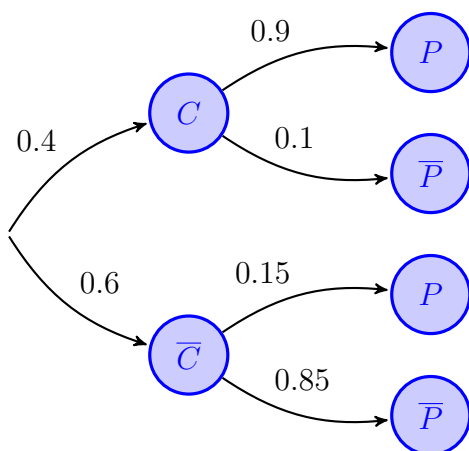
(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Modelo 2024)

Solución.

Sean los sucesos:

$C \equiv$ "El loro es portador de colicacilosis"

$P \equiv$ "El test da positivo en la enfermedad"



a) $P(C \cap P) = P(C) \cdot P(P | C) = 0.4 \cdot 0.9 = 0.36$

b) $P(P) = P((C \cap P) \cup (\bar{C} \cap P))$
 $= P(C \cap P) + P(\bar{C} \cap P)$
 $= P(C) \cdot P(P | C) + P(\bar{C}) \cdot P(P | \bar{C})$
 $= 0.4 \cdot 0.9 + 0.6 \cdot 0.15 = 0.45$

c) $P(C | \bar{P}) = \frac{P(C \cap \bar{P})}{P(\bar{P})} = \frac{P(C) \cdot P(\bar{P} | C)}{1 - P(P)}$
 $= \frac{0.6 \cdot 0.15}{1 - 0.45} = 0.1636$

————— o —————

Ejercicio 193 (3 puntos)

En un país se sabe que un 35% de personas vive en municipios pequeños (10000 habitantes o menos), un 25% de personas vive en municipios medianos (entre 10001 y 50000 habitantes) y un 40% de personas vive en municipios grandes (más de 5000 habitantes). Entre las personas que viven en municipios pequeños, un 20% se graduó en la universidad; entre las que viven en municipios medianos, un 30% se graduó en la universidad; y entre las que viven en municipios grandes, un 60% se graduó en la universidad. Seleccionamos al azar una persona de este país.

- (1 punto) Calcula la probabilidad de que la persona seleccionada se haya graduado en la universidad.
- (1 punto) Si sabemos que la persona seleccionada se graduó en la universidad, ¿cuál es la probabilidad de que viva en un municipio con más de 10000 habitantes?
- (1 punto) Calcula la probabilidad de la intersección de los sucesos “la persona seleccionada vive en un municipio con 50000 habitantes o menos” y la persona seleccionada se graduó en la universidad o vive en un municipio con más de 10000 habitantes”

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción Única)

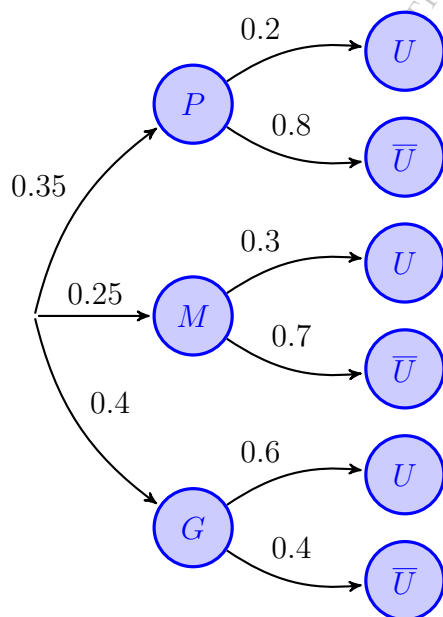
Solución.

$P \equiv$ “La persona vive en un municipio pequeño”

$M \equiv$ “La persona vive en un municipio mediano”

$G \equiv$ “La persona vive en un municipio grande”

$U \equiv$ “La persona se graduó en la universidad”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(U) &= P((P \cap U) \cup (M \cap U) \cup (G \cap U)) \\ &= P(P \cap U) + P(M \cap U) + P(G \cap U) \\ &= P(P) \cdot P(U | P) + P(M) \cdot P(U | M) \\ &\quad + P(G) \cdot P(U | G) = 0.35 \cdot 0.2 \\ &\quad + 0.25 \cdot 0.3 + 0.4 \cdot 0.6 = 0.385 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P((M \cup G) | U) &= 1 - P(P | U) \\ &= 1 - \frac{P(P \cap U)}{P(U)} = 1 - \frac{P(P) \cdot P(U | P)}{P(U)} \\ &= \frac{0.35 \cdot 0.2}{0.385} = 1 - 0.1818 = 0.8182 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (\bar{G} \cap (U \cup \bar{P})) &= P((\bar{G} \cap U) \cup (\bar{G} \cap \bar{P})) \\ &= P(P \cap U) + P(M \cap U) + P(M) \\ &= 0.35 \cdot 0.2 + 0.25 \cdot 0.3 + 0.25 = 0.395 \end{aligned}$$

Ejercicio 194 (3 puntos)

Una prueba diagnóstica para detectar la artritis reumatoide da positiva en 96 % de los casos cuando se tiene la enfermedad, y da negativa en el 94 % de los casos cuando no se tiene la enfermedad. Entre los habitantes de un cierto pueblo, se sabe que uno de cada ciento cuarenta y cinco tiene la enfermedad sin saberlo. Se escoge al azar un habitante de este pueblo y se le aplica la prueba.

- (1 punto) Calcula la probabilidad de que el habitante seleccionado padezca artritis reumatoide y la prueba haya dado negativa.
- (1 punto) Si el resultado de la prueba ha dado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que el habitante seleccionado padezca artritis reumatoide?
- (1 punto) Calcula la probabilidad de que el resultado de la prueba sea correcto.

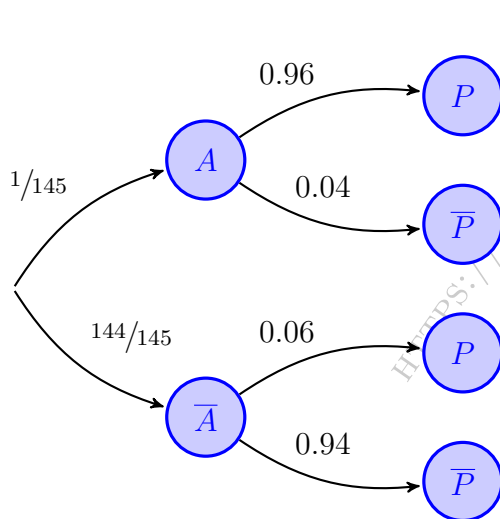
(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Reserva)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ “El paciente tiene artritis reumatoide”

$P \equiv$ “El test da positivo en artritis”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(A \cap \bar{P}) &= P(A) \cdot P(\bar{P} | A) = \frac{1}{145} \cdot 0.04 \\ &= 0.000276 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(P) &= P((A \cap P) \cup (\bar{A} \cap P)) \\ &= P(A \cap P) + P(\bar{A} \cap P) \\ &= P(A) \cdot P(P | A) + P(\bar{A}) \cdot P(P | \bar{A}) \\ &= \frac{1}{145} \cdot 0.96 + \frac{144}{145} \cdot 0.06 = 0.0662 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A | P) &= \frac{P(A \cap P)}{P(P)} = \frac{P(A) \cdot P(P | A)}{P(P)} \\ &= \frac{\frac{1}{145} \cdot 0.96}{0.0662} = 0.1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P((A \cap P) \cup (\bar{A} \cap \bar{P})) &= P(A \cap P) + P(\bar{A} \cap \bar{P}) = P(A) \cdot P(P | A) + P(\bar{A}) \cdot P(\bar{P} | \bar{A}) \\ &= \frac{1}{145} \cdot 0.96 + \frac{144}{145} \cdot 0.94 = 0.9401 \end{aligned}$$