MATEMATICAS CCSS & II
ALGEBRA DE SUCESOS

https://aprendeconmigomelon.com

22 de abril de 2026

IÑIGO ZUNZUNEGUI MONTERRUBIO

En la actualización de este libro creado en 2023 he reunido una serie de ejercicios de Algebra de Sucesos y Tablas de Contingencia. Casi la totalidad los he seleccionado de exámenes de Matemáticas aplicadas a las CCSS y Matemáticas II de la EVAU de varias Comunidades. En total 210 problemas resueltos que espero que te resulten de utilidad.

Índice general

Ejercicios de Algebra de Sucesos

Ejercicio 1

Sabiendo que

$$P(A \mid B) = \frac{1}{3} \quad \& \quad P(B \mid A) = \frac{1}{14} \quad \& \quad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{7}{15}$$

se pide:

a) Probar razonadamente que $P(A \cap B) = \dfrac{1}{30}$

b) Calcular $P(A)$ *y* $P(B)$.

Solución.

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{1}{3} \Longrightarrow P(B) = 3 \cdot P(A \cap B) \; \odot$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{14} \Longrightarrow P(A) = 14 \cdot P(A \cap B) \; \circledast$$

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \Big[P(A) + P(B) - P(A \cap B)\Big]$$

$$\overset{\circledast\,\odot}{=} 1 - \Big]14 \cdot P(A \cap B) + 3 \cdot P(A \cap B) - P(A \cap B)\Big] = 1 - 16 \cdot P(A \cap B)$$

$$= \frac{7}{15} \Longrightarrow 16 \cdot P(A \cap B) = \frac{8}{15} \Longrightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{30} \; \checkmark$$

b) $P(A) = 14 \cdot P(A \cap B) = 14 \cdot \dfrac{1}{30} = \dfrac{14}{30} = \dfrac{7}{15}$

$$P(B) = 3 \cdot P(A \cap B) = 3 \cdot \frac{1}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

EVAU - Matemáticas CCSS

Andalucia

Ejercicio 2

a) *Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que* $P(A) = 0.5 \quad \& \quad P(B) = 0.4 \quad \& \quad P(A \cup B) = 0.8$, *determine* $P(A \mid B)$.

b) *Sean C y D dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que* $P(C) = 0.3 \quad \& \quad P(D) = 0.8$, *y que C y D son independientes, determine* $P(C \cup D)$.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Modelo 2021 - Bloque C)

Solución.

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.5 + 0.4 - 0.8 = 0.1$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.1}{0.4} = 0.25$$

b) $P(C \cup D) = P(C) + P(D) - P(C \cap D) \overset{C \text{ y } D}{\underset{Indep.}{=}} P(C) + P(D) - P(C) \cdot P(D)$

$= 0.3 + 0.8 - 0.3 \cdot 0.8 = 0.86$

Ejercicio 3

Sean A y B dos sucesos de un mismo experimento aleatorio de los que se sabe que:

$$P(A - B) = 0.3 \quad \& \quad P(\overline{A}) = 0.35 \quad \& \quad P(B) = 0.55$$

a) *Calcule la probabilidad de que suceda al menos uno de ellos.*

b) *Calcule la probabilidad de que ocurra B, sabiendo que no ha ocurrido A.*

c) *Calcule la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos.*

d) *Razone si los sucesos A y B son independientes.*

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Bloque C - Reserva)

Solución.

Utilizaremos la notación $P(A \cap \overline{B}) = P(A - B)$

a) $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0.35 = 0.65$

$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) \implies P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \overline{B}) = 0.65 - 0.3 = 0.35$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.65 + 0.55 - 0.35 = 0.85$

b) $$P(B \mid \overline{A}) = \frac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\overline{A})} = \frac{0.55 - 0.35}{0.35} = 0.5714$$

c) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.85 = 0.15$

d) $P(A \cap B) = 0.35$

$P(A) \cdot P(B) = 0.65 \cdot 0.55 = 0.3575$

Como $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$, los sucesos A y B no son independientes.

Ejercicio 4

En una comunidad de vecinos, el 90 % de sus miembros tiene vehículo propio, el 40 % hace uso del transporte público y un 3 % ni tiene vehículo propio ni usa el transporte público. Se elige al azar un miembro de esa comunidad.

a) Calcule la probabilidad de que tenga vehículo propio o use el transporte público.

b) Calcule la probabilidad de que use el transporte público y no tenga vehículo propio.

c) Calcule la probabilidad de que use el transporte público, sabiendo que no tiene vehículo propio.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2021 - Bloque C - Extraordinario)

Solución.

Sean los sucesos:

$$V \equiv \text{“El vecino tiene vehículo propio”}$$
$$T \equiv \text{“El vecino utilza el transporte público”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(V) = 0.9 \qquad \& \qquad P(T) = 0.4 \qquad \& \qquad P(\overline{V} \cap \overline{T}) = 0.03$$

a) $P(\overline{V} \cap \overline{T}) = 0.03 = P(\overline{V \cup T}) = 1 - P(V \cup T) = 0.03 \implies P(V \cup T) = 0.97$

b) $P(V \cap T) = P(V) + P(T) - P(V \cup T) = 0.9 + 0.4 - 0.97) = 0.33$

$P(T \cap \overline{V}) = P(T) - P(V \cap T) = 0.4 - 0.33 = 0.07$

c) $P(P \mid \overline{V}) = \dfrac{P(T \cap \overline{V})}{P(\overline{V})} = \dfrac{P(T \cap \overline{V})}{1 - P(V)} = \dfrac{0.07}{1 - 0.9} = 0.7$

Ejercicio 5

Sean A y B dos sucesos asociados a un mismo espacio muestral con $P(A^c) = 0.4$ y $P(A \cap B^c) = 0.12$.

a) Calcule $P(A)$ y $P(A \cap B)$.

b) Determine $P(B)$ para que A y B sean independientes.

c) Si $P(B^c) = 0.2$, calcule $P(A \cup B)$, $P(A^c \cup B^c)$ y $P(A \mid B^c)$.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2021 - Bloque C - Suplente)

Solución.

Utilizaremos la notación $\overline{A}$ para el suceso complementario del suceso A.

a) $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0.4 = 0.6$

$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.12 \implies P(A \cap B) = 0.6 - 0.12 = 0.48$

b) A y B son independientes $\iff P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$\implies 0.48 = 0.6 \cdot P(B) \implies P(B) = 0.8$

c) $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0.2 = 0.8$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.8 - 0.48 = 0.92$

$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.48 = 0.52$

$$P(A \mid \overline{B}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{0.12}{0.2} = 0.6$$

[C]

Ejercicio 6

En un estudio realizado en una sucursal bancaria se ha determinado que el 70 % de los créditos concedidos son hipotecarios y el 25 % de los créditos superan los 200000€. El 20 % de los créditos son hipotecarios y de más de 200000€. Se elige al azar un cliente al que le han concedido un crédito. Calcule la probabilidad de que:

a) El crédito no sea hipotecario y no supere los 200000€.

b) Si su crédito no es hipotecario, éste no supere los 200000€.

c) Si su crédito supera los 200000€, que éste no sea hipotecario.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque C)

Solución.

Sean los sucesos:

$$H \equiv \text{“El crédito es hipotecario”}$$
$$S \equiv \text{“El crédito supera los 200000€”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(H) = 0.7 \qquad \& \qquad P(S) = 0.25 \qquad \& \qquad P(H \cap S) = 0.2$$

1ª Forma: Teoría de Sucesos

a) $P(\overline{H} \cap \overline{S}) = P(\overline{H \cup S}) = 1 - P(H \cup S) = 1 - \left[P(H) + P(S) - P(H \cap S)\right]$

$= 1 - (0.7 + 0.25 - 0.2) = 0.25$

b) $P(\overline{S} \mid \overline{H}) = \dfrac{P(\overline{S} \cap \overline{H})}{P(\overline{H})} = \dfrac{P(\overline{S} \cap \overline{H})}{1 - P(H)} = \dfrac{0.25}{1 - 0.7} = 0.833$

c) $P(\overline{H} \mid S) = \dfrac{(\overline{H} \cap S)}{P(S)} = \dfrac{P(S) - P(H \cap S)}{P(S)} = \dfrac{0.25 - 0.2}{0.25} = 0.2$

2ª Forma: Tabla de Contingencia

	H	$\overline{H}$	**Total**
S	0.2	0.05	0.25
$\overline{S}$	0.5	0.25	0.75
Total	0.7	0.3	1

a) $P(\overline{H} \cap \overline{S}) = 0.25$

b) $P(\overline{S} \mid \overline{H}) = \dfrac{0.25}{0.3} = 0.833$

c) $P(\overline{H} \mid S) = \dfrac{0.05}{0.25} = 0.2$

Ejercicio 7

En su tiempo libre, el 65 % de los estudiantes de un centro educativo juega con videojuegos, el 45 % lee libros y el 15 % no hace ninguna de las dos cosas. Elegido al azar un estudiante de dicho centro, calcule la probabilidad de que:

a) *Juegue con videojuegos o lea libros.*

b) *Juegue con videojuegos y no lea libros.*

c) *Lea libros sabiendo que no juega con videojuegos.*

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque C)

Solución.

Sean los sucesos:

$$V \equiv \text{“El estudiante juega a videojuegos”}$$
$$L \equiv \text{“El estudiante lee libros”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(V) = 0.65 \qquad \& \qquad P(L) = 0.45 \qquad \& \qquad P(\overline{V} \cap \overline{L}) = 0.15$$

1ª Forma: Teoría de Sucesos

a) $P(V \cup L) = 1 - P(\overline{V \cup L}) = 1 - P(\overline{V} \cap \overline{L}) = 1 - 0.15 = 0.85$

b) $P(V \cap \overline{L}) = P(V \cup L) - P(L) = 0.85 - 0.45 = 0.4$

c) $P(L \mid \overline{V}) = \dfrac{P(L \cap \overline{V})}{P(\overline{V})} = \dfrac{P(V \cup L) - P(V)}{1 - P(V)} = \dfrac{0.85 - 0.65}{1 - 0.65} = \dfrac{0.2}{0.35} = 0.571$

2ª Forma: Tabla de Contingencia

	V	$\overline{V}$	**Total**
L	0.25	0.2	0.45
$\overline{L}$	0.4	0.15	0.55
Total	0.65	0.35	1

a) $P(V \cup L) = P(V) + P(L) - P(V \cap L)$
$= 0.65 + 0.45 - 0.25 = 0.85$

b) $P(V \cap \overline{L}) = 0.4$

c) $P(L \mid \overline{V}) = \dfrac{0.2}{0.35} = 0.571$

Ejercicio 8

De los sucesos A y B de mismo experimento aleatorio se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(A) = 0.7 \qquad \& \qquad P(B) = 0.6 \qquad \& \qquad P(A \cup B) = 0.8$$

Calcule la probabilidad de que:

a) Ocurra A y B.

b) No ocurra ni A ni B.

c) Ocurra A pero no B.

d) Ocurra A sabiendo que no ha ocurrido B

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque C - Reserva)

Solución.

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.7 + 0.6 - 0.8 = 0.5$

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.8 = 0.2$

c) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.7 - 0.5 = 0.2$

d) $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} == \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{1 - P(B)} = \dfrac{0.2}{1 - 0.6} = 0.5$

Ejercicio 9

Juan realiza el siguiente juego: Lanza dos dados simultáneamente y si la suma es 2 o mayor que 7, gana y termina el juego. En caso contrario, tiene una segunda y última oportunidad lanzando de nuevo los dos dados y ganaría si la suma es mayor que 9.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan gane lanzando una sola vez los dados?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan gane en la segunda oportunidad?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan gane?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque C - Suplente)

Solución.

Sea el suceso:

$$\begin{aligned}
G_i \equiv& \text{“Ganar en el lanzamiento } i\text{”}\\
\Omega =&\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)\\
&(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)\\
&(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)\\
&(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)\\
&(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)\\
&(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}\\
G_1 =&\{(1,1),(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2),(3,6),(4,5)\\
&(5,4),(6,3),(4,6),(5,5),(6,4),(5,6),(6,5),(6,6)\}\\
G_2 =&\{(4,6),(5,5),(6,4),(5,6),(6,5),(6,6)\}
\end{aligned}$$

a) $P(G_1) = \dfrac{16}{36} = 0.4444$

b) $P(\overline{G}_1 \cap G_2) = P(\overline{G}_1) \cdot P(G_2) = \dfrac{20}{36} \cdot \dfrac{6}{36} = \dfrac{5}{54} = 0.0926$

c) $P(G) = P\Big(G_1 \cup (\overline{G}_1 \cap G_2)\Big) = P(G_1) + P(\overline{G}_1 \cap G_2) = \dfrac{16}{36} + \dfrac{5}{54} = 0.537$

Ejercicio 10

Una encuesta realizada a los clientes de un banco muestra que el 60 % de sus clientes tiene un ordenador, el 50 % tiene una tablet y el 20 % posee un ordenador y una tablet. Se elige al azar un cliente de ese banco.

a) Calcule la probabilidad de que:

i) Tenga un ordenador o una tablet.

ii) No tenga tablet si no tiene ordenador.

iii) Tenga ordenador y no tenga tablet.

b) (0.5 puntos) ¿Son los sucesos "Tener un ordenador" y "Tener una tablet" incompatibles? ¿Son sucesos independientes?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque C - Suplente)

Solución.

Sean los sucesos:

$$O \equiv \text{"El cliente tiene un ordenador"}$$
$$T \equiv \text{"El cliente tiene una tablet"}$$

$$P(O) = 0.6 \qquad \& \qquad P(T) = 0.5 \qquad \& \qquad P(O \cap T) = 0.2$$

a) i) $P(O \cup T) = P(O) + P(T) - P(O \cap T) = 0.6 + 0.5 - 0.2 = 0.9$

ii) $P(\overline{T} \mid \overline{O}) = \dfrac{P(\overline{T} \cap \overline{O})}{P(\overline{O})} = \dfrac{P(\overline{T \cup O})}{1 - P(O)} = \dfrac{1 - P(T \cup O)}{1 - P(O)} = \dfrac{1 - 0.9}{1 - 0.6} = 0.25$

iii) $P(O \cap \overline{T}) = P(O) - P(O \cap T) = 0.6 - 0.2 = 0.4$

b) $P(O \cap T) = 0.1 \neq 0 \implies$ los sucesos O y T no son incompatibles

$P(O) \cdot P(T) = 0.6 \cdot 0.5 = 0.3 \neq P(O \cap T) \Rightarrow$ los sucesos O y T no son independientes

Ejercicio 11

El 80 % de los restaurantes de una localidad admite el pago con tarjeta de crédito, el 50 % admite pagar mediante el móvil y el 10 % no admite el pago con ninguno de estos métodos. Escogido al azar un restaurante de dicha localidad.

a) Calcule la probabilidad de que el restaurante admita.

I) Alguno de estos dos medios de pago.

II) Pagar con móvil sabiendo que admite pagar con tarjeta de crédito.

b) (puntos) ¿Son independientes los sucesos "Pagar con tarjeta" y "Pagar con móvil"?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Bloque C - Reserva)

Solución.

Sean los sucesos:

$$T \equiv \text{"El establecimiento admite pago con tarjeta"}$$
$$M \equiv \text{"El establecimiento admite pago con móvil"}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(T) = 0.8 \qquad \& \qquad P(M) = 0.5 \qquad \& \qquad P(\overline{T} \cap \overline{M}) = 0.1$$

a) I) $P(\overline{T} \cap \overline{M}) = P(\overline{T \cup M}) = 1 - P(T \cup M) = 0.1 \implies P(T \cup M) = 0.9$

II) $$P(M \mid T) = \frac{P(M \cap T)}{P(T)} = \frac{P(M) + P(T) - P(M \cup T)}{P(T)} = \frac{0.8 + 0.5 - 0.9}{0.8}$$
$$= \frac{0.4}{0.8} = 0.5$$

b) $P(T \cap M) = 0.4$

$P(T) \cdot P(M) = 0.5 \cdot 0.8 = 0.4 = P(T \cap M) \implies T$ y M son independientes

Ejercicio 12

En una localidad se han vendido 1335 boletos de lotería en tres establecimientos A, B y C. En el establecimiento A se han vendido 1054 boletos, 99 en B y el resto en C. De los boletos premiados, 5 han sido vendidos en B y 13 en C. Sabemos que 95 de cada 100 boletos vendidos no han obtenido premio. Elegido un boleto al azar, se pide:

a) ¿Cuál es el establecimiento que tiene una mayor probabilidad de haber vendido un boleto no premiado?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un boleto no premiado haya sido vendido en el establecimiento A?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Bloque C - Reserva)

Solución.

Boletas premiados $= 0.05 \cdot 1335 = 66.75$ & Boletas no premiados $= 0.95 \cdot 1335 = 1268.25$

	A	B	C	**Total**
P	48.75	5	13	66.75
$\overline{P}$	1005.25	94	169	1268.25
Total	1054	99	182	1335

a) $P(A \mid \overline{P}) = \dfrac{1005.25}{1268.25} = 0.7926$

$P(B \mid \overline{P}) = \dfrac{94}{1268.25} = 0.0741$

$P(C \mid \overline{P}) = \dfrac{169}{1268.25} = 0.0.1332$

Luego el establecimiento que tiene más probabilidad de vender un boleto no premiado es el A.

b) $P(A \mid \overline{P}) = \dfrac{1005.25}{1268.25} = 0.7926$

Ejercicio 13

Se ha llevado a cabo una encuesta en un centro educativo para saber qué actividades extraescolares se realizan por la tarde. El 80 % de los encuestados practican deporte o estudian idiomas, el 35 % realizan ambas actividades y el 60 % no estudian idiomas.

a) Elegido un estudiante de ese centro al azar, calcule la probabilidad de que:

  I) Practique deporte y no estudie idiomas.

  II) Estudie idiomas y no practique deporte.

  III) Haga solamente una de las dos actividades.

  IV) No haga ninguna de las dos actividades.

b) (0.5 puntos) ¿Son independientes los sucesos "Practicar deporte" y "Estudiar idiomas"?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Bloque C - Suplente)

Solución.

Sean los sucesos:

$$D \equiv \text{"El estudiante practica deporte"}$$
$$I \equiv \text{"El estudiante estudia idiomas"}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(D \cup I) = 0.8 \quad \& \quad P(D \cap I) = 0.35 \quad \& \quad P(\overline{I}) = 0.6 \implies P(I) = 1 - 0.6 = 0.4$$

a) I) $P(D \cup I) = P(D) + P(I) - P(D \cap I)$

$\implies P(D) = P(D \cup I) + P(D \cap I) - P(I) = 0.8 + 0.35 - 0.4 = 0.75$

$P(D \cap \overline{I}) = P(D) - P(D \cap I) = 0.75 - 0.35 = 0.4$

II) $P(\overline{D} \cap I) = P(I) - P(D \cap I) = 0.4 - 0.35 = 0.05$

III) $P\Big((D \cap \overline{I}) \cup (\overline{D} \cap I)\Big) = P(D \cap \overline{I}) + P(\overline{D} \cap I) = 0.4 + 0.05 = 0.45$

IV) $P(\overline{D} \cap \overline{I}) = P(\overline{D \cup I}) = 1 - P(D \cup I) = 1 - 0.8 = 0.2$

b) $P(D) \cdot P(I) = 0.75 \cdot 0.4 = 0.3 \neq P(D \cap I) \Rightarrow$ Los sucesos D y I no son independientes

———————— ∘ ————————

Ejercicio 14 (2.5 *puntos*)

Dados dos sucesos A y B de un experimento aleatorio, se sabe que

$$P(A) = 0.6 \quad \& \quad P(B) = 0.3 \quad \& \quad P(A \mid B) = 0.6$$

Se pide:

a) *(0.5 puntos)* $P(A \cup B)$

b) *(0.75 puntos)* $P(A - B) + P(B - A)$

c) *(0.75 puntos)* $P(B \mid \overline{A})$

d) *(0.5 puntos) Razone si los sucesos A y B son independientes. ¿Son incompatibles?*

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2023 - Bloque C - Extraordinario)

Solución.

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \implies P(A \cap B) = P(A \mid B) \cdot P(B) = 0.6 \cdot 0.3 = 0.18$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.3 - 0.18 = 0.72$

b) $P(A - B) + P(B - A) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0.72 - 0.18 = 0.54$

c) $P(B \mid \overline{A}) = \dfrac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \dfrac{0.3 - 0.18}{1 - 0.6} = 0.3$

d) $\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.18 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.6 \cdot 0.3 = 0.18 \end{array}\right\} \Rightarrow \left| \begin{array}{c} P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \\ \text{los sucesos } A \text{ y } B \text{ son independientes} \end{array}\right.$

$P(A \cap B) = 0.18 \neq 0 \implies$ los sucesos A y B no son incompatibles.

Ejercicio 15 (2.5 *puntos*)

Una agencia ha realizado un estudio acerca de la siniestralidad de los vehículos de una región. Se ha dividido a los conductores en dos grupos: jóvenes *los menores de* 30 *años y* sénior *el resto de conductores. Asimismo, también se ha dividido a los vehículos en dos grupos:* nuevos, *los que tienen menos de* 4 *años de antigüedad y* viejos *el resto de vehículos. De los* 54 *siniestros registrados, en* 19 *de ellos el vehículo implicado era nuevo y en* 29 *los conductores eran* jóvenes. *Finalmente,* 21 *de los siniestros se dieron con vehículos* viejos *y conductores* jóvenes. *Se escoge uno de estos siniestros al azar.*

a) *(1 punto) Calcule la probabilidad de que el conductor sea* sénior *y el vehículo* viejo.

b) *(1 punto) Calcule la probabilidad de que el conductor sea* joven, *sabiendo que el vehículo es* viejo.

c) *(0.5 puntos) Determine razonadamente si la siguiente afirmación es cierta: "Los siniestros de este estudio menos probables son aquellos en los que el conductor es* sénior *y el vehículo es* nuevo*".*

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2024 - Bloque C)

Solución.

Sean los sucesos:

$$J \equiv \text{"El siniestro es protagonizado por un conductor joven"}$$
$$S \equiv \text{"El siniestro es protagonizado por un conductor sénior"}$$
$$N \equiv \text{"El siniestro se produce en un vehículo nuevo"}$$
$$V \equiv \text{"El siniestro se produce en un vehículo viejo"}$$

Resumimos los datos (en negro) en una tabla de contingencia que completamos (en azul).

	J	S	**Total**
N	8	11	19
V	21	14	35
Total	29	25	54

a) $P(S \cap V) = \dfrac{14}{54} \simeq 0.2593$

b) $P(J \mid V) = \dfrac{21}{35} = 0.6$

c) La afirmación no es cierta pues:

$P(S \cap N) = \dfrac{11}{54} \quad \& \quad P(J \cap N) = \dfrac{8}{54}$

Y son menos probables los siniestros con vehículos nuevos conducidos por jóvenes.

Ejercicio 16 (2.5 *puntos*)

En una encuesta realizada en una librería se ha determinado que el 45 % de sus clientes compran novelas históricas, mientras que el 40 % no compra novelas de fantasía. Además, de los clientes que compran novelas de fantasía, solo el 30 % compran también novelas históricas. Elegido un cliente al azar, calcule la probabilidad de que:

a) (0.75 puntos) Compre novelas históricas y de fantasía.

b) (1 punto) No compre novelas históricas ni tampoco de fantasía.

c) (0.75 puntos) Compre una novela de fantasía, sabiendo que no ha comprado ninguna novela histórica.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2024 - Bloque C - Suplente)

Solución.

Sean los sucesos:

$$H \equiv \text{“El cliente compra novelas históricas”}$$
$$F \equiv \text{“El cliente compra novelas de fantasía”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(H) = 0.45 \qquad \& \qquad P(\overline{F}) = 0.4 \Rightarrow P(F) = 1 - 0.4 = 0.6 \qquad \& \qquad P(H \mid F) = 0.3$$

a) $P(H \mid F) = \dfrac{P(H \cap F)}{P(F)} = \dfrac{P(H \cap F)}{0.6} = 0.3 \implies \boxed{P(H \cap F) = 0.18}$

b) $P(\overline{H} \cap \overline{F}) = P(\overline{H \cup F}) = 1 - P(H \cup F) = 1 - \Big[P(H) + P(F) - P(H \cap F)\Big]$

$$= 1 - (0.45 + 0.6 - 0.18) \implies \boxed{P(\overline{H} \cap \overline{F}) = 0.13}$$

c) $P(F \mid \overline{H}) = \dfrac{P(F \cap \overline{H})}{P(\overline{H})} = \dfrac{P(F) - P(F \cap H)}{1 - P(H)} = \dfrac{0.6 - 0.18}{1 - 0.45} \Rightarrow \boxed{P(F \mid \overline{H}) = 0.7636}$

Ejercicio 17 (2.5 *puntos*)

Una encuesta realizada a personas que utilizan productos de cosmética arroja los siguientes datos: el 66 % de las personas encuestadas son mujeres y, de estas, el 71 % utilizan cosmética natural. Además, se sabe que el 17.86 % son hombres que no utilizan cosmética natural. Se selecciona una de estas personas al azar.

a) *(0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que sea mujer o use cosmética natural.*

b) *(0.5 puntos) Calcule la probabilidad de que sea hombre y utilice cosmética natural.*

c) *(0.75 puntos) Sabiendo que no usa cosmética natural, calcule la probabilidad de que sea hombre.*

d) *(0.5 puntos) ¿Son sucesos incompatibles "utilizar cosmética natural" y "ser mujer"? ¿Son independientes?*

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque A - Suplente 2)

Solución.

Sean los sucesos:

$$H \equiv \text{"El encuestado es hombre"}$$
$$M \equiv \text{"La encuestada es mujer"}$$
$$C \equiv \text{"El encuestado utiliza productos de cosmética natural"}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(M) = 0.66 \qquad \& \qquad P(C \mid M) = 0.71 \qquad \& \qquad P(H \cap \overline{C}) = 0.1786$$

$$P(C \mid M) = \frac{P(C \cap M)}{P(M)} = \frac{P(C \cap M)}{0.66} = 0.71 \implies P(C \cap M) = 0.4686$$

Hacemos una tabla de contingencia con los datos (en negro) y la completamos (en azul).

	H	M	**Total**
C	0.1614	0.4686	0.63
$\overline{C}$	0.1786	0.1914	0.37
Total	0.34	0.66	1

a) $P(M \cup C) = P(M) + P(C) - P(M \cap C)$
$= 0.66 + 0.63 - 0.4686$
$= 0.8214$

b) $P(H \cap C) = 0.1614$

c) $P(H \mid \overline{C}) = \dfrac{0.1786}{0.37} = 0.4827$

d) $P(C \cap M) = 0.4686 \neq 0 \implies$ los sucesos C y M no son incompatibles

$$\left.\begin{array}{l} P(C \cap M) = 0.4686 \\ P(C) \cdot P(M) = 0.63 \cdot 0.66 = 0.4158 \end{array}\right\} \implies \left| \begin{array}{c} P(C \cap M) \neq P(C) \cdot P(M) \\ \text{los sucesos } C \text{ y } M \\ \text{no son independientes} \end{array}\right.$$

Ejercicio 18 (2.5 *puntos*)

En un determinado centro educativo, el 50 % del alumnado aprueba Historia, el 70 % aprueba Matemáticas y el 30 % aprueba ambas asignaturas. Si se elige un alumno al azar:

a) *(0.75 puntos) Halle la probabilidad de que apruebe solo una de las dos asignaturas.*

b) *(0.5 puntos) Halle la probabilidad de que no apruebe más de una asignatura.*

c) *(0.75 puntos) Halle la probabilidad de que apruebe Historia si ha suspendido Matemáticas.*

d) *(0.5 puntos) Determine si los sucesos "Aprobar Matemáticas" y "Aprobar Historia" son independientes. ¿Son incompatibles?*

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque C)

Solución.

Sean los sucesos:

$H \equiv$ "El alumno aprueba Historia" $\qquad M \equiv$ "El alumno aprueba Matemáticas"

Del enunciado tenemos:

$$P(H) = 0.5 \qquad \& \qquad P(M) = 0.7 \quad \& \quad P(H \cap M) = 0.3$$

a) $P(H \cup M) = P(H) + P(M) - P(H \cap M) = 0.5 + 07 - 0.3 = 0.9$

$P\Big((H \cap \overline{M}) \cup (\overline{H} \cap M)\Big) = P(H \cup M) - P(H \cap M) = 0.9 - 0.3 = 0.6$

b) $P(\overline{H \cap M}) = 1 - P(H \cap M) = 1 - 0.3 = 0.7$

c) $P(H \mid \overline{M}) = \dfrac{P(H \cap \overline{M})}{P(\overline{M})} = \dfrac{P(H) - P(H \cap M)}{1 - P(M)} = \dfrac{0.5 - 0.3}{1 - 0.7} = 0.6667$

d) $P(H \cap M) = 0.3 \neq P(H) \cdot P(M) = 0.5 \cdot 0.7 = 0.35 \implies$ los sucesos H y M no son independientes.

$P(H \cap M) = 0.3 \neq 0 \implies$ los sucesos H y M no son incompatibles

Aragón

Ejercicio 19 (3.33 *puntos*)

Responde a las dos cuestiones siguientes:

a) (6 puntos) Se ha realizado una encuesta sobre la compra de ropa por internet, en concreto sobre compra de ropa nueva y compra de ropa de segunda mano. De los entrevistados, el 90 % dice que compra ropa (usada o nueva), el 15 % compra ropa de ambos tipos y el 60 % no compra ropa de segunda mano. Para un encuestado elegido al azar:

a.1) (3 puntos) Calcule la probabilidad de que compre ropa nueva y no de segunda mano.

a.2) (3 puntos) Si dice que no compra ropa de segunda mano ¿cuál es la probabilidad de que tampoco compre ropa nueva?

b) (4 puntos) En una encuesta realizada a 64 jóvenes 8 se mostraron contrarios a llevar mascarillas en el interior de recintos de ocio. Calcule un intervalo de confianza al 97 % para determinar la proporción de jóvenes que son contrarios al uso de mascarilla en interiores de recintos de ocio.
Por otro lado el alcalde de la ciudad considera que si existe un 25 % de jóvenes adversos al uso de mascarilla se requiere aplicar algún tipo de medida de concienciación. A la vista del intervalo calculado ¿se debería implantar alguna medida de concienciación?

(Aragón - Matemáticas CCSS - Junio 2022)

Solución.

a) Sean los sucesos:

$$N \equiv \text{“El cliente compra ropa nueva”}$$
$$U \equiv \text{“El cliente compra ropa usada”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(N \cup U) = 0.9 \quad \& \quad P(N \cap U) = 0.15 \quad \& \quad P(\overline{U}) = 0.6$$

a.1) $P(N\cap\overline{U}) = P(N\cup U) - P(U) = P(N\cup U) - \left[1 - P(\overline{U})\right] = 0.9 - (1 - 0.6) = 0.5$

a.2) $P(\overline{N} \mid \overline{U}) = \dfrac{P(\overline{N} \cap \overline{U})}{P(\overline{U})} = \dfrac{P(\overline{N \cup U})}{P(\overline{U})} = \dfrac{1 - P(N \cup U)}{P(\overline{U})} = \dfrac{1 - 0.9}{0.6} = 0.1667$

b) $n = 64 \quad \& \quad \hat{p} = \dfrac{8}{64} = 0.125 \quad \& \quad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 0.875 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.97$

$1-\alpha = 0.97 \implies \alpha = 0.03 \implies {}^{\alpha}/_{2} = 0.015 \implies 1-{}^{\alpha}/_{2} = 0.985 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.17$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 2.17 \cdot \sqrt{\dfrac{0.125 \cdot 0.875}{64}} = 0.0897$

$I.C._{97\,\%}(p) = (\hat{p} - E; \hat{p} + E) \implies \boxed{I.C._{97\,\%}(p) = (0.0353; 0.2147)}$

El porcentaje de jóvenes contrarios al uso de mascarilla se encuentra entre el 8.97 % y el 21.47 %, por lo que no se alcanza el 25 % que exigiría una medida correctora. Por tanto no es necesario aplicar ninguna campaña de concienciación

Ejercicio 20 (3.33 *puntos*)

Responda a las siguientes cuestiones:

a) *(6 puntos) La probabilidad de que un autobús escolar llegue con retraso en un día nublado es de 0.08 y en un día despejado 0.004. Durante un periodo de 20 días ha habido 8 días nublados y 12 días despejados. Para un día elegido al azar, ¿cuál será la probabilidad de que el autobús llegue con retraso?*

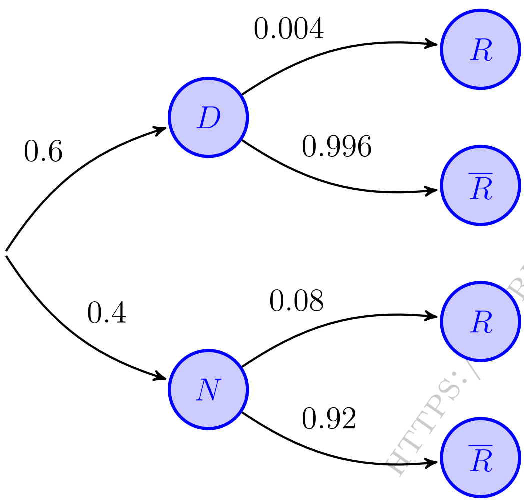
b) *(4 puntos) De los sucesos A y B de un mismo experimento aleatorio se sabe que:*

$$P(A) = \frac{3}{8} \qquad \& \qquad P(B) = \frac{5}{8} \qquad \& \qquad P(A \cup B) = \frac{3}{4}$$

Calcule $P(A \cap B)$ & $P(A \mid B)$ & $P(A \cap \overline{B})$. Justifique si A y B son dos sucesos independientes.

(Aragón - Matemáticas CCSS - Julio 2023)

Solución.



a) Sean los sucesos:

$D \equiv$ "El día es despejado"
$N \equiv$ "El día es nublado"
$R \equiv$ "El autobús llega con retraso"

Del enunciado tenemos:

$$P(D) = \frac{12}{20} = 0.6 \quad \& \quad P(N) = \frac{8}{20} = 0.4$$

$$\begin{aligned} P(R) &= P\big((D \cap R) \cup (N \cap R)\big) \\ &= P(D \cap R) + P(N \cap R) \\ &= P(D) \cdot P(R \mid D) + P(N) \cdot P(R \mid N) \\ &= 0.6 \cdot 0.004 + 0.4 \cdot 0.08 = 0.0344 \end{aligned}$$

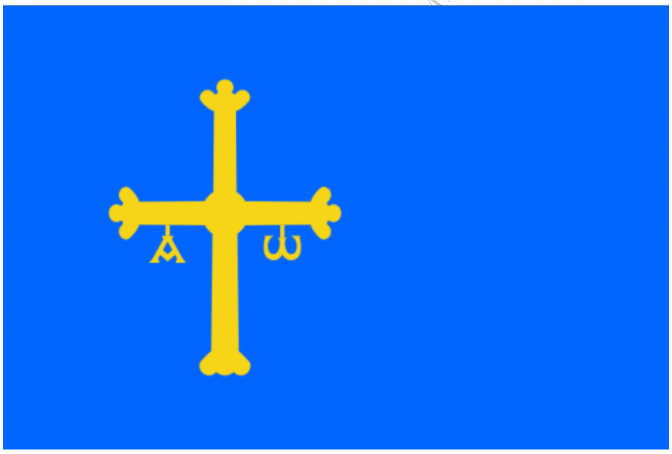
b) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{3}{8} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \implies \boxed{P(A \cap B) = \frac{1}{4}}$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/4}{5/8} \implies \boxed{P(A \mid B) = \frac{2}{5}}$$

$$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} \implies \boxed{P(A \cap \overline{B}) = \frac{1}{8}}$$

$$\left.\begin{aligned} P(A) \cdot P(B) &= \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{8} = \frac{15}{64} \\ P(A \cap B) &= \frac{1}{4} \end{aligned}\right\} \implies \left| \begin{array}{c} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ A \text{ y } B \text{ no son independientes} \end{array}\right.$$

Asturias



Ejercicio 21 (2.5 *puntos*)

Según cierto estudio, se sabe que el 80 % de los hogares de un determinado país tiene contratado el acceso a internet y que el 40 % tiene contratado algún canal de televisión de pago. Además se sabe que el 25 % de los hogares disponen de ambos servicios. Si se selecciona un hogar al azar:

a) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga contratada televisión de pago, pero no internet?

b) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga contratado ninguno de los dos servicios?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$$I \equiv \text{“El hogar tiene contratado el acceso a internet”}$$
$$T \equiv \text{“El hogar tiene contratado televisión de pago”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(I) = 0.8 \qquad \& \qquad P(T) = 0.4 \qquad \& \qquad P(I \cap T) = 0.25$$

a) $P(T \cap \overline{I}) = P(T) - P(I \cap T) = 0.4 - 0.25 \implies \boxed{P(T \cap \overline{I}) = 0.15}$

b) $P(\overline{I} \cap \overline{T}) = P(\overline{I \cup T}) = 1 - P(I \cup T) = 1 - \Big[P(I) + P(T) - P(I \cap T)\Big]$

$= 1 - (0.8 + 0.4 - 0.25) \implies \boxed{P(\overline{I} \cap \overline{T}) = 0.05}$

Ejercicio 22 (2.5 *puntos*)

El 80 % de los empleados de una empresa hablan inglés y el 25 % de todos los empleados hablan alemán. Además el 20 % de los empleados que hablan inglés, también hablan alemán.

a) (1.25 puntos) Elegido un empleado al azar, ¿cuál es la probabilidad de que hable inglés pero no alemán?

b) (1.25 puntos) Elegido al azar un empleado entre los que hablan alemán, ¿cuál es la probabilidad de que no hable inglés?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$$I \equiv \text{“El empleado habla inglés”}$$
$$A \equiv \text{“El empleado habla alemán”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(I) = 0.8 \qquad \& \qquad P(A) = 0.25 \qquad \& \qquad P(A \mid I) = 0.2$$

a) $P(A \mid I) = \dfrac{P(A \cap I)}{P(I)} \implies P(A \cap I) = P(I) \cdot P(A \mid I) = 0.8 \cdot 0.2 = 0.16$

$P(I \cap \overline{A}) = P(I) - P(I \cap A) = 0.8 - 0.16 \implies \boxed{P(I \cap \overline{A}) = 0.64}$

b) $P(\overline{I} \mid A) = \dfrac{P(\overline{I} \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(A) - P(A \cap I)}{P(A)} = \dfrac{0.25 - 0.16}{0.25} \implies \boxed{P(\overline{I} \mid A) = 0.36}$

Ejercicio 23 (2.5 *puntos*)

Los estudiantes extranjeros que durante el curso viven en residencia universitaria suponen el 10 % de todos los estudiantes de una universidad. El 80 % de todos los estudiante no son extranjeros y de ellos, el 75 % no viven en residencia universitaria durante el curso.

a) (1.25 puntos) Calcula la probabilidad de que un estudiante elegido al azar ni sea extranjero, ni viva en residencia universitaria durante el curso.

b) (1.25 puntos) Elegido al azar un estudiante entre los extranjeros, ¿cuál es la probabilidad de que no viva en residencia universitaria durante el curso?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2024)

Solución.

Sean los sucesos:

$$E \equiv \text{“El estudiante es extranjero”}$$
$$R \equiv \text{“El estudiante vive en una residencia”}$$

Del enunuciado tenemos:

$$P(R \cap E) = 0.1 \qquad \& \qquad P(\overline{E}) = 0.8 \qquad \& \qquad P(\overline{R} \mid \overline{E}) = 0.75$$

Resolveremos el sistema mediante una tabla de contingencia en la que ponemos los datos (en negro) y la completamos (en azul).

	R	$\overline{R}$	**Total**
E	0.1	0.1	0.2
$\overline{E}$	0.2	0.6	0.8
Total	0.3	0.7	1

a) $P(\overline{R} \mid \overline{E}) = \dfrac{P(\overline{R} \cap \overline{E})}{P(\overline{E})} = \dfrac{P(\overline{R} \cap \overline{E})}{0.8} = 0.75$

$\Longrightarrow P(\overline{R} \cap \overline{E}) = 0.6$

b) $P(\overline{R} \mid E) = \dfrac{0.1}{0.2} = 0.5$

Ejercicio 24 (2.5 *puntos*)

De cierta región, se sabe que el 40 % de los habitantes tienen hijos, el 20 % de los habitantes tienen estudios superiores y el 5 % de los habitantes, tienen tanto hijos, como estudios superiores.

a) (1.25 puntos) Elegido un habitante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga ni hijos, ni estudios superiores?

b) (1.25 puntos) Elegido al azar un habitante de entre los que tienen estudios superiores, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga hijos?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2024)

Solución.

Sean los sucesos:

$$H \equiv \text{“La persona tiene hijos”}$$
$$S \equiv \text{“La persona tiene estudios superiores”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(H) = 0.4 \qquad \& \qquad P(S) = 0.2 \qquad \& \qquad P(H \cap S) = 0.05$$

a) $P(\overline{H} \cap \overline{S}) = P(\overline{H \cup S}) = 1 - P(H \cup S) = 1 - \Big[P(H) + P(S) - P(H \cap S)\Big]$
$= 1 - (0.4 + 0.2 - 0.5) = 0.45$

b) $P(\overline{H} \mid S) = \dfrac{P(\overline{H} \cap S)}{P(S)} = \dfrac{P(S) - P(H \cap S)}{P(S)} = \dfrac{0.2 - 0.05}{0.2} = 0.75$

Ejercicio 25 (2.5 *puntos*)

El 80 % *de las personas que trabajan en un parque de atracciones son menores de* 30 *años. De ellas, el* 60 % *combinan este trabajo con estudios. De las* 200 *personas que trabajan en el parque, hay* 120 *personas que compaginan el trabajo con los estudios.*

a) (1 punto) ¿Cuántas personas de las que trabajan en el parque tienen menos de 30 *años y no estudian?*

b) (1 punto) Si se elige una persona al azar de entre las que compaginan trabajo y estudios, ¿qué probabilidad hay de que tenga menos de 30 *años?*

c) (0.5 puntos) ¿Es independiente, entre el personal de la empresa, estudiar y ser menor de 30 *años? ¿Por qué?*

(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$T \equiv \text{“El trabajador tiene menos de 30 años”}$$
$$E \equiv \text{“El trabajador compagina el trabajo y los estudios”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(T) = 0.8 \qquad \& \qquad P(E \mid T) = 0.6 \qquad \& \qquad P(E) = \frac{120}{200} = 0.6$$

a) $P(E \mid T) = \dfrac{P(E \cap T)}{P(T)} = \dfrac{P(E \cap T)}{0.8} = 0.6 \implies P(E \cap T) = 0.48$

$P(T \cap \overline{E}) = P(T) - P(T \cap E) = 0.8 - 0.48 = 0.32 \implies 0.32 \cdot 200 = 64$ personas de las que trabajan en el parque tienen menos de 30 años y no estudian.

b) $P(T \mid E) = \dfrac{P(E \cap T)}{P(E)} = \dfrac{0.48}{0.6} = 0.8$

c) $\begin{cases} P(E) \cdot P(T) = 0.6 \cdot 0.8 = 0.48 \\ P(E \cap T) = 0.48 \end{cases} \xRightarrow{P(E\cap T)=P(E)\cdot P(T)} E$ y T son independientes

Ejercicio 26 (2.5 *puntos*)

Una marca de bolsos comercializó tres modelos la pasada primavera. El 3 % del total de bolsos fabricados salieron defectuosos. Por otra parte, el 30 % de todos los bolsos fabricados eran de tipo A; el 35 %, de tipo B y el resto, de tipo C. Además se sabe que el 3 % de los de tipo A y el 5 % de los de tipo C salieron defectuosos.

a) *(1.5 puntos) Elegido al azar un bolso entre los de tipo B, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?*

b) *(1 punto) Elegido un bolso al azar entre los defectuosos, ¿es más probable que sea de tipo A o de tipo B?*

(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque B - Extraordinario)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El bolso es de tipo A" $\qquad B \equiv$ "El bolso es de tipo B"

$C \equiv$ "El bolso es de tipo C" $\qquad D \equiv$ "El bolso es defectuoso"

Del enunciado tenemos:

$$P(A \cap D) = P(A) \cdot P(D \mid A) = 0.3 \cdot 0.03 = 0.009$$
$$P(C \cap D) = P(C) \cdot P(D \mid C) = 0.35 \cdot 0.05 = 0.0175$$

	A	B	C	**Total**
D	0.009	0.0035	0.0175	0.03
$\overline{D}$	0.291	0.3465	3325	0.97
Total	0.3	0.35	0.35	1

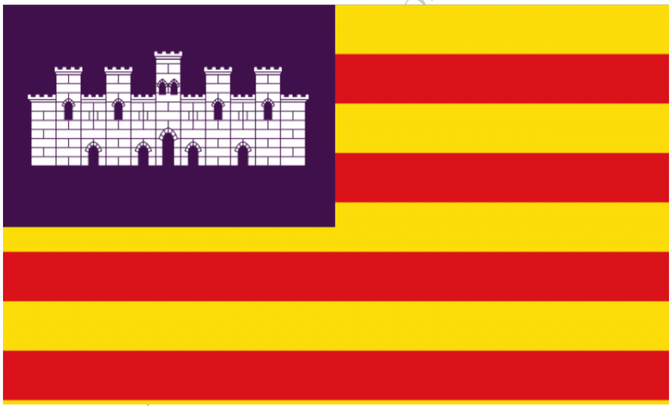
a) $P(D \mid B) = \dfrac{0.0035}{0.35} = 0.01$

b) $P(A \mid D) = \dfrac{0.009}{0.03} = 0.3$

$P(B \mid D) = \dfrac{0.0035}{0.03} = 0.1167$

Es más probable que el bolso defectuoso sea el de tipo A

Islas Baleares



Ejercicio 27 (2.5 *puntos*)

Sean A y B dos sucesos tales que

$$P(B \mid A) = 0.9 \quad \& \quad P(A \mid B) = 0.2 \quad \& \quad P(A) = 0.1$$

a) (5 puntos) Calcule $P(A \cap B)$ y $P(B)$.

b) (2 puntos) ¿Son A y B sucesos independientes? Justifique la respuesta.

c) (3 puntos) Calcule $P(A \cap \overline{B})$, donde $\overline{B}$ denota el suceso complementario de B.

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Julio 2022)

Solución.

a) $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} \Longrightarrow \dfrac{P(A \cap B)}{0.1} = 0.9 \Longrightarrow \boxed{P(A \cap B) = 0.09}$

$P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \Longrightarrow \dfrac{0.09}{P(B)} = 0.2 \Longrightarrow \boxed{P(B) = 0.45}$

b) $\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.09 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.1 \cdot 0.45 = 0.045 \end{array} \Longrightarrow$ Como $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$ los sucesos A y B no son independientes

c) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.1 - 0.09 \Longrightarrow \boxed{P(A \cap \overline{B}) = 0.01}$

Ejercicio 28 (2.5 *puntos*)

Manel escoge al azar dos cifras entre 0 y 9, que pueden ser repetidas.

a) *(3 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que ambas cifras sean múltiplo de tres?*

b) *(4 puntos) El producto de las dos cifras es múltiplo de tres si lo es al menos una de ellas. ¿Cuál es la probabilidad de que el producto de las dos cifras sea múltiplo de tres?*
Ahora, Pep te da su número de teléfono, que contiene nueve cifras también entre 0 y 9, posiblemente repetidas, y que supondremos que son cifras escogidas al azar.

c) *(3 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que el producto de las nueve cifras sea múltiplo de tres?*

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Junio 2023)

Solución.

Sean los sucesos: $M_i \equiv$ "La cifra i es múltiplo de 3"

En la resolución de este ejercicio consideramos que 0 es múltiplo de 3, pues $3 \cdot 0 = 0$. De esta forma entre las cifras 0 y 9 hay cuatro múltiplos de tres: $\{0, 3, 6, 9\}$.

a) $P(M_1 \cap M_2) = P(M_1) \cdot P(M_2) = \dfrac{4}{10} \cdot \dfrac{4}{10} = 0.16$

b) $P(M_1 \cup M_2) = P(M_1) + P(M_2) - P(M_1 \cap M_2) = \dfrac{4}{10} + \dfrac{4}{10} - 0.16 = 0.64$

c)
$$\begin{aligned} P(\text{"Producto múltiplo de 3"}) &= P(\text{"Alguna cifra múltiplo de 3"}) \\ &= 1 - P(\text{"Ninguna cifra es múltiplo de 3"}) = 1 - P(\overline{M_1} \cap \overline{M_2} \cap \cdots \cap \overline{M_{10}}) \\ &= 1 - \left[P(\overline{M_1}) \cdot P(\overline{M_2}) \cdots P(\overline{M_{10}})\right] = 1 - \Bigg(\underbrace{\frac{6}{10} \cdots \frac{6}{10}}_{10}\Bigg) = 1 - \left(\frac{6}{10}\right)^{10} = 0.99939 \end{aligned}$$

Ejercicio 29 (2.5 *puntos*)

De un total de $n = 80$ alumnos, el $80\,\%$ de los alumnos han aprobado un examen de matemáticas, y el $75\,\%$ han aprobado un examen de física. Además, de los que han suspendido el examen de matemáticas, solo un $50\,\%$ ha aprobado el de física.

a) (4 puntos) De los que han suspendido el examen de física, ¿cuántos han aprobado el de matemáticas?

b) (3 puntos) ¿Cuántos alumnos han aprobado alguno de los dos exámenes?

c) (3 puntos) ¿Aprobar el examen de física y aprobar el examen de matemáticas son sucesos independientes?

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Junio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$$M \equiv \text{“El estudiante aprueba el examen de Matemáticas”}$$
$$F \equiv \text{“El estudiante aprueba el examen de Física”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(M) = 0.8 \qquad \& \qquad P(F) = 0.75 \qquad \& \qquad P(F \mid \overline{M}) = 0.5$$

a) $P(F \mid \overline{M}) = \dfrac{P(F \cap \overline{M})}{P(\overline{M})} = \dfrac{P(F) - P(M \cap F)}{1 - P(M)} \implies 0.5 = \dfrac{0.75 - P(M \cap F)}{1 - 0.8}$

$\implies P(M \cap F) = 0.65$

$P(M \mid \overline{F}) = \dfrac{P(M \cap \overline{F})}{P(\overline{F})} = \dfrac{P(M) - P(M \cap F)}{1 - P(F)} = \dfrac{0.8 - 0.65}{1 - 0.75} = 0.6$

$M \mid \overline{F} = 0.6 \cdot \underbrace{80 \cdot 0.25}_{\text{Suspensos Física}} = 12$ alumnos que no aprobaron física aprueban mates

b) $P(M \cup F) = P(M) + P(F) - P(M \cap F) = 0.8 + 0.75 - 0.65 = 0.9$

$\implies M \cup F = 0.9 \cdot 80 = 72$ alumnos han aprobado alguna asignatura

c) $\left.\begin{array}{l} P(M \cap F) = 0.65 \\ P(M) \cdot P(F) = 0.8 \cdot 0.75 = 0.6 \end{array}\right\} \implies \left| \begin{array}{c} P(M \cap F) \neq P(M) \cdot P(F) \\ \text{Los sucesos } M \text{ y } F \text{ no son independientes} \end{array}\right.$

Ejercicio 30 (2.5 *puntos*)

Tiramos dos dados no trucados. Considera los siguientes sucesos:

$A \equiv$ *"En el primer dado ha salido un 1".*
$B \equiv$ *"En el segundo dado ha salido un 1".*
$C \equiv$ *La suma de los valores de los dos dados es 3.*

a) (3 puntos) Calcula $P(A)$.

b) (3 puntos) Calcula $P(A \cup B)$.

c) (4 puntos) ¿Son C y $A \cup B$ sucesos independientes?

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Julio 2023)

Solución.

a) $P(A) = \dfrac{1}{6}$

b) $$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) \\ &= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{11}{36} \end{aligned}$$

c) Para ver si $A \cup B$ y C son independientes hemos de estudiar $P\Big((A \cup B) \cap C\Big)$, para lo cual hay que tener en cuenta que el suceso $(A \cup B) \cap C = \{(1,2),(2,1)\}$

$$\left.\begin{aligned} P\Big((A \cup B) \cap C\Big) &= \frac{2}{36} = \frac{1}{18} \\ P(A \cup B) \cdot P(C) &= \frac{11}{36} \cdot \frac{1}{18} = \frac{11}{648} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \left| \begin{array}{c} P\Big((A \cup B) \cap C\Big) \neq P(A \cup B) \cdot P(C) \\ \text{los sucesos } (A \cup B) \text{ y } C \\ \text{no son independientes} \end{array}\right.$$

Ejercicio 31 (2.5 *puntos*)

Un estudio de mercado indica que unos clientes determinados tienen un 7 % de probabilidades de comprar un producto A , y un 10 % de probabilidades de comprar un producto B.

a) (5 puntos) Si la probabilidad de "comprar A y no comparar B" es de un 6 %, ¿son los sucesos "comprar A" y "comparar B" independientes?

b) (5 puntos) Si los sucesos "comprar A" y "comprar B" fuesen independientes, ¿qué sería mayor: la probabilidad de "no comprar A"; o la probabilidad de "no comprar A, sabiendo que se ha comprado B"?

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Julio 2024)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“El cliente compra el producto } A\text{”}$$
$$B \equiv \text{“El cliente compra el producto } B\text{”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(A) = 0.07 \qquad \& \qquad P(B) = 0.1$$

a) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.07 - P(A \cap B) = 0.06 \implies P(A \cap B) = 0.01$

$P(A) \cdot P(B) = 0.07 \cdot 0.1 = 0.007 \neq 0.01 \implies$ los sucesos A y B no son independientes

b) Dado que A y B son independientes $P(\overline{A}) = P(\overline{A} \mid B)$. Vamos a comprobarlo:

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.07 \cdot 0.1 = 0.007$

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.07 = 0.93$

$$P(\overline{A} \mid B) = \frac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.1 - 0.007}{0.1} = 0.93$$

Ejercicio 32 (2 *puntos*)

En la lotería de Navidad, el número ganador del Gordo es un único número de 5 cifras. Todos los números tienen la misma probabilidad de resultar ganadores. Considera los siguientes sucesos:

$$A \equiv \text{“el número ganador la Navidad de 2025 será el 00000”}$$
$$B \equiv \text{“el número ganador la Navidad de 2025 será el 72480”}$$
$$C \equiv \text{“el número ganador la Navidad de 2026 será el 72480”}$$

a) (1 punto) Expresa, con tus propias palabras, qué quieren decir los dos términos siguientes: $P(C \mid B)$ y $P(A \cap B)$.

b) (1 punto) Calcula $P(C \mid B)$ y $P(A \cap B)$.

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción Unica)

Solución.

a) $P(C \mid B) \equiv$“Probabilidad de que el número ganador en 2026 sea el 72480, sabiendo que también lo fue en 2025”
$P(A \cap B) \equiv$“Probabilidad de que en 2025 el número ganador sea el 00000 y el 72480” (que son sucesos incompatibles y por tanto $P(A \cap B) = 0$).

b) Como los sucesos C y B son independientes (ya que el sorteo de un año no se ve influenciado por el del año anterior), tenemos que $P(C \mid B) = P(C) = \frac{1}{100000} = 0.00001$
Como ya hemos visto los sucesos A y B son incompatibles y por tanto $P(A \cap B) = 0$

Ejercicio 33 (2 *puntos*)

El Instituto Nacional de Estadística (INE) dispone de los datos, para el 2023, sobre la cantidad de habitantes totales y la cantidad de trabajadores por nacionalidad y sexo en España, que son los siguientes:

	Españoles	Extranjeros
Hombres	20.6 millones	3.0 millones
Mujeres	21.2 millones	3.3 millones

Cantidad de habitantes total.

	Españoles	Extranjeros
Hombres	10.8 millones	1.9 millones
Mujeres	9.6 millones	1.7 millones

Cantidad de trabajadores.

a) *(1 punto) Escogiendo a un hombre al azar, ¿cuál es la probabilidad de que trabaje?*

b) *(1 punto) Escogiendo un indiviuo al azar, ¿los sucesos "ser mujer" y "trabajar" son independientes?*

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción 2)

Solución.

Sean los sucesos: $H \equiv$ "El ciudadano es un hombre"

$M \equiv$ "El ciudadano es mujer"

$T \equiv$ "El ciudadano trabaja"

El número total de habitantes es $20.6 + 3.0 + 21.2 + 3.3 = 48.1$

El número total de trabajadores es $10.8 + 1.9 + 9.6 + 1.7 = 24$

a) $P(T \mid H) = \dfrac{P(T \cap H)}{P(H)} = \dfrac{\frac{10.8+1.9}{48.1}}{\frac{20.6+3.0}{48.1}} = 0.5381$

b) $P(M) = \dfrac{21.2 + 3.3}{48.1} = 0.5094 \quad \& \quad P(T) = \dfrac{24}{48.1} = 0.499$

$$\left.\begin{array}{l} P(M \cap T) = \dfrac{9.6 + 1.7}{48.1} = 0.2349 \\ P(M) \cdot P(T) = 0.5094 \cdot 0.499 = 0.2541 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left| \begin{array}{c} \text{Los sucesos } M \text{ y } T \\ \text{no son independientes} \end{array}\right.$$

Ejercicio 34 (2 *puntos*)

En una navegación marítima, considera los sucesos:

$A \equiv$ *"hemos avistado algún albatros", y* $B \equiv$ *"hemos avistado alguna ballena"*

Sabemos que $P(A) = 0.75$ *y que* $P(A \cup B) = 0.77$.

a) (1 punto) Dados los valores de $P(A)$ *y* $P(A \cup B)$ *indicados arriba, es imposible que* $P(B) = 0.01$. *Justifícalo.*

b) (1 punto) Teniendo en cuenta que $0 \leq P(A \cap B) \leq 1$, *¿cuál es la máxima y la mínima probabilidad de avistar ballenas en esta situación?*

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción A)

Solución.

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \implies \left\{ \begin{array}{l} P(A) = 0.75 \\ P(B) = 0.01 \\ P(A \cup B) = 0.77 \end{array} \right\}$

$\implies P(A \cap B) = 0.75 + 0.01 - 0.77 = -0.01 < 0$ (imposible) luego $P(B) \neq 0.01$

b) $P(A \cap B) \geq 0 \implies P(A) + P(B) - P(A \cup B) \geq 0 \implies 0.75 + P(B) - 0.77 \geq 0$

$\implies \boxed{P(B) \geq 0.2}$

$P(B) \leq P(A \cup B) \implies \boxed{P(B) \leq 0.77}$

Ejercicio 35 (2 *puntos*)

Dados dos sucesos, A y B, de un experimento aleatorio, sabemos que:

$$P(A) = 0.5 \qquad \& \qquad P(B) = 0.1 \qquad \& \qquad P(A \mid B) = x, \ \ \textit{donde } x \in [0,1]$$

Se pide:

a) *(1 punto) ¿Existe algún valor de x para el cual los sucesos sean independientes?*

b) *(1 punto) ¿Para qué valor de x se tiene que la probabilidad de $A \cap B$ es máxima?*

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción Obligatoria)

Solución.

a) A y B independientes $\implies P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.5 \cdot 0.1 = 0.05$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.05}{0.1} = x \implies \boxed{x = 0.5}$$

b) $$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{0.1} = x \implies P(A \cap B) = 0.1x$$

$P(A \cap B)$ es máxima $\iff x$ es máximo $\implies \boxed{x = 1}$

Ejercicio 36 (2 *puntos*)

El Instituto Nacional de Estadística (INE) dispone de estos datos, para 2023, sobre la cantidad de habitantes en España por nacionalidad y sexo:

	Españoles	Extranjeros
Hombres	$20,6$ millones	$3,0$ millones
Mujeres	$21,2$ millones	$3,3$ millones

a) *(1 punto) Escogiendo a un hombre al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea extranjero?*

b) *(1 punto) Escogiendo dos habitantes al azar de manera independiente, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno sea extranjero?*

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción B - Extraordinario)

Solución.

Sean los sucesos:

$$E \equiv \text{“Españoles”} \qquad \overline{E} \equiv \text{“Extranjeros”}$$
$$M \equiv \text{“Mujeres”} \qquad H \equiv \text{“Hombres”}$$

Hacemos una tabla de contingencia con los datos del problema.

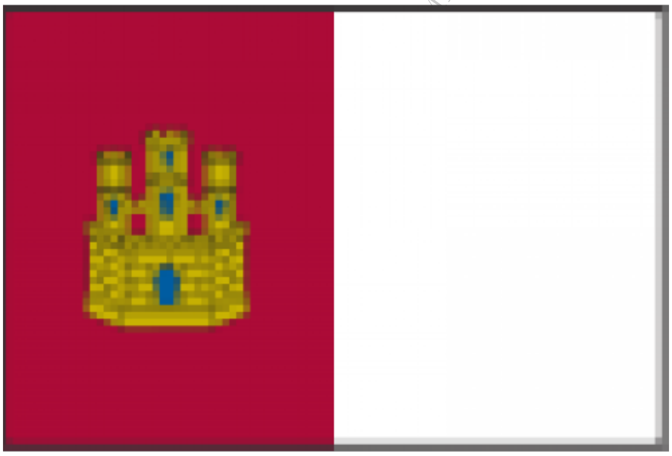
	E	$\overline{E}$	**Total**
M	20.6	3	23.6
H	21.2	3.3	24.5
Total	41.8	6.3	48.1

a) $P(\overline{E}) = \dfrac{6.3}{48.1} = 0.131$

b) $P(\overline{E} \geq 1) = 1 - P(\overline{E} = 0) = 1 - P(E \cap E)$

$$= 1 - \left(\frac{41.8}{48.1}\right)^2 = 0.2448$$

Castilla-La Mancha



Ejercicio 37

El 40 % de las personas que acuden a una consulta médica lo hacen para diagnosticar una enfermedad, el 30 % para solicitar recetas y un 10 % para ambas cosas, diagnosticar una enfermedad y solicitar recetas.

a) Elegida una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que acuda a solicitar recetas o a diagnosticar una enfermedad o ambos?

b) Si se sabe que una persona ha acudido a diagnosticar una enfermedad ,¿cuál es la probabilidad de que esta persona también solicite recetas?

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Sección 3 - Bloque 1)

Solución.

Sean los sucesos:

$$D \equiv \text{“La persona acude a ser diagnosticada”}$$
$$R \equiv \text{“La persona acude a por recetas”}$$

De enunciado tenemos:

$$P(D) = 0.4 \qquad \& \qquad P(R) = 0.3 \qquad \& \qquad P(D \cap R) = 0.1$$

a) $P(D \cup R) = P(D) + P(R) - P(D \cap R) = 0.4 + 0.3 - 0.1 = 0.6$

b) $P(R \mid D) = \dfrac{P(R \cap D)}{P(D)} = \dfrac{0.1}{0.4} = 0.25$

Ejercicio 38

En un ejercicio de oposición, el opositor ha de presentar un tema de los cuatro que se seleccionan al azar de un programa de 40 temas. Si los cuatro temas seleccionados han de ser distintos y el opositor tiene bien preparados 22 temas,

a) ¿Qué probabilidad tiene el opositor de aprobar el examen?

b) ¿Qué probabilidad tiene el opositor de saberse exactamente uno de los cuatro temas elegidos?

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Sección 3 - Bloque 1)

Solución.

Sea el suceso $X_i \equiv$ "El opositor ha preparado el tema i "

a) $$\begin{aligned} P(X_1 \cup X_2 \cup X_3 \cup X_4) &= 1 - P(\overline{X_1 \cup X_2 \cup X_3 \cup X_4}) = 1 - P(\overline{X}_1 \cap \overline{X}_2 \cap \overline{X}_3 \cap \overline{X}_4) \\ &= 1 - \frac{18}{40} \cdot \frac{17}{39} \cdot \frac{16}{38} \cdot \frac{15}{37} = 0.9665 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} P(\text{“Saber exactamente uno”}) &= P(X_1 \cap \overline{X}_2 \cap \overline{X}_3 \cap \overline{X}_4) + P(\overline{X}_1 \cap X_2 \cap \overline{X}_3 \cap \overline{X}_4) \\ &+ P(\overline{X}_1 \cap \overline{X}_2 \cap X_3 \cap \overline{X}_4) + P(\overline{X}_1 \cap \overline{X}_2 \cap \overline{X}_3 \cap X_4) \\ &= 4 \cdot \frac{22}{40} \cdot \frac{18}{39} \cdot \frac{17}{38} \cdot \frac{16}{37} = 0.1964 \end{aligned}$$

Ejercicio 39 (1.5 *puntos*)

De los 80 *estudiantes solicitantes de una beca* Erasmus *en Italia,* 50 *son mujeres. Se seleccionan al azar y sin reposición a* 3 *estudiantes que serán los que disfruten de la beca* Erasmus *en ese destino. Calcular la probabilidad de que:*

a) (0.5 puntos) Los tres seleccionados sean mujeres.

b) (0.5 puntos) Los tres seleccionados sean del mismo sexo.

c) (0.5 puntos) Al menos dos de los seleccionados sean hombres.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2023 - Sección 3 - Bloque 1)

Solución.

Sean los sucesos:

$$M_i \equiv \text{“El solicitante } i \text{ elegido es mujer”}$$
$$H_i \equiv \text{“El solicitante } i \text{ elegido es hombre”}$$

a) $P(M_1 \cap M_2 \cap M_3) = \dfrac{50}{80} \cdot \dfrac{49}{79} \cdot \dfrac{48}{78} = \dfrac{245}{1027} = 0.2386$

b)
$$\begin{aligned} P(\text{Mismo sexo}) &= P\Big((M_1 \cap M_2 \cap M_3) \cup (H_1 \cap H_2 \cap H_3)\Big) \\ &= P(M_1 \cap M_2 \cap M_3) + P(H_1 \cap H_2 \cap H_3) \\ &= \frac{245}{1027} + \frac{30}{80} \cdot \frac{29}{79} \cdot \frac{28}{78} = \frac{245}{102} + \frac{203}{4108} = \frac{91}{316} = 0.288 \end{aligned}$$

c) Llamamos $A \equiv$ “Al menos dos hombres seleccionados”

$$\begin{aligned} P(A) &= P\Big((H_1 \cap H_2 \cap H_3) \cup (H_1 \cap H_2 \cap M_3) \cup (H_1 \cap M_2 \cap H_3) \cup (M_1 \cap H_2 \cap H_3)\Big) \\ &= P(H_1 \cap H_2 \cap H_3) + P(H_1 \cap H_2 \cap M_3) + P(H_1 \cap M_2 \cap H_3) + P(M_1 \cap H_2 \cap H_3) \\ &= \frac{203}{4108} + \frac{30}{80} \cdot \frac{29}{79} \cdot \frac{50}{78} + \frac{30}{80} \cdot \frac{50}{79} \cdot \frac{29}{78} + \frac{50}{80} \cdot \frac{30}{79} \cdot \frac{29}{78} = \frac{2581}{8216} = 0.3141 \end{aligned}$$

———————— ◦ ————————

Ejercicio 40 (1.5 *puntos*)

En una empresa de reparto el 9 % de los paquetes llega con retraso, el 14 % llega defectuoso y 19 % llega con retraso o defectuoso o ambos.

a) (0.75 puntos) Elegido un paquete al azar, ¿cuál es la probabilidad de que llegue defectuoso y con retraso?

b) (0.75 puntos) Si se sabe que un paquete llega con retraso, ¿cuál es la probabilidad de que llegue defectuoso?

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2023 - Sección 3 - Bloque 1)

Solución.

Sean los sucesos:

$$R \equiv \text{“El paquete llega con retraso”}$$
$$D \equiv \text{“El paquete llega defectuoso”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(R) = 0.09 \quad \& \quad P(D) = 0.14 \quad \& \quad P(D \cup R) = 0.19$$

a) $P(D \cap R) = P(D) + P(R) - P(D \cup R) = 0.14 + 0.09 - 0.19 \implies \boxed{P(D \cap R) = 0.04}$

b) $P(D \mid R) = \dfrac{P(D \cap R)}{P(R)} = \dfrac{0.04}{0.09} \implies \boxed{P(D \mid R) = 0.4444}$

Ejercicio 41 (1.5 *puntos*)

En un instituto el 64 % de los estudiantes aprueban Matemáticas, el 72 % aprueban Inglés y el 78 % aprueban Matemáticas o Inglés o ambas.

a) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de suspender alguna de las asignaturas?

b) (0.75 puntos) ¿Son independientes los sucesos, aprobar Matemáticas y aprobar Inglés? Justifica la respuesta.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2024 - Sección 3 - Bloque 1)

Solución.

Sean los sucesos:

$$M \equiv \text{“El estudiante aprueba Matemáticas”}$$
$$I \equiv \text{“El estudiante aprueba Inglés”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(M) = 0.64 \qquad \& \qquad P(I) = 0.72 \qquad \& \qquad P(M \cup I) = 0.78$$

a) $P(M \cap I) = P(M) + P(I) - P(M \cup I) = 0.64 + 0.72 - 0.78 = 0.58$

$P(\overline{M} \cup \overline{I}) = P(\overline{M \cap I}) = 1 - P(M \cap I) = 1 - 0.58 \implies \boxed{P(\overline{M} \cup \overline{I}) = 0.42}$

b) $$\left. \begin{array}{l} P(M \cap I) = 0.58 \\ P(M) \cdot P(I) = 0.64 \cdot 0.72 = 0.4608 \end{array} \right\} \implies \left| \begin{array}{c} P(M \cap I) \neq P(M) \cdot P(I) \\ \text{Los sucesos } M \text{ e } I \\ \text{no son independientes} \end{array} \right.$$

Ejercicio 42 (1.5 *puntos*)

El 70 % de los usuarios de una plataforma de streaming ve series, el 20 % ve documentales y el 12 % ve series y documentales.

a) (0.75 puntos) ¿Cuál es el porcentaje de usuarios que no ve ni series ni documentales?

b) (0.75 puntos) Si elegido un usuario al azar, indica que ve series, ¿cuál es la probabilidad de que vea documentales?

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2024 - Sección 3 - Bloque 1)

Solución.

Sean los sucesos:

$S \equiv$ "El usuario de streaming ve series" $\quad D \equiv$ "El usuario de streaming ve series"

Del enunciado tenemos:

$$P(S) = 0.7 \qquad \& \qquad P(D) = 0.2 \qquad \& \qquad P(S \cap D) = 0.12$$

a) $P(\overline{S} \cap \overline{D}) = P(\overline{S \cup D}) = 1 - P(S \cup D) = 1 - \Big[P(S) + P(D) - P(S \cap D)\Big]$

$= 1 - (0.7 + 0.2 - 0.12) = 0.22 \implies$ 22 % no ve ni series ni documentales

b) $P(D \mid S) = \dfrac{P(D \cap S)}{P(S)} = \dfrac{0.12}{0.7} = 0.1714$

Ejercicio 43 (2.5 *puntos*)

Se va a proceder a la selección de pilotos para una compañía de vuelos. Se realizan tres pruebas independientes: A (idiomas), B (conocimientos teóricos-prácticos) y C (pruebas físicas). Para acceder al puesto hay que superar las tres pruebas y se sabe por procesos realizados anteriormente, que el 10 % de los presentados superan la prueba A, la B, el 40 % y la C, el 20 %. Sabiendo que todos los candidatos realizan las tres pruebas, se pide, de forma razonada:

a) *(0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato pase la selección?*

b) *(0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato no sea seleccionado por haber fallado en una sola prueba?*

c) *(0.25 puntos) Sabiendo que un candidato no ha sido seleccionado por haber fallado en una sola prueba, ¿cuál es la probabilidad de que haya fallado en la prueba B?*

d) *(1.25 puntos) Si la velocidad punta de la prueba física de carrera de 1000 m sigue una función de la forma $V(t) = at^3 + bt^2 + t$, con t en minutos, y sabemos que alcanza el máximo en el instante $t = 1$ alcanzando, en ese instante, una velocidad de 150 m/min, encuentra los valores de los parámetros a y b.*

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Propuesta B)

Solución.

Del enunciado tenemos:

$$P(A) = 0.1 \qquad \& \qquad P(B) = 0.4 \qquad \& \qquad P(C) = 0.2$$

a) $P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0.1 \cdot 0.4 \cdot 0.2 = 0.008$

b) $P(U) = P\Big((\overline{A} \cap B \cap C) \cup (A \cap \overline{B} \cap C) \cup (A \cap B \cap \overline{C})\Big) = P(\overline{A} \cap B \cap C) + P(A \cap \overline{B} \cap C)$
$+P(A \cap B \cap \overline{C}) = P(\overline{A}) \cdot P(B) \cdot P(C) + P(A) \cdot P(\overline{B}) \cdot P(C) + P(A) \cdot P(B) \cdot P(\overline{C})$
$= 0.9 \cdot 0.4 \cdot 0.2 + 0.1 \cdot 0.6 \cdot 0.2 + 0.1 \cdot 0.4 \cdot 0.8 = 0.116$

c) $P(\overline{B} \mid U) = \dfrac{P(\overline{B} \cap U)}{P(U)} = \dfrac{P(A \cap \overline{B} \cap C)}{P(U)} = \dfrac{P(A) \cdot P(\overline{B}) \cdot P(C)}{P(U)} = \dfrac{0.1 \cdot 0.6 \cdot 0.2}{0.116}$
$= 0.1034$

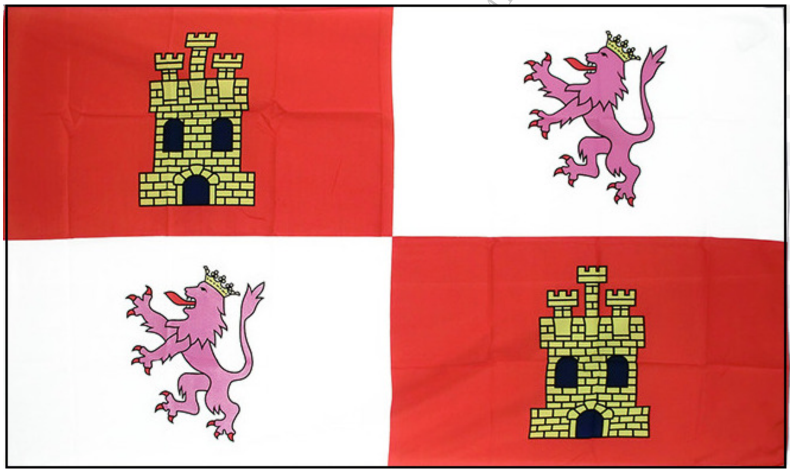
d) $V(t) = at^3 + bt^2 + t \quad \& \quad V'(t) = 3at^2 + 2bt + 1 \quad \& \quad V''(t) = 6at + 2b$

$$\texttt{Máx en } (1, 150) \implies \left\{ \begin{array}{l} V(1) = 150 \implies a + b + 1 = 150 \\ V'(1) = 0 \implies 3a + 2b + 1 = 0 \end{array} \right\} \implies \begin{cases} a = -299 \\ b = 448 \end{cases}$$

Comprobamos que el punto $(1, 150)$ es un máximo

$$V''(t) = -1794t + 896 \implies V''(1) = -898 < 0 \xrightarrow{(\cap)} \text{Máximo} ✓$$

Castilla y León



Ejercicio 44

Sabiendo que la probabilidad de que un hombre llegue a los 70 años es 0.78 y la probabilidad de que una mujer llegue a los 70 años es 0.83, calcular razonadamente la probabilidad de que ambos lleguen a los 70 años.

(Castilla y León - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque Probabilidad)

Solución.

Sean los sucesos:

$$H \equiv \text{"El hombre supera los 70 años"} \quad \& \quad M \equiv \text{"La mujer supera los 70 años"}$$

$P(H \cap M) = P(H) \cdot P(M) = 0.78 \cdot 0.83 = 0.6474$

Ejercicio 45 (1 *punto*)

¿Qué probabilidad hay de que coincida algún día de cumpleaños en un grupo de tres amigas que no son hermanas? Considerar años no bisiestos para el cálculo.

(Castilla y León - Matemáticas CCSS - Junio 2023 - Bloque Probabilidad)

Solución.

$$P(\text{coincida algún cumpleaños}) = 1 - P(\text{no coincida ningún cumpleaños})$$
$$= 1 - \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} = 0.0082$$

Ejercicio 46 (1 *punto*)

Para realizar un rescate, la probabilidad de llegar antes del anochecer desde el centro de emergencias situado en la localidad A es de 0.7 y 0.4 desde el situado en la localidad B. Se decide enviar a equipos desde ambas localidades. Si los equipos actúan de manera independiente, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno llegue antes del anochecer?

(Castilla y León - Matemáticas CCSS - Julio 2023 - Bloque Probabilidad)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{"El equipo de la ciudad } A \text{ llega antes del anochecer"}$$
$$B \equiv \text{"El equipo de la ciudad } B \text{ llega antes del anochecer"}$$

Del enunciado tenemos: $P(A) = 0.7 \quad \& \quad P(B) = 0.4$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \underset{\text{indep.}}{\overset{\text{A y B}}{=}} P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$
$$= 0.7 + 0.4 - 0.7 \cdot 0.4 = 0.82$$

Ejercicio 47 (1 *punto*)

Se lanza tres veces una moneda no trucada. Calcular la probabilidad de que salgan al menos dos caras seguidas.

(Castilla y León - Matemáticas CCSS - Junio 2024 - Bloque Algebra)

Solución.

$$\begin{aligned} P(\text{“Al menos 2C seguidas”}) &= P\Big((CCX) \cup (XCC) \cup (CCC)\Big) \\ &= P(CCX) + P(XCC) + P(CCC) \\ &= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = 3\cdot\frac{1}{8} = 0.375 \end{aligned}$$

Extremadura

Ejercicio 48 (2 *puntos*)

Cierto programa de televisión predice lluvia el 20 % de los días. Si se sabe que el programa ha predicho lluvia, la probabilidad de que realmente llueva es de 0.9. Se pide, justificando las respuestas:

a) (1 punto) Calcular la probabilidad de que el programa prediga lluvia y realmente llueva.

b) (1 punto) Si se sabe que el 15 % de los días llueve, calcular la probabilidad de que o bien el programa prediga lluvia o bien realmente llueva.

(Extremadura - Matemáticas CCSS - Junio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$$P \equiv \text{“El programa predice lluvia”}$$
$$LL \equiv \text{“Realmente llueve”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(P) = 0.2 \qquad \& \qquad P(LL \mid P) = 0.9$$

a) $P(LL \mid P) = \dfrac{P(P \cap LL)}{P(P)} \implies 0.9 = \dfrac{P(P \cap LL)}{0.2} \implies \boxed{P(P \cap LL) = 0.18}$

b) $P(LL) = 0.15$

$P(P \cup Ll) = P(P) + P(LL) - P(P \cap LL) = 0.2 + 0.15 - 0.18 \implies \boxed{P(P \cup LL) = 0.17}$

Ejercicio 49 (2 *puntos*)

En una carretera se han instalado dos radares A y B. En el proceso de calibración, se ha establecido que el radar A sólo detecta al 80 % de los infractores, mientras que el radar B detecta al 85 %. El 95 % de los infractores es detectado por al menos uno de los radares (por A o por B). Se pide, razonando las respuestas:

a) (1 punto) La probabilidad de que un infractor sea detectado por el radar A y por el radar B.

b) (1 punto) Sabiendo que un infractor ha sido detectado por el radar A, ¿cuál es la probabilidad de que también lo detecte el radar B?

(Extremadura - Matemáticas CCSS - Junio 2024)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“El coche ha sido detectado por el radar } A\text{”}$$
$$B \equiv \text{“El coche ha sido detectado por el radar } B\text{”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(A) = 0.8 \qquad \& \qquad P(B) = 0.85 \qquad \& \qquad P(A \cup B) = 0.95$$

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.8 + 0.85 - 0.95 \implies \boxed{P(A \cap B) = 0.7}$

b) $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{0.7}{0.8} \implies \boxed{P(B \mid A) = 0.875}$

Ejercicio 50 (2 *puntos*)

Los clientes de un banco pueden contratar dos tipos de productos para el ahorro: conservadores y de riesgo. El 75 % de los clientes contrata los productos conservadores. De estos clientes, sólo el 20 % contrata un producto con riesgo. Se pide, justificando las respuestas:

a) (1 punto) ¿Qué porcentaje de clientes del banco contrata ambos tipos de productos de ahorro?

b) (1 punto) Si el 90 % de los clientes del banco contrata alguno de los dos tipos de productos, ¿qué porcentaje de clientes contrata un producto de ahorro de riesgo?

(Extremadura - Matemáticas CCSS - Julio 2024)
- Extraordinario

Solución.

Sean los sucesos:

$$C \equiv \text{“El producto contratado es conservador”}$$
$$R \equiv \text{“El producto contratado es de riesgo”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(C) = 0.75 \qquad \& \qquad P(R \mid C) = 0.2$$

a) $P(R \mid C) = \dfrac{P(R \cap C)}{P(C)} = \dfrac{P(R \cap C)}{0.75} = 0.2 \implies \boxed{P(R \cap C) = 0.15}$

b) $P(R \cup C) = P(R) + P(C) - P(R \cap C) = P(R) + 0.75 - 0.15 = 0.9 \implies \boxed{P(R) = 0.3}$

Galicia

Ejercicio 51 (3.33 *puntos*)

Un estudio revela que 2 de cada 5 habitantes de una determinada población son menores de 30 años, el 70 % de los habitantes realizan ejercicio físico con regularidad y el 30 % de los habitantes son menores de 30 años y realizan ejercicio físico con regularidad.

a) (1.33 puntos) ¿Qué porcentaje de la población ni es menor de 30 años ni realiza ejercicio físico con regularidad?

b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que un habitante que no realiza ejercicio físico con regularidad sea menor de 30 años?

c) (1 punto) ¿Son independientes los sucesos ser menor de 30 años y realizar ejercicio físico con regularidad? Justifique la respuesta.

(Galicia - Matemáticas CCSS - Junio 2022)

Solución.

Sean los sucesos:

$$M \equiv \text{“El habitante es menor de 30 años”}$$
$$F \equiv \text{“El habitante realiza ejercicio físico con regularidad”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(M) = \frac{2}{5} = 0.4 \quad \& \quad P(F) = 0.7 \quad \& \quad P(M \cap F) = 0.3$$

a) $$P(\overline{M} \cap \overline{F}) = P(\overline{M \cup F}) = 1 - P(M \cup F) = 1 - \Big[P(M) + P(F) - P(M \cap F)\Big]$$
$$= 1 - (0.4 + 0.7 - 0.3) = 0.2$$

b) $$P(M \mid \overline{F}) = \frac{P(M \cap \overline{F})}{P(\overline{F})} = \frac{P(M) - P(M \cap F)}{1 - P(F)} = \frac{0.4 - 0.3}{1 - 0.7} = \frac{0.1}{0.3} = 0.3333$$

c) $$\left.\begin{array}{l} P(M \cap F) = 0.3 \\ P(M) \cdot P(F) = 0.4 \cdot 0.7 = 0.28 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left| \begin{array}{c} P(M \cap F) \neq P(M) \cdot P(F) \\ M \text{ y } F \text{ no son independientes} \end{array}\right.$$

Ejercicio 52 (3.33 *puntos*)

Un estudio revela que el 70 % de las personas de una población sigue la serie de televisión A, el 60 % sigue la serie B y el 30 % sólo sigue la serie A.

a) (1.33 puntos) ¿Qué porcentaje de la población sigue las dos series?

b) (1 punto) Si elegimos una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que siga alguna de las dos series?

c) (1 punto) Si elegimos al azar una persona que sigue la serie de televisión A, ¿cuál es la probabilidad de que siga también la serie de televisión B?

(Galicia - Matemáticas CCSS - Julio 2022)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“El espectador sigue la serie } A\text{”}$$
$$B \equiv \text{“El espectador sigue la serie } B\text{”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(A) = 0.7 \quad \& \quad P(B) = 0.6 \quad \& \quad P(A \cap \overline{B}) = 0.3$$

a) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) \implies 0.3 = 0.7 - P(A \cap B) \implies \boxed{P(A \cap B) = 0.4}$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.7 + 0.6 - 0.4 \implies \boxed{P(A \cup B) = 0.9}$

c) $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{0.4}{0.7} \implies \boxed{P(B \mid A) = 0.5714}$

Ejercicio 53 (2.5 *puntos*)

En la actualidad, existen varias empresas de cosméticos orientadas hacia el público juvenil que elaboran cremas para la piel. Una empresa quiere comercializar una nueva crema para reducir los brotes de acné, para lo que ha contratado los servicios de una compañía de publicidad. Los publicistas proponen lanzar una primera campaña empleando anuncios en prensa escrita y buzoneo. Una vez finalizada esta primera campaña, si la probabilidad de que la nueva crema sea conocida entre el público juvenil es menor que 0.6 *pasarán a una segunda campaña colocando cartelería luminosa en lugares estratégicos.*
Después de analizar los datos de la primera campaña, han llegado a las siguientes conclusiones: la probabilidad de que el público juvenil conozca la nueva crema por los anuncios en prensa escrita es 0.3 *y la probabilidad de que sea conocida por buzoneo es* 0.4*. Puede suponerse que son independientes los sucesos "conocer la nueva crema por prensa escrita" y "conocer la nueva crema por buzoneo".*

a) *¿Lanzará la empresa la segunda campaña de publicidad?*

b) *Suponga que la empresa ha decidido emplear la cartelería luminosa. De los que conocen la nueva crema por buzoneo el* $25\,\%$ *también la concocen por la cartelería luminosa, y entre los que conocen la nueva crema por la cartelería luminosa, el* $20\,\%$ *también la conocen por buzoneo. De los tres medios empleados (prensa escrita, buzoneo y cartelería luminosa), ¿cuál ha sido el que ha tenido mayor impacto para que la nueva crema sea conocida?*

c) *¿Son incompatibles los sucesos "conocer la nueva crema por prensa escrita" y "conocer la nueva crema por buzoneo"?*

(Galicia - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción Única)

Solución.

$$E \equiv \text{"Conocer la nueva crema por prensa escrita"}$$
$$B \equiv \text{"Conocer la nueva crema por buzoneo"}$$

$$P(E) = 0.3 \qquad \& \qquad P(B) = 0.4 \qquad \& \qquad P(E \cap B) \underset{\text{Indep}}{\overset{E \text{ y } B}{=}} P(E) \cdot P(B) = 0.3 \cdot 0.4 = 0.12$$

a) $P(E \cup B) = P(E) + P(B) - P(E \cap B) = 0.3 + 0.4 - 0.12 = 0.58 < 0.6$, luego se lanzará la segunda campaña.

b) Sea además el suceso $L \equiv$ "conocer la crema por la cartelería luminosa". Tenemos:

$$P(L \mid B) = 0.25 \qquad \& \qquad P(B \mid L) = 0.2$$

$$P(L \mid B) = \frac{P(L \cap B)}{P(B)} = \frac{P(L \cap B)}{0.4} = 0.25 \implies P(L \cap B) = 0.1$$

$$P(B \mid L) = \frac{P(B \cap L)}{P(L)} = \frac{0.1}{P(L)} = 0.2 \implies P(L) = 0.5.$$

Dado que $P(E) = 0.3$, $P(B) = 0.4$ y $P(L) = 0.5$, el mayor impacto lo ha producido la cartelería luminosa.

c) $P(E \cap B) = 0.12 \neq 0 \implies$ los sucesos E y B no son incompatibles.

Ejercicio 54 (2.5 *puntos*)

Sean A y B dos sucesos tales que:

$$P(A) = 0.4 \qquad \& \qquad P(A \cap B) = 0.21 \qquad \& \qquad P(A \mid B) = 0.6$$

a) Calcule $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ y $P(\overline{B} \mid A)$.

b) Justifique si los sucesos A y B son o no independientes.

(Galicia - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción A)

Solución.

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.21}{P(B)} = 0.6 \implies P(B) = 0.35$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.4 + 0.35 - 0.21 = 0.54$

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.54 \implies \boxed{P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.46}$

$P(\overline{B} \mid A) = \dfrac{P(\overline{B} \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{0.4 - 0.21}{0.4} \implies \boxed{P(\overline{B} \mid A) = 0.475}$

b) $\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.21 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.35 = 0.14 \end{array}\right\} \implies \left| \begin{array}{l} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ A \text{ y } B \text{ no son independientes} \end{array}\right.$

Ejercicio 55 (2.5 *puntos*)

Sean A y B dos sucesos tales que:

$$P(A \mid B) = \frac{1}{2} \qquad \& \qquad P(B \mid A) = \frac{1}{3} \qquad \& \qquad P(A \cup B) = \frac{1}{4}$$

a) Calcule $P(A \cap B)$.

b) Justifique si los sucesos A y B son o no independientes.

(Galicia - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción A)

Solución.

a) $$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{2} \implies P(B) = 2P(A \cap B)$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{3} \implies P(A) = 3P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 3P(A \cap B) + 2P(A \cap B) - P(A \cap B)$$

$$= 4P(A \cap B) = \frac{1}{4} \implies \boxed{P(A \cap B) = \frac{1}{16}}$$

b) $$P(A) = 3P(A \cap B) = 3 \cdot \frac{1}{16} = \frac{3}{16} \quad \& \quad P(B) = 2P(A \cap B) = 2 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{8}$$

$$\left.\begin{aligned} P(A \cap B) &= \frac{1}{16} \\ P(A) \cdot P(B) &= \frac{3}{16} \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{128} \end{aligned}\right\} \implies \left| \begin{array}{l} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ \implies A \text{ y } B \text{ no son independientes} \end{array}\right.$$

Comunidad de Madrid

Ejercicio 56

Se consideran dos sucesos A y B de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = \frac{1}{4} \qquad \& \qquad P(B) = \frac{1}{3} \qquad \& \qquad P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

a) ¿Son A y B sucesos independientes? Razónese.

b) Calcúlese $P(\overline{A} \mid \overline{B})$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2008 - Opción B)

Solución.

a) Dos sucesos son independientes si $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{12}$

$P(A) \cdot P(B) = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{12}$

Luego los sucesos A y B son independientes.

b) $P(\overline{A} \mid \overline{B}) = \dfrac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(\overline{A \cup B})}{1 - P(B)} = \dfrac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \dfrac{1 - 1/2}{1 - 1/3} = \dfrac{3}{4}$

Ejercicio 57

La probabilidad de que a un habitante de un cierto pueblo de la Comunidad de Madrid le guste la música moderna es igual a 0.55*, la probabilidad de que le guste la música clásica es igual a* 0.40 *y la probabilidad de que no le guste ninguna de las dos es igual a* 0.25*. Se elige al azar un habitante de dicho pueblo. Calcúlese la probabilidad de que le guste:*

a) Al menos uno de los dos tipos de música.

b) La música clásica y también la música moderna.

c) Sólo la música clásica.

d) Sólo la música moderna.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2009 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$M \equiv \text{“Gustar la música moderna”} \qquad C \equiv \text{“Gustar la música clásica”}$$

$$P(M) = 0.55 \qquad \& \qquad P(C) = 0.40 \qquad \& \qquad P(\overline{C} \cap \overline{M}) = 0.25$$

a) $P(\overline{C} \cap \overline{M}) = P(\overline{C \cup M}) = 1 - P(C \cup M) = 0.25 \implies P(C \cup M) = 1 - 0.25 = 0.75$

b) $P(C \cap M) = P(C) + P(M) - P(C \cup M) = 0.40 + 0.55 - 0.75 = 0.20$

c) $P(C \cap \overline{M}) = P(C) - P(C \cap M) = 0.40 - 0.20 = 0.20$

d) $P(\overline{C} \cap M) = P(M) - P(C \cap M) = 0.44 - 0.20 = 0.35$

Ejercicio 58

Según un cierto estudio, el 40 % de los hogares europeos tienen contratado acceso a internet, el 33 % tiene contratada televisión por cable, y el 20 % disponen de ambos servicios. Se selecciona un hogar europeo al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sólo tenga contratada la televisión por cable?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga contratado ninguno de los dos servicios?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2010 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$I \equiv \text{"El hogar tiene contratado acceso a internet"}$$
$$C \equiv \text{"El hogar tiene contratado televisión por cable"}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(I) = 0.4 \quad \& \quad P(C) = 0.33 \quad \& \quad P(I \cap C) = 0.2$$

a) $P(\overline{I} \cap C) = P(C) - P(i \cap C) = 0.33 - 0.2 = 0.13$

b) $P(\overline{I} \cap \overline{C}) = P(\overline{I \cup C}) = 1 - P(I \cup C) = 1 - [P(I) + P(C) - P(I \cap C)]$
$= 1 - (0.4 + 0.33 - 0.2) = 0.47$

Otra Forma: Tabla de Contingencia

	I	$\overline{I}$	**Total**
C	0.2	0.13	0.33
$\overline{C}$	0.2	0.47	0.13
Total	0.4	0.6	1

a) $P(\overline{I} \cap C) = 0.13$

b) $P(\overline{I} \cap \overline{C}) = 0.47$

Ejercicio 59

Sean A y B dos sucesos aleatrorios tales que:

$$P(A) = \frac{3}{4} \qquad \& \qquad P(B) = \frac{1}{2} \qquad \& \qquad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{1}{20}$$

Calcúlese:

a) $P(A \cup B)$ *b)* $P(A \cap B)$ *c)* $P(\overline{A} \mid B)$ *d)* $P(\overline{B} \mid A)$

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2010 - Opción B)

Solución.

a) $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - \dfrac{1}{20} = \dfrac{19}{20}$

b) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{2} - \dfrac{19}{20} = \dfrac{3}{10}$

c) $P(\overline{A} \mid B) = \dfrac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{1/2 - 3/10}{1/2} = \dfrac{2}{10} \cdot 2 = \dfrac{2}{5}$

d) $P(\overline{B} \mid A) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(A)} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{3/4 - 3/10}{3/4} = \dfrac{9}{20} \cdot \dfrac{4}{3} = \dfrac{3}{5}$

Ejercicio 60

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = 0.5 \qquad \& \qquad P(B) = 0.4 \qquad \& \qquad P(A \cap B) = 0.1$$

a) $P(A \cup B)$ *b)* $P(\overline{A} \cup \overline{B})$ *c)* $P(A \mid B)$ *d)* $P(\overline{A} \cap B)$

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio FE 2010 - Opción A)

Solución.

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.4 - 0.1 = 0.8$

b) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.1 = 0.9$

c) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.1}{0.4} = 0.25$

d) $P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0.4 - 0.1 = 0.3$

Ejercicio 61

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que la probabilidad de que ambos ocurran simultáneamente es de ${}^1\!/_6$ y la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos es igual a ${}^7\!/_{12}$. Se sabe además que $P(A \mid B) = {}^1\!/_2$.

a) Calcular la probabilidad de que ocurra A o B.

b) Calcular la probabilidad de que ocurra A.

Solución.

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6} \qquad \& \qquad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{7}{12} \qquad \& \qquad P(A \mid B) = \frac{1}{2}$$

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \dfrac{7}{12} \implies P(A \cup B) = 1 - \dfrac{7}{12} = \dfrac{5}{12}$

b) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{1}{2} \implies P(B) = 2 \cdot P(A \cap B) = 2 \cdot \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{3}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \implies P(A) = P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(B)$

$P(A) = \dfrac{5}{12} + \dfrac{1}{6} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{4}$

Ejercicio 62

Los datos de la tabla siguiente se han extraído de las estadísticas oficiales de la prueba de acceso a estudios universitarios (fase general) de la convocatoria del curso 2009/10 *del Distrito único de Madrid:*

	Chico	*Chica*
Apto	*12109*	*9863*
No apto	*1717*	*1223*

Se elige un alumno al azar de entre los que se presentaron a dicha prueba.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el alumno elegido sea chica o haya resultado apto?

b) Si el alumno elegido es chico, ¿Cuál es la probabilidad de que haya resultado no apto?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2011 - Opción B - Reserva)

Solución.

Sean los sucesos:

$$♂ \equiv \text{“El alumno elegido es chico”}$$
$$♀ \equiv \text{“La alumna elegida es chica”}$$
$$A \equiv \text{El alumno es apto}$$

Como nos han dado datos relativos al número de alumnos (y no probabilidades) haremos una tabla de contigencia en donde pondremos los datos (en azul) y completaremos el resto.

	♂	♀	**Total**
Apto	12109	9863	21972
No apto	1717	1223	2940
Total	13826	11086	24912

a) $P(♀ \cup A) = P(♀) + P(A) + P(♀ \cap A) = \dfrac{11086}{24912} + \dfrac{21972}{24912} - \dfrac{9863}{24912} = 0.9311$

b) $P(\overline{A} \mid ♂) = \dfrac{\overline{A} \cap ♂}{P(\overline{A})} = \dfrac{1717/24912}{13826/24912} = 0.124$

Ejercicio 63

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio, tales que la probabilidad de que no ocurra B es 0.6. Si el suceso B ocurre, entonces la probabilidad de que el suceso A ocurra es de 0.4 y si el suceso A ocurre, la probabilidad de que el suceso B ocurra es 0.25. Calcúlese:

a) $P(B)$

b) $P(A \cap B)$

c) $P(A)$

d) $P(A \cup B)$

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2014 - Opción A)

Solución.

Del enunciado sabemos que:

$$P(\overline{B}) = 0.6 \qquad \& \qquad P(A \mid B) = 0.4 \qquad \& \qquad P(B \mid A) = 0.25$$

a) $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0.6 = 0.4$

b) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \implies P(A \cap B) = P(A \mid B) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.4 = 0.16$

c) $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} \implies P(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B \mid A)} = \dfrac{0.16}{0.25} = 0.64$

d) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.64 + 0.4 - 0.16 = 0.88$

Ejercicio 64

Sean A y B dos sucesos de un espacio muestral tales que:

$$P(A) = 0.4 \quad \& \quad P(A \cup B) = 0.5 \quad \& \quad P(B \mid A) = 0.5$$

Calcúlense:

a) $P(B)$

b) $P(A \mid \overline{B})$

Nota: $\overline{S}$ *denota al suceso complementario del suceso* S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2014 - Opción A)

Solución.

a) $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{P(A \cap B)}{0.4} = 0.5 \implies P(A \cap B) = 0.2$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\implies P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A) = 0.5 + 0.2 - 0.4 \implies P(B) = 0.3$

b) $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \dfrac{0.4 - 0.2}{1 - 0.3} = 0.286$

Ejercicio 65

Todos los trabajadores de una determinada empresa tienen como mínimo conocimientos de Inglés o de Alemán. El 75 % de los empleados tienen conocimientos de Inglés y el 46 % conocimientos de Alemán. Calcúlese la probabilidad de que un empleado elegido al azar:

a) Tenga conocimientos de Inglés y de Alemán.

b) Tenga conocimientos de Inglés si sabemos que tiene conocimientos de Alemán.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2014 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$I \equiv \text{“El trabajador tiene conocimiento de inglés”}$$
$$A \equiv \text{“El trabajador tiene conocimiento de alemán”}$$

Del enunciado tenemos que:

$$P(I \cup A) = 1 \qquad \& \qquad P(I) = 0.75 \qquad \& \qquad P(A) = 0.46$$

a) $P(I \cap A) = P(I) + P(A) - P(I \cup A) = 0.75 + 0.46 - 1 = 0.21$

b) $P(I \mid A) = \dfrac{P(I \cap A)}{P(A)} = \dfrac{0.21}{0.46} = 0.457$

Ejercicio 66

En un estudio de arquitectura de Madrid trabajan personas de diferentes nacionalidades. El 80 % de las personas que trabajan en el estudio son españolas. El 40 % de los empleados del estudio son mujeres, de las cuales un 90 % son españolas. Calcúlese la probabilidad de que tomando a un empleado del estudio de arquitectura al azar:

a) Sea mujer y extranjera.

b) Sea español sabiendo que no es mujer.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2014 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$E \equiv \text{“El trabajador es español”}$$
$$M \equiv \text{“El trabajador es mujer”}$$
$$H \equiv \text{‘Èl trabajador es hombre”}$$

a) $P(E \mid M) = \dfrac{P(E \cap M)}{P(M)} \implies P(E \cap M) = P(E \mid M) \cdot P(M) = 0.4 \cdot 0.9 = 0.36$

$P(\overline{E} \cap M) = P(M) - P(E \cap M) = 0.4 - 0.36 = 0.04$

b) $P(E \mid \overline{M}) = \dfrac{P(E \cap \overline{M})}{P(\overline{M})} = \dfrac{P(E) - P(E \cap M)}{1 - P(M)} = \dfrac{0.8 - 0.36}{1 - 0.4} = 0.73$

Otra Forma: Tabla de Contingencia

$$P(E \mid M) = \frac{P(E \cap M)}{P(M)} \implies P(E \cap M) = P(E \mid M) \cdot P(M) = 0.4 \cdot 0.9 = 0.36$$

	E	$\overline{E}$	Total
M	0.36	0.04	0.4
$\overline{M}$	0.44	0.16	0.6
Total	0.8	0.2	1

a) $P(\overline{E} \cap M) = 0.04$

b) $P(E \mid \overline{M}) = \dfrac{P(E \cap \overline{M})}{P(\overline{M})} = \dfrac{0.44}{0.6} = 0.73$

Ejercicio 67

En la representación de navidad de los alumnos de 3º de primaria de un colegio hay tres tipos de papeles: 7 son de animales, 3 de personas y 12 de árboles. Los papeles se asignan al azar, los alumnos escogen por orden alfabético sobres cerrados en los que está escrito el papel que les ha correspondido.

a) Calcúlese la probabilidad de que a los dos primeros alumnos les toque el mismo tipo de papel.

b) Calcúlese la probabilidad de que el primer papel de persona le toque al tercer alumno de la lista.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2014 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$\begin{aligned} A_i &\equiv \text{“El alumno } i \text{ tiene un papel de animal”} \\ P_i &\equiv \text{“El alumno } i \text{ tiene un papel de persona”} \\ T_i &\equiv \text{“El alumno } i \text{ tiene un papel de árbol”} \\ M &\equiv \text{“A los dos primeros alumnos les toca el mismo papel”} \end{aligned}$$

a) $P(M) = P\Big((A_1 \cap A_2) \cup (P_1 \cap P_2) \cup (T_1 \cap T_2)\Big) = P(A_1 \cap A_2) + P(P_1 \cap P_2) + P(T_1 \cap T_2)$

$$= P(A_1) \cdot P(A_2 \mid A_1) + P(P_1) \cdot P(P_2 \mid P_1) + P(T_1) \cdot P(T_2 \mid T_1)$$

$$= \frac{7}{22} \cdot \frac{6}{21} + \frac{3}{22} \cdot \frac{2}{21} + \frac{12}{22} \cdot \frac{11}{21} = \frac{30}{77} = 0.3896$$

b) $P(\overline{P}_1 \cap \overline{P}_2 \cap P_3) = P(\overline{P}_1) \cdot P(\overline{P}_2 \mid \overline{P}_1) \cdot P\Big(P_3 \mid (\overline{P}_1 \cap \overline{P}_2)\Big) = \frac{19}{22} \cdot \frac{18}{21} \cdot \frac{3}{20}$

$$= \frac{171}{1540} \simeq 0.111$$

f

Ejercicio 68

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio, tales que:

$$P(A) = P(A \mid B) = 0.25 \qquad \& \qquad P(B \mid A) = 0.5$$

a) Estúdiese si los sucesos son independientes.

b) Calcúlese $P(A \cup B)$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2014 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

a) $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} \Longrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A) = 0.25 \cdot 0.5 = 0.125$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Longrightarrow P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A \mid B)} = \frac{0.125}{0.25} = 0.5$$

$$\left.\begin{array}{l} P(A) \cdot P(B) = 0.25 \cdot 0.5 = 0.125 \\ P(A \cap B) = 0.125 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \\ A \text{ y } B \text{ son independientes} \end{array}\right.$$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.25 + 0.5 - 0.125 = 0.625$

Ejercicio 69

Se consideran los sucesos incompatibles A y B de un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$. Calcúlese:

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$

b) $P(B \cap \overline{A})$

Nota: $\overline{S}$ denota al suceso complementario del suceso S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2015 - Opción A)

Solución.

Vamos a reunir los datos que nos dan en el enunciado:

$$P(A) = 0.4 \qquad \& \qquad P(B) = 0.3 \qquad \& \qquad A \text{ y } B \text{ incompatibles} \Rightarrow P(A \cap B) = 0$$

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \left[P(A) + P(B) - \cancelto{0}{P(A \cap B)}\right]$

$$= 1 - (0.4 + 0.3) = 0.3$$

b) $P(B \cap \overline{A}) = P(B) - \cancelto{0}{P(A \cap B)} = 0.3$

Ejercicio 70

Sean A y B sucesos de un experimento aleatorio tales que

$$P(A \cap B) = 0.3 \qquad \& \qquad P(A \cap \overline{B}) = 0.2 \qquad \& \qquad P(B) = 0.7$$

Calcúlense:

a) $P(A \cup B)$

b) $P(B \mid \overline{A})$

Nota: $\overline{S}$ *denota al suceso complementario del suceso* S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2015 - Opción B)

Solución.

a) $P(A\cap\overline{B}) = P(A) - P(A\cap B) \implies P(A) = P(A\cap\overline{B}) + P(A\cap B) = 0.2+0.3 = 0.5$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.7 - 0.3 = 0.9$

b) $P(B \mid \overline{A}) = \dfrac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \dfrac{0.7 - 0.3}{1 - 0.5} = 0.8$

Ejercicio 71

Sean A y B dos sucesos de un espacio muestral tales que

$$P(A) = 0.8 \quad \& \quad P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.8 \quad \& \quad P(A \cup B) = 0.9$$

a) *¿Son independientes los sucesos A y B?*

b) *Calcúlese $P(B \mid \overline{A})$*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2015 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

a) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 0.8 \implies P(A \cap B) = 0.2$

$\underbrace{P(A \cup B)}_{0.9} = \underbrace{P(A)}_{0.8} + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{0.2} \implies P(B) = 0.9 + 0.2 - 0.8 = 0.3$

$$\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.2 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.8 \cdot 0.3 = 0.24 \end{array}\right\} \implies \left\{\begin{array}{c} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ A \text{ y } B \text{ no son independientes} \end{array}\right.$$

b) $P(B \mid \overline{A}) = \dfrac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \dfrac{P(B) - P(B \cap A)}{1 - P(A)} = \dfrac{0.3 - 0.2}{1 - 0.8} = 0.5$

Ejercicio 72

Se consideran los sucesos A, B y C de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = 0.09 \quad \& \quad P(B) = 0.07 \quad \& \quad P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.97$$

Además los sucesos A y C son incompatibles.

a) Estúdiese si los sucesos A y B son independientes.

b) Calcúlese $P(A \cap B \mid C)$.

Nota: $\overline{S}$ *denota al suceso complementario del suceso S.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2015 - Opción A)

Solución.

Reunimos los datos del enunciado:

$$P(A) = 0.09 \quad \& \quad P(B) = 0.07 \quad \& \quad P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.97 \quad \& \quad P(A \cap C) \underset{incomp.}{\overset{A \text{ y } C}{=}} 0$$

a) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 1 - P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - 0.97 = 0.03$

$$\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.03 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.09 \cdot 0.07 = 0.0063 = \end{array}\right\} \Longrightarrow \begin{cases} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ \text{A y B no son independientes} \end{cases}$$

b) $P(A \cap B \mid C) = \dfrac{P(A \cap B \cap C)}{P(C)} \overset{\circledast}{=} \dfrac{0}{P(C)} = 0$

$\circledast$ Como $P(A \cap C) = 0 \implies P(A \cap B \cap C) = 0$

Ejercicio 73

Todos los estudiantes de una facultad de Madrid afirman haber comido en el último mes en alguna de las dos cafeterías de esa facultad, la grande y la pequeña. Un 60 % declara haber comido en la grande mientras que un 55 % declara haber comido en la pequeña. Calcúlese la probabilidad de que un estudiante de dicha facultad elegido al azar:

a) Haya comido en el último mes en la cafetería grande y en la pequeña.

b) Haya comido en el último mes en la cafetería pequeña si se sabe que nunca ha comido en la grande.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2015 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$G \equiv \text{“El estudiante ha comido en la cafetería grande en el último mes”}$$
$$P \equiv \text{“El estudiante ha comido en la cafetería pequeña en el último mes”}$$

$$P(G) = 0.6 \qquad \& \qquad P(P) = 0.55 \qquad \& \qquad P(G \cup P) = 1$$

a) $P(G \cap P) = P(G) + P(P) - P(G \cup P) = 0.6 + 0.55 - 1 = 0.15$

b) $P(P \mid \overline{G}) = \dfrac{P(P \cap \overline{G})}{P(\overline{G})} = \dfrac{P(P) - P(P \cap G)}{1 - P(G)} = \dfrac{0.55 - 0.15}{1 - 0.6} = 1$

Ejercicio 74

Las probabilidades de que cinco jugadores de baloncesto encesten un lanzamiento de tiro libre son, respectivamente, de 0.8; 0.9; 0.7; 0.9; 0.93. Si cada jugador lanza un tiro libre siguiendo el orden anterior y considerando los resultados de los lanzamientos como sucesos independientes, calcúlese la probabilidad de que:

a) Todos los jugadores encesten su tiro libre.

b) Al menos uno de los tres primeros jugadores enceste.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2016 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos: $E_i \equiv$ "El jugador i encesta"

a) La probabilidad de que todos los jugadores encesten, teniendo en cuenta que son sucesos independientes será:

$$P(E_1 \cap E_2 \cap \cdots \cap E_5) = P(E_1) \cdot P(E_2) \cdot \ldots \cdot P(E_5) = 0.8 \cdot 0.9 \cdot 0.7 \cdot 0.9 \cdot 0.93 = 0.4218$$

b) $$\begin{aligned} P(\text{"}Alguno\ enceste\text{"}) &= 1 - P(\text{"}Ninguno\ enceste\text{"}) = 1 - P\left(\overline{E_1} \cap \overline{E_2} \cap \overline{E_3}\right) \\ &= 1 - (0.2 \cdot 0.1 \cdot 0.3) = 0.994 \end{aligned}$$

Ejercicio 75

Una conocida orquesta sinfónica está compuesta por un 55 % de varones y un 45 % de mujeres. En la orquesta un 30 % de los instrumentos son de cuerda. Un 25 % de las mujeres de la orquesta interpreta un instrumento de cuerda. Calcúlese la probabilidad de que un intérprete de dicha orquesta elegido al azar:

a) Sea una mujer si se sabe que es intérprete de un instrumento de cuerda.

b) Sea intérprete de un instrumento de cuerda y sea varón.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2016 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$H \equiv \text{"El músico es varón"}$$
$$M \equiv \text{"El músico es mujer"}$$
$$C \equiv \text{"El instrumento interpretado es de cuerda"}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(H) = 0.55 \quad \& \quad P(M) = 0.45 \quad \& \quad P(C) = 0.3 \quad \& \quad P(C \mid M) = 0.25$$

a) $P(C \mid M) = \dfrac{P(C \cap M)}{P(M)} = \dfrac{P(C \cap M)}{0.45} = 0.25 \implies P(C \cap M) = 0.25 \cdot 0.45 = 0.1125$

$P(M \mid C) = \dfrac{P(M \cap C)}{P(C)} = \dfrac{0.1125}{0.3} = 0.375$

b) $P(C) = P(C \cap H) + P(C \cap M)$

$P(C \cap H) = P(C) - P(C \cap M) = 0.3 - 0.1125 = 0.1875$

Ejercicio 76

Sean A y B dos sucesos independientes de un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0.5$ y $P\left(\overline{B}\right) = 0.8$. Calcúlese:

a) $P(A \cap B)$ *y* $P(A \cup B)$.

b) $P\left(\overline{A} \mid \overline{B}\right)$.

Nota: $\overline{S}$ *denota el suceso complementario del suceso* S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2016 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

a) $P(A \cap B) \overset{A \text{ y } B}{\underset{ind.}{=}} P(A) \cdot P(B) = P(A) \cdot \left[1 - P(\overline{B})\right] = 0.5 \cdot (1 - 0.8) = 0.1$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + (1 - 0.8) - 0.1 = 0.6$

b) $P\left(\overline{A} \mid \overline{B}\right) = \dfrac{P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)}{P(\overline{B})} = \dfrac{P\left(\overline{A \cup B}\right)}{P(\overline{B})} = \dfrac{1 - P(A \cup B)}{P(\overline{B})} = \dfrac{1 - 0.6}{1 - 0.8} = 0.5$

Ejercicio 77

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = \frac{3}{4} \qquad \& \qquad P(A \mid B) = \frac{3}{4} \qquad \& \qquad P(B \mid A) = \frac{1}{4}$$

a) *Demuéstrese que A y B son sucesos independientes pero no incompatibles.*

b) *Calcúlese $P\left(\overline{A} \mid \overline{B}\right)$.*

Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario del suceso S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2016 - Opción A)

Solución.

a) $$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{3/16}{3/4} = \frac{1}{4} \implies P(A \cap B) = \frac{3}{16}$$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{3/16}{P(B)} = \frac{3}{4} \implies P(B) = \frac{1}{4}$$

$$\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = \dfrac{3}{16} \\ P(A) \cdot P(B) = \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{16} \end{array}\right\} \Rightarrow \left\| \begin{array}{l} P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow A \text{ y } B \text{ son indep.} \\ P(A \cap B) \neq 0 \Rightarrow A \text{ y } B \text{ no son incompatibles.} \end{array}\right.$$

b) $$P\left(\overline{A} \mid \overline{B}\right) = \frac{P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)}{P(\overline{B})} = \frac{P\left(\overline{A \cup B}\right)}{1 - P(B)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]}{1 - P(B)} = \frac{1 - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{16}\right)}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$$

Ejercicio 78

El 30 % de los individuos de una determinada población son jóvenes. Si una persona es joven, la probabilidad de que lea prensa al menos una vez por semana es 0.20. Si una persona lee prensa al menos una vez por semana, la probabilidad de que no sea joven es 0.9. Se escoge una persona al azar. Calcúlese la probabilidad de que esa persona:

a) No lea prensa al menos una vez por semana.

b) No lea prensa al menos una vez por semana o no sea joven.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2017 - Opción B)

Solución.
Sean los sucesos:

$$J \equiv \text{“Ser joven”}$$
$$S \equiv \text{“Leer prensa al menos una vez a la semana”}$$

$$P(J) = 0.3 \quad \& \quad P(S \mid J) = 0.2 \quad \& \quad P(\overline{J} \mid S) = 0.9$$

a) Hallar $P(\overline{S})$

$$P(S \mid J) = 0.2 \implies \frac{P(S \cap J)}{P(J)} = \frac{P(S \cap J)}{0.3} = 0.2 \implies P(S \cap J) = 0.06$$
$$P(\overline{J} \mid S) = 0.9 \implies \frac{P(\overline{J} \cap S)}{P(S)} = \frac{P(S) - P(S \cap J)}{P(S)} = \frac{P(S) - 0.06}{P(S)} = 0.9$$
$$\implies 0.1P(S) = 0.06 \implies P(S) = 0.6 \implies P(\overline{S}) = 0.4$$

b) $P(\overline{S} \cup \overline{J}) = P(\overline{S \cap J}) = 1 - P(S \cap J) = 1 - 0.06 = 0.94$

Ejercicio 79

Una máquina tiene dos chips de control A y B. Se sabe que al encender la máquina la probabilidad de que falle el chip A es de 0.2, la probabilidad de que falle el B es de 0.3 y la probabilidad de que fallen los dos es de 0.015. Calcúlese la probabilidad de que al encender la máquina:

a) Haya fallado el chip A si se sabe que ha fallado el B.

b) No falle ninguno de los dos chips.

Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario del suceso S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2017 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“Falla el chip A”} \qquad\qquad B \equiv \text{“Falla el chip B”}$$

$$P(A) = 0.2 \quad \& \quad P(B) = 0.3 \quad \& \quad P(A \cap B) = 0.015$$

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.015}{0.3} = 0.05$

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$
$= 1 - (0.2 + 0.3 - 0.015) = 0.515$

Ejercicio 80

La probabilidad de que cierto río esté contaminado por nitratos es 0.6, por sulfatos es 0.4, y por ambos es 0.2. Calcúlese la probabilidad de que dicho río:

a) No esté contaminado por nitratos, si se sabe que está contaminado por sulfatos.

b) No esté contaminado ni por nitratos ni por sulfatos.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2017 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos: $\begin{cases} N & \equiv \text{El río está contaminado por nitratos} \\ S & \equiv \text{El río está contaminado por sulfatos} \end{cases}$

$$P(N) = 0.6 \quad \& \quad P(S) = 0.4 \quad \& \quad P(N \cap S) = 0.2$$

a) $P(\overline{N} \mid S) = \dfrac{P(\overline{N} \cap S)}{P(S)} = \dfrac{P(S) - P(N \cap S)}{P(S)} = \dfrac{0.4 - 0.2}{0.4} = 0.5$

b) $P(\overline{N} \cap \overline{S}) = P(\overline{N \cup S}) = 1 - P(N \cup S) = 1 - [P(N) + P(S) - P(N \cap S)]$
$= 1 - (0.6 + 0.4 - 0.2) = 0.2$

Ejercicio 81

Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0.5$, $P(A \mid B) = 0.375$ y $P(B \cap A) = 0.3$. Calcúlese la probabilidad de que:

a) Ocurra B.

b) Ocurra B pero no A.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2017 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.3}{P(B)} = 0.375 \implies P(B) = \dfrac{0.3}{0.375} = 0.8$

b) $P(B \cap \overline{A}) = P(B) - P(A \cap B) = 0.8 - 0.3 = 0.5$

Ejercicio 82

Se consideran los sucesos A y B de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = 0.4 \qquad P(B) = 0.5 \qquad P(A \mid B) = 0.7$$

. Calcúlese:

a) $P(A \cup B)$.

b) $P(\overline{A} \mid B)$.

Nota: $\overline{S}$ *denota el suceso complementario del suceso* S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2018 - Opción A)

Solución.

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.7 \implies P(A \cap B) = 0.7 \cdot P(B) = 0.7 \cdot 0.5 = 0.35$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 0.4 + 0.5 - 0.35 = 0.55$

b) $P(\overline{A} \mid B) = \dfrac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.5 - 0.35}{0.5} = 0.3$

Ejercicio 83

Se consideran los sucesos A y B de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = 0.3 \qquad P(B) = 0.8 \qquad P(A \cup B) = 0.9$$

Calcúlese:

a) $P(\overline{A} \mid B)$.

b) $P(A \mid \overline{B})$.

Nota: $\overline{S}$ *denota el suceso complementario del suceso* S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2018 - Opción B)

Solución.

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.3 + 0.8 - 0.9 = 0.2$

$P(\overline{A} \mid B) = \dfrac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.8 - 0.2}{0.8} = 0.75$

b) $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \dfrac{0.3 - 0.2}{1 - 0.8} = 0.5$

Ejercicio 84

Se toma un coche al azar de la Comunidad de Madrid. Se sabe que la probabilidad de que tenga motor diésel es 0.4*. La probabilidad de que tenga mas de* 8 *años es* 0.5*. Finalmente se sabe que la probabilidad de que tenga más de ocho años o motor diésel es* 0.55*. Calcúlese la probabilidad de que:*

a) Tenga motor diésel sabiendo que tiene más de ocho años.

b) No tenga motor diésel ni tenga más de ocho años.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2018 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$D \equiv \text{"El coche tiene motor diésel"}$$
$$O \equiv \text{"El coche tiene más de ocho años"}$$

Del enunciado sabemos las siguientes probabilidades:

$$P(D) = 0.4 \quad \& \quad P(O) = 0.5 \quad \& \quad P(D \cup O) = 0.55$$

a) $P(D \mid O) = \dfrac{P(D \cap O)}{P(O)} = \dfrac{P(D) + P(O) - P(D \cup O)}{P(O)} = \dfrac{0.4 + 0.5 - 0.55}{0.5} = 0.70$

b) $P(\overline{D} \cap \overline{O}) = P\left(\overline{D \cup O}\right) = 1 - P(D \cup O) = 1 - 0.55 = 0.45$

Ejercicio 85

Entre los músicos que ensayan en un determinado local de Madrid, un 30 % sabe tocar la batería, un 80 % sabe tocar la guitarra y un 20 % sabe tocar tanto la batería como la guitarra. Se elige uno de esos músicos al azar. Calcúlese la probabilidad de que:

a) No sepa tocar la batería si se conoce que sabe tocar la guitarra.

b) Conocido que no sabe tocar la guitarra, no sepa tocar la batería.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2018 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$B \equiv \text{"El músico sabe tocar la batería"}$$
$$G \equiv \text{"El músico sabe tocar la guitarra"}$$

Del enunciado sabemos las siguientes probabilidades:

$$P(B) = 0.3 \quad \& \quad P(G) = 0.8 \quad \& \quad P(B \cap G) = 0.2$$

a) $P(\overline{B} \mid G) = \dfrac{P(\overline{B} \cap G)}{P(G)} = \dfrac{P(G) - P(B \cap G)}{P(G)} = \dfrac{0.8 - 0.2}{0.8} = 0.75$

b) $P(\overline{B} \mid \overline{G}) = \dfrac{P\left(\overline{B} \cap \overline{G}\right)}{P\left(\overline{G}\right)} = \dfrac{P\left(\overline{B \cup G}\right)}{P(\overline{G})} = \dfrac{1 - P(B \cup G)}{1 - P(G)}$

$$= \frac{1 - [P(B) + P(G) - P(B \cap G)]}{1 - P(G)} = \frac{1 - (0.3 + 0.8 - 0.2)}{1 - 0.8} = 0.5$$

Ejercicio 86

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que

$$P(A) = 0.4 \quad \& \quad P(B) = 0.6 \quad \& \quad P(A \cup B) = 0.8$$

Calcúlese:

a) $P(A \cap B)$

b) $P\left(\overline{A \cup B} \mid A\right)$

Nota: $\overline{S}$ *denota el suceso complementario del suceso S.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2018 - Opción B)

Solución.

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.4 + 0.6 - 0.8 = 0.2$

b) $P\left(\overline{A \cup B} \mid A\right) = \dfrac{P\left((\overline{A \cup B}) \cap A\right)}{P(A)} = \dfrac{P\left((\overline{A} \cap \overline{B}) \cap A\right)}{P(A)} = \dfrac{0}{0.4} = 0$

Ejercicio 87

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que

$$P(A) = 0.6, \quad P(B) = 0.8 \quad y \quad P(A \cap \overline{B}) = 0.1$$

a) Calcúlese la probabilidad de que ocurra el suceso A si no ha ocurrido el suceso B y determínese si los sucesos A y $\overline{B}$ son independientes. $\overline{B}$ denota el complementario del suceso B.

b) Obténgase la probabilidad de que ocurra alguno de los dos sucesos.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2019 - Opción A)

Solución.

a) $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{1 - P(B)} = \dfrac{0.1}{1 - 0.8} = 0.5$

$P(A) \cdot P(\overline{B}) = 0.6 \cdot (1 - 0.8) = 0.12$

Como $P(A \cap \overline{B}) \neq P(A) \cdot P(\overline{B}) \implies$ los sucesos A y $\overline{B}$ no son independientes

b) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) \implies P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \overline{B}) = 0.6 - 0.1 = 0.5$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.8 - 0.5 = 0.9$

Ejercicio 88

Sean A y B sucesos de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A \mid B) = \frac{1}{4} \quad \& \quad P(B \mid A) = \frac{1}{6} \quad \& \quad P(A) = \frac{2}{3}$$

Calcúlese:

a) $P\left(\overline{B} \cup \overline{A}\right)$.

b) $P\left(\overline{A} \cap B\right)$

Nota: $\overline{S}$ *denota el suceso complementario del suceso* S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2019 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

a) Antes de empezar vamos a ver qué podemos obtener de las probabilidades condicionadas que nos dan

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{2/3} = \frac{1}{6} \implies P(A \cap B) = \frac{1}{9}$$
$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/9}{P(B)} = \frac{1}{4} \implies P(B) = \frac{4}{9}$$

$$P\left(\overline{B} \cup \overline{A}\right) = P\left(\overline{B \cap A}\right) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

b) $P\left(\overline{A} \cap B\right) = P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{4}{9} - \dfrac{1}{9} = \dfrac{1}{3}$

Ejercicio 89

Los escolares de un cierto colegio de Madrid fueron encuestados acerca de su alimentación y de su ejercicio físico. Una proporción de $2/5$ hacían ejercicio regularmente y $2/3$ siempre desayunaban. Además, entre los que siempre desayunan, una proporción de $9/25$ hacían ejercicio regularmente. Se elige al azar un escolar de ese colegio.

a) ¿Es independiente que siempre desayune y que haga ejercicio regularmente?

b) Calcúlese la probabilidad de que no siempre desayune y no haga ejercicio regularmente.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2019 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$\text{E} \equiv \text{“El alumno hace ejercicio regularmente”}$$
$$\text{D} \equiv \text{“El alumno desayuna diariamente”}$$

En el enunciado nos dicen que.

$$P(E) = \frac{2}{5} \qquad \& \qquad P(D) = \frac{2}{3} \qquad \& \qquad P(E \mid D) = \frac{9}{25}$$

a) $P(E \mid D) = \dfrac{P(E \cap D)}{P(D)} \implies P(E \cap D) = P(D) \cdot P(E \mid D) = \dfrac{9}{25} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{6}{25}$

$P(E) \cdot P(D) = \dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{4}{15}$

Como $P(E \cap D) \neq P(E) \cdot P(D) \implies$ los sucesos E y D no son independientes.

b) $P(\overline{E} \cap \overline{D}) = P(\overline{E \cup D}) = 1 - P(E \cup D) = 1 - [P(E) + P(D) - P(E \cap D)]$

$$= 1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{2}{3} - \frac{6}{25}\right) = 1 - \frac{62}{75} = \frac{13}{75}$$

Ejercicio 90

Sean A y B dos sucesos con:

$$P(A) = 0.3 \quad \& \quad P(B \mid A) = 0.4 \quad \& \quad P(B \mid \overline{A}) = 0.6$$

. Calcúlese:

a) $P(A \mid B)$

b) $P(\overline{A} \mid \overline{B})$

Nota: $\overline{S}$ *denota al suceso complementario de suceso* S

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2019 - Opción B)

Solución.

a) $P(B \mid A) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} \implies P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B \mid A) = 0.3 \cdot 0.4 = 0.12$

$$P(B \mid \overline{A}) = \frac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{P(B) - 0.12}{1 - 0.3} = 0.6$$

$\implies P(B) = 0.6 \cdot 0.7 + 0.12 = 0.54$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B \cap A)}{P(B)} = \frac{0.12}{0.54} = 0.222$$

b) $P(\overline{A} \mid \overline{B}) = \dfrac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(\overline{A \cup B})}{1 - P(B)} = \dfrac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)}$

$$= \frac{1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]}{1 - P(B)} = \frac{1 - (0.3 + 0.54 - 0.12)}{1 - 0.54} = 0.609$$

Ejercicio 91

Un estudio sobre la obsolescencia programada en una marca de electrodomésticos reveló que la Probabilidad de que un microondas se estropee durante el periodo de garantía es 0.02*. Esta probabilidad se eleva a* 0.05 *para hornos eléctricos y se sabe que estos sucesos son independientes. Cuando el microondas se ha estropeado en el periodo de garantía, la marca amplía ésta por dos años más. El* 40 % *de los clientes con garantía ampliada no conserva la factura de compra durante los dos años de ampliación.*

a) Un cliente compra un horno y un microondas de esta marca. Obtenga la probabilidad de que se estropee al menos uno de ellos durante el periodo de garantía.

b) Un cliente ha comprado un microondas. Calcule la probabilidad de que se le estropee durante el periodo de garantía y conserve la factura durante los dos años de ampliación.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos independientes

$M \equiv$ ”El microondas se estropea durante el periodo de garantía”
$H \equiv$ ”El horno eléctrico se estropea durante el periodo de garantía”
$G \equiv$ ”El cliente conserva la factura de compra”

Del enunciado tenemos:

$$P(M) = 0.02 \quad \& \quad P(H) = 0.05 \quad \& \quad \overbrace{P(M \cap H)}^{Independientes} = P(M) \cdot P(H) \quad \& \quad P(\overline{G} \mid M) = 0.4$$

a) $P(M \cup H) = P(M) + P(H) - P(M \cap H) = 0.02 + 0.05 - 0.02 \cdot 0.05 = 0.069$

b) $P(M \cap G) = P(M) \cdot P(G \mid M) = P(M) \cdot \left[1 - P(\overline{G} \mid M)\right] = 0.02 \cdot (1 - 0.4) = 0.012$

Ejercicio 92

En un kiosco de prensa del aeropuerto de Madrid el 40 % de las ventas son periódicos y el resto revistas. Un 90 % de las publicaciones están en castellano. Además se sabe que un 8 % del total de las publicaciones son revistas en otro idioma. Calcule la probabilidad de que una publicación elegida al azar:

a) Sea un periódico, dado que está publicado en otro idioma distinto del castellano.

b) Sea un periódico o esté publicado en otro idioma distinto del castellano.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$P \equiv$ "La venta es un periódico" $\quad$ $R \equiv$ "La venta es una revista"

$C \equiv$ "La edición es en castellano" $\quad$ $O \equiv$ "La edición es en otro idioma"

Escribimos los datos en una tabla de contingencia supuesto un total de 100 publicaciones.

	P	R	**Total**
C	38	52	90
O	2	8	10
Total	40	60	100

a) $P(P \mid O) = \dfrac{2}{10} = 0.2$

b) $P(P \cup O) = P(P) + P(O) - P(P \cap O) = \dfrac{40}{100} + \dfrac{10}{100} - \dfrac{2}{100} = 0.48$

Ejercicio 93

Sean A y B sucesos de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A \mid B) = \frac{1}{4} \quad \& \quad P(B) = \frac{1}{6} \quad \& \quad P(A) = \frac{2}{3}$$

Calcule:

a) $P(A \cup \overline{B})$.

b) $P\Big(\overline{A} \cap B\Big) \cup (\overline{B} \cap A)$.

Nota: $\overline{S}$ *denota el suceso complementario del suceso* S.

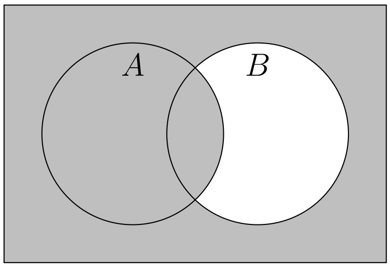
(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2020 - Opción A)

Solución.

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{1}{4}$

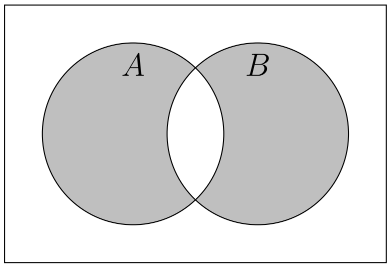
$\Longrightarrow \; P(A \cap B) = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{24}$

$$\begin{aligned} P(A \cup \overline{B}) &= 1 - P(\overline{A} \cap B) \\ &= 1 - \Big[P(B) - P(A \cap B)\Big] \\ &= 1 - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{24}\right) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} \end{aligned}$$



b) $$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{24} = \frac{19}{24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P\Big(\overline{A} \cap B\Big) \cup (\overline{B} \cap A) &= P(A \cup B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{19}{24} - \frac{1}{24} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$



Ejercicio 94

Sean C y D dos sucesos de un experimento aleatorio tales que

$$P(C) = 0.4 \quad \& \quad P(D) = 0.6 \quad \& \quad P(C \cup D) = 0.8$$

Calcule:

a) $P(C \mid D)$.

b) $P\left(\overline{C \cap D} \mid C\right)$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2021 - Opción B)

Solución.

a) $P(C \cap D) = P(C) + P(D) - P(C \cup D) = 0.4 + 0.6 - 0.8 = 0.2$

$$P(C \mid D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{0.2}{0.6} = 0.33$$

b) $$P\left(\overline{C \cap D} \mid C\right) = \frac{P\left(\overline{C \cap D} \cap C\right)}{P(C)} = \frac{P\left(\left(\overline{C} \cup \overline{D}\right) \cap C\right)}{P(C)} = \frac{P\left(\overset{\varnothing}{\cancel{\overline{C} \cap C}} \cup \overline{D} \cap C\right)}{P(C)}$$

$$= \frac{P\left(\overline{D} \cap C\right)}{P(C)} = \frac{P(C) - P(C \cap D)}{P(C)} = \frac{0.4 - 0.2}{0.4} = 0.5$$

Ejercicio 95

Se consideran los sucesos A y B de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = 0.5 \qquad \& \qquad P(\overline{B} \mid A) = 0.4 \qquad \& \qquad P(A \cup B) = 0.9$$

a) Calcule $P(B \mid \overline{A})$.

b) Determine si son dependientes o independientes los sucesos A y B . Justifique la respuesta.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Opción B)

Solución.

a) $P(\overline{B} \mid A) = \dfrac{P(\overline{B} \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(\overline{B} \cap A)}{0.5} = 0.4 \implies P(\overline{B} \cap A) = 0.4 \cdot 0.5 = 0.2$

$$P(\overline{B} \cap A) = P(A) - P(A \cap B) = 0.5 - P(A \cap B) = 0.2 \implies P(A \cap B) = 0.3$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\implies P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A) = 0.9 + 0.3 - 0.5 = 0.7$$

$$P(B \mid \overline{A}) = \frac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0.7 - 0.3}{1 - 0.5} = 0.8$$

b) $\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.3 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.5 \cdot 0.7 = 0.35 \end{array}\right\} \implies \left| \begin{array}{l} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ A \text{ y } B \text{ no son independientes} \end{array}\right.$

Ejercicio 96

Una urna contiene 9 bolas blancas y 3 negras. Se seleccionan al azar consecutivamente y sin reemplazamiento dos bolas. Calcule la probabilidad de que:

a) La segunda bola seleccionada sea negra.

b) Ambas bolas seleccionadas sean negras, dado que la segunda bola seleccionada es negra.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sea el suceso:

$$N_i \equiv \text{"Sacar una bola negra en la extracción } i\text{"}$$

a) $P(N_2) = P(N_1 \cap N_2) + P(\overline{N}_1 \cap N_2) = \dfrac{3}{12} \cdot \dfrac{2}{11} + \dfrac{9}{12} \cdot \dfrac{3}{11} = \dfrac{1}{4}$

b) $P(N_1 \cap N_2 \mid N_2) = \dfrac{P((N_1 \cap N_2) \cap N_2)}{P(N_2)} = \dfrac{P(N_1 \cap N_2)}{P(N_2)} = \dfrac{\frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11}}{\frac{1}{4}} = \dfrac{2}{11}$

Ejercicio 97

Sean A y B dos sucesos con:

$$P(A) = \frac{2}{5} \quad \& \quad P(B) = \frac{1}{2} \quad \& \quad P(A \mid \overline{B}) = \frac{4}{5}$$

a) Calcule $P(A \cap \overline{B})$.

b) ¿Son A y B incompatibles?

Nota: $\overline{S}$ denota al suceso complementario del suceso S.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

a) $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B}}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{1 - P(B)} = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{1 - \frac{1}{2}} = \dfrac{4}{5} \implies P(A \cap \overline{B}) = \dfrac{2}{5}$

b) $P(A \cap \overline{B}) = \underbrace{P(A)}_{2/5} - P(A \cap B) = \dfrac{2}{5} \implies P(A \cap B) = 0 \implies A$ y B son incompat.

Ejercicio 98

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio, tales que

$$P(A) = 0.5 \qquad \& \qquad P(\overline{B}) = 0.8 \qquad \& \qquad P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.9$$

a) Estudie si los sucesos A y B son independientes.

b) Calcule $P(\overline{A} \mid \overline{B})$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2021 - Opción A)

Solución.

a) $P(\overline{B}) = 0.8 \implies P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0.8 = 0.2$

$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 0.9 \implies P(A \cap B) = 0.1$

$P(A) \cdot P(B) = 0.5 \cdot 0.2 = 0.1$

$P(A \cap B) = 0.1 = P(A) \cdot P(B) \implies A$ y B son sucesos independientes.

b) $P(\overline{A} \mid \overline{B}) = \dfrac{P(\overline{A} \cap P(\overline{B}))}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(\overline{A \cup B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{1 - P(A \cup B)}{P(\overline{B})}$

$$= \frac{1 - \left[P(A) + P(B) - P(A \cap B)\right]}{P(\overline{B})} = \frac{1 - (0.5 + 0.2 - 0.1)}{0.8} = \frac{0.4}{0.8} = 0.5$$

Ejercicio 99

Entre los deportistas profesionales, el 50 % disfrutan de una beca de alto rendimiento y el 30 % está cursando estudios superiores. Se sabe también que el 10 % de los deportistas profesionales disfrutan de una beca de alto rendimiento y además están cursando estudios superiores. Seleccionado un deportista profesional al azar, calcule la probabilidad de que:

a) Disfrute de una beca de alto rendimiento o esté cursando estudios superiores.

b) No disfrute de una beca de alto rendimiento, sabiendo que no está cursando estudios superiores.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2022 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$B \equiv$ "Los depostistas tienen **beca** de alto rendimiento"
$E \equiv$ "Los deportistas cursan **estudios superiores**"

Del enunciado tenemos:

$$P(B) = 0.5 \qquad \& \qquad P(E) = 0.3 \qquad \& \qquad P(B \cap E) = 0.1$$

a) $P(B \cup E) = P(B) + P(E) - P(B \cap E) = 0.5 + 0.3 - 0.1 = 0.7$

b) $P(\overline{B} \mid \overline{E}) = \dfrac{P(\overline{B} \cap \overline{E})}{P(\overline{E})} = \dfrac{P(\overline{B \cup E})}{1 - P(E)} = \dfrac{1 - P(B \cup E)}{1 - P(E)} = \dfrac{1 - 0.7}{1 - 0.3} \simeq 0.4286$

Ejercicio 100

Sean los sucesos A y B asociados a un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = 0.6 \qquad \& \qquad P(A \mid B) = 0.4 \qquad \& \qquad P(A \mid B^c) = 0.8$$

, siendo B^c el suceso complementario de B.

a) Calcule $P(B)$.

b) ¿Son A y B independientes? Justifique su respuesta.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Opción A)

Solución.

Utilizaremos la notación $\overline{B}$ para el suceso complementario del suceso B.

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.4 \implies P(A \cap B) = 0.4 \cdot P(B)$ $\circledast$

$$P(A \mid \overline{B}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0.6 - P(A \cap B)}{1 - P(B)}$$

$$\overset{\circledast}{=} \frac{0.6 - 0.4 \cdot P(B)}{1 - P(B)} = 0.8 \implies 0.6 - 0.4 \cdot P(B) = 0.8 - 0.8 \cdot P(B)$$

$$\implies \begin{cases} 0.4 \cdot P(B) = 0.2 \implies \boxed{P(B) = 0.5} \\ P(A \cap B) = 0.4 \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.5 = 0.2 \end{cases}$$

b) $\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.2 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.6 \cdot 0.5 = 0.3 \end{array}\right\} \implies \begin{array}{c} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ \text{Los sucesos } A \text{ y } B \text{ no son independientes} \end{array}$

Ejercicio 101

Sean A y B sucesos independientes de un experimento aleatorio con $P(B) = 1/2$

a) Calcule $P(A)$ para el caso en que $P(A \cup B) = 3/4$.

b) Calcule $P(A)$ para el caso en que $P(A \cap B^c) = 1/4$.

Nota: B^c debota el suceso complementario de B.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

a) A y B independientes $\implies P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \dfrac{1}{2} \cdot P(A)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \implies \frac{3}{4} = P(A) + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot P(A) \implies P(A) = \frac{1}{2}$$

b) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - \dfrac{1}{2} \cdot P(A) = \dfrac{1}{2} \cdot P(A) = \dfrac{1}{4} \implies P(A) = \dfrac{1}{2}$

Ejercicio 102

Supongamos que el espacio muestral de cierto experimento aleatorio es la unión de los sucesos A y B. Esto es, $E = A \cup B$. Además suponga que $P(A \cap B) = 0.2$ y $P(B) = 0.7$.

a) Calcule $P(A^c)$.

b) Calcule $P(A^c \cup B^c)$.

Nota: *A^c y B^c son , respectivamente, los sucesos complementarios de A y B.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Opción A)

Solución.

Nota: Utilizaremos la notación $\overline{A}$ para el suceso complementario del suceso A.

Del enunciado tenemos:

$$P(A \cup B) = 1 \qquad \& \qquad P(A \cap B) = 0.2 \qquad \& \qquad P(B) = 0.7$$

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1 - P(\overline{A}) + P(B) - P(A \cap B)$
$\implies 1 = 1 - P(\overline{A}) + 0.7 - 0.2 \implies P(\overline{A}) = 0.5$

b) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.2 = 0.8$

Ejercicio 103

Sean A y B dos sucesos asociados a un mismo experimento aleatorio. Suponga que:

$$P(A) = 0.7 \qquad \& \qquad P(B^c) = 0.7 \qquad \& \qquad P(A \cap B) = 0.2$$

a) *¿Son A y B independientes?. Justifique su respuesta*

b) *Calcule $P(A^c \cap B^c)$.*

Nota: *A^c y B^c son, respectivamente, los sucesos complementarios de A y B.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Utilizaremos la notación $\overline{A}$ para el suceso complementario del suceso A.

a) $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0.7 = 0.3$

- $P(A \cap B) = 0.2$
- $P(A) \cdot P(B) = 0.7 \cdot 0.3 = 0.21$

$$\Longrightarrow \begin{cases} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ A \text{ y } B \text{ no son independientes} \end{cases}$$

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \Big[P(A) + P(B) - P(A \cap B)\Big]$

$= 1 - (0.7 + 0.3 - 0.2) = 0.2$

Ejercicio 104

Considere el lanzamiento de un dado equilibrado. Sea A el suceso el resultado es 1 o 2, B el suceso el resultado es 2 o 3 y C el resultado es par.

a) *Verifique que $P(A \mid C) = P(B \mid C) = P(A \cap B \mid C)$.*

b) *Calcule $P(A \cup B \mid C)$.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2023 - Opción A)

Solución.

Veamos cada uno de los sucesos:

$$A = \{1, 2\} \qquad B = \{2, 3\} \qquad C = \{2, 4, 6\}$$
$$A \cap B = \{2\} \qquad A \cup B = \{1, 2, 3\}$$

a) $P(A \mid C) = \dfrac{1}{3} \qquad \& \qquad P(B \mid C) = \dfrac{1}{3} \qquad \& \qquad P(A \cap B \mid C) = \dfrac{1}{3}$

b) $P(A \cup B \mid C) = \dfrac{1}{3}$

Ejercicio 105 (2 *puntos*)

Sean dos sucesos A y B tales que $P(A) = 0.55$ y $P(B) = 0.1$. Además se sabe que $P(\overline{B} \mid A) = 0.89$, donde $\overline{B}$ es el suceso complementario de B. Calcule las siguientes probabilidades:

a) (1 punto) $P(A \cap B)$.

b) (1 punto) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$, siendo $\overline{A}$ el suceso complementario de A.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2023 - Opción A)

Solución.

a) $P(\overline{B} \mid A) = \dfrac{P(\overline{B} \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)}$

$$\Longrightarrow 0.89 = \frac{0.55 - P(A \cap B)}{0.55} \Longrightarrow \boxed{P(A \cap B) = 0.0605}$$

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \Big[P(A) + P(B) - P(A \cap B)\Big]$

$$= 1 - (0.55 + 0.1 - 0.0605) = 1 - 0.5895 \Longrightarrow \boxed{P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.4105}$$

Ejercicio 106 (2 *puntos*)

Un estudio europeo sobre hábitos alimenticios y actividad física indica que el $27.4\,\%$ de mujeres españolas mayores de 16 años practica semanalmente alguna actividad física durante al menos 150 minutos, y que el $65.1\,\%$ consume de 1 a 4 porciones de fruta o verdura al día. Además, el $76.3\,\%$ de estas mujeres dedica semanalmente al menos 150 minutos a practicar alguna actividad física o consume de 1 a 4 porciones de fruta o verdura al día. Calcule la probabilidad de que eligiendo una mujer española mayor de 16 años al azar:

a) (1 punto) Dedique semanalmente al menos 150 minutos a practicar alguna actividad física y consuma de 1 a 4 porciones de fruta o verdura al día.

b) (1 punto) No dedique semanalmente al menos 150 minutos a practicar alguna actividad física, sabiendo que no consume de 1 a 4 porciones de fruta o verdura al día.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2023 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ "La mujer practica actividad física al menos 150 minutos semanales"
$F \equiv$ "La mujer consume de 1 a 4 porciones de fruta o verdura al día"

Del enunciado tenemos:

$$P(A) = 0.274 \quad \& \quad P(F) = 0.651 \quad \& \quad P(A \cup F) = 0.763$$

a) $P(A \cap F) = P(A) + P(F) - P(A \cup F) = 0.274 + 0.651 - 0.763 = 0.162$

b) $P(\overline{A} \mid \overline{F}) = \dfrac{P(\overline{A} \cap \overline{F})}{P(\overline{F})} = \dfrac{P(\overline{A \cup F})}{1 - P(F)} = \dfrac{1 - P(A \cup F)}{1 - P(F)} = \dfrac{1 - 0.763}{1 - 0.651} = 0.679$

Ejercicio 107 (2 *puntos*)

Sean dos sucesos A *y* B *tales que*

$$P(A) = 0.57 \quad \& \quad P(B) = 0.46 \quad \& \quad P(A \cap B) = 0.28$$

Calcula las siguientes probabilidades:

a) *(1 punto)* $P(A \cup B)$.

b) *(1 punto)* $P(B \mid \overline{A})$ *siendo* $\overline{A}$ *el suceso complementario de* A.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2023 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.57 + 0.46 - 0.28 \Longrightarrow \boxed{P(A \cup B) = 0.75}$

b) $P(B \mid \overline{A}) = \dfrac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \dfrac{0.46 - 0.28}{1 - 0.57} \Rightarrow \boxed{P(B \mid \overline{A}) = 0.4186}$

Ejercicio 108 (2 *puntos*)

Un estudio europeo sobre hábitos de uso de internet indica que el 62 % de los hombres españoles mayores de 16 años participa en redes sociales y que el 81 % lee noticias en internet. Además, el 95 % de los hombres de este estudio participa en redes sociales o lee noticias en internet. Eligiendo un hombre español mayor de 16 años al azar, calcule la probabilidad de que:

a) (1 punto) Participe en redes sociales y lea notcias en internet.

b) (1 punto) No participe en redes sociales, sabiendo que no lee noticias en internet.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2024)

Solución.

Sean los sucesos:

$$R \equiv \text{“El hombre participa en redes sociales”}$$
$$N \equiv \text{“El hombre lee noticias en internet”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(R) = 0.62 \qquad \& \qquad P(N) = 0.81 \qquad \& \qquad P(R \cup N) = 0.95$$

a) $P(R \cap N) = P(R) + P(N) - P(R \cup N) = 0.62 + 0.81 - 0.95 = 0.48$

b) $P(\overline{R} \mid \overline{N}) = \dfrac{P(\overline{R} \cap \overline{N})}{P(\overline{N})} = \dfrac{P(\overline{R \cup N})}{1 - P(N)} = \dfrac{1 - P(R \cup N)}{1 - P(N)} = \dfrac{1 - 0.95}{1 - 0.81} = 0.2631$

Ejercicio 109 (2 *puntos*)

En un festival de música con 200 asistentes, se observa que a 90 personas les gusta el pop, a 70 el techno y a 30 les gustan ambos géneros. Eligiendo al azar a un asistente del festival, calcule la probabilidad de que:

a) (1 punto) Le guste al menos uno de los dos géneros musicales.

b) (1 punto) Le guste el techno, pero no el pop.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2024)

Solución.

Sean los sucesos:

$$P \equiv \text{“A la persona le gusta la música pop”}$$
$$T \equiv \text{“A la persona le gusta la música techno”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(P) = \frac{90}{200} = 0.45 \qquad \& \qquad P(T) = \frac{70}{200} = 0.35 \qquad \& \qquad P(P \cap T) = \frac{30}{200} = 0.15$$

a) $P(P \cup T) = P(P) + P(T) - P(P \cap T) = 0.45 + 0.35 - 0.15 \implies \boxed{P(P \cup T) = 0.65}$

b) $P(T \cap \overline{P}) = P(T) - P(T \cap P) = 0.35 - 0.15 \implies \boxed{P(T \cap \overline{P}) = 0.2}$

—————— ◦ ——————

Ejercicio 110 (2 *puntos*)

Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0.7$ y $P(B) = 0.15$. Además, se sabe que $P(\overline{B} \mid A) = 0.8$ donde $\overline{B}$ es el suceso complementario de B. Calcule:

a) (1 punto) $P(A \cup B)$

b) (1 punto) $P(\overline{A} \cup \overline{B})$

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2024 - Coincidentes)

Solución.

a) $P(\overline{B} \mid A) = \dfrac{P(\overline{B} \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{0.7 - P(A \cap B)}{0.7} = 0.8$

$\implies P(A \cap B) = 0.14$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.7 + 0.15 - 0.14 \implies \boxed{P(A \cup B) = 0.71}$

b) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.14 \implies \boxed{P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.86}$

—————— ◦ ——————

Ejercicio 111 (2 *puntos*)

La observación meteorológica para los días de otoño en Madrid establece que el día está nublado en un 50 % de las ocasiones y que la temperatura baja de los 10 grados el 7 % de los días. Además, el 35 % de los días son nublados o la temperatura baja de los 10 grados. Escogiendo un día de otoño al azar. Calcula la probabilidad de que:

a) (1 punto) Esté nublado y la temperatura baje de los 10 grados.

b) (1 punto) No esté nublado, sabiendo que la temperatura no baja de los 10 grados.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2024)

Solución.

Sean los sucesos:

$$N \equiv \text{“El día está nublado”}$$
$$T \equiv \text{“La temperatura baja de los } 10°C\text{”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(N) = 0.5 \qquad \& \qquad P(T) = 0.07 \qquad \& \qquad P(N \cup T) = 0.35$$

a) $P(N \cap T) = P(N) + P(T) - P(N \cup T) = 0.5 + 0.07 - 0.35 \implies \boxed{P(N \cap T) = 0.22}$

b) $P(\overline{N} \mid \overline{T}) = \dfrac{P(\overline{N} \cap \overline{T})}{P(\overline{T})} = \dfrac{P(\overline{N \cup T})}{1 - P(T)} = \dfrac{1 - P(N \cup T)}{1 - P(T)} = \dfrac{1 - 0.35}{1 - 0.07} = 0.6989$

Ejercicio 112 (2 *puntos*)

El 80 % de las prendas producidas por una cadena de ropa se fabrican en Asia y, desafortunadamente, el 35 % de las prendas producidas por esa cadena se han fabricado usando mano de obra infantil. Además, el 70 % de las prendas analizadas se fabrican en Asia o se han fabricado usando mano de obra infantil. Eligiendo una prenda de esa cadena al azar, calcule la probabilidad dee que:

a) (1 punto) Se haya fabricado en Asia y se haya fabricado usando mano de obra infantil.

b) (1 punto) No se haya fabricado en Asia, sabiendo que no se ha fabricado usando mano de obra infantil.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2024 - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“La prenda se ha fabricado en Asia”}$$
$$I \equiv \text{“La prenda se ha fabricado con mano de obra infantil”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(A) = 0.8 \qquad \& \qquad P(I \mid A) = 0.35 \qquad \& \qquad P(A \cup I) = 0.7$$

a) $P(I \mid A) = \dfrac{P(I \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(I \cap A)}{0.8} = 0.35 \implies \boxed{P(I \cap A) = 0.28}$

b) $P(A \cup I) = P(A) + P(I) - P(I \cap A) \implies 0.7 = 0.8 + P(I) - 0.28 \implies P(I) = 0.18$

$$P(\overline{A} \mid \overline{I}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{I})}{P(\overline{I})} = \frac{P(\overline{A \cup I})}{P(\overline{I})} = \frac{1 - P(A \cup I)}{1 - P(I)} = \frac{1 - 0.7}{1 - 0.18}$$

$$\implies \boxed{P(\overline{A} \mid \overline{I}) = 0.3658}$$

Ejercicio 113 (2.5 *puntos*)

De dos sucesos A y B sabemos que:

$$P(A \cup B) = 1 \qquad \& \qquad P(B) = 0.8 \qquad \& \qquad P(\overline{A}) = 0.55$$

donde $\overline{A}$ es el suceso complementario de A.

a) (1 punto) Calcule $P(A \mid B)$.

b) (1 punto) Calcule $P(\overline{B} \mid A)$, siendo $\overline{B}$ el suceso complementario de B.

c) (0.5 puntos) Calcule $P(\overline{A} \cap B)$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción A)

Solución.

a) $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0.55 = 0.45$

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.45 + 0.8 - 1 = 0.25$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.25}{0.8} \implies \boxed{P(A \mid B) = 0.3125}$$

b) $$P(\overline{B} \mid A) = \frac{P(\overline{B} \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.45 - 0.25}{0.45} \Rightarrow \boxed{P(\overline{B} \mid A) = 0.4444}$$

c) $$P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0.8 - 0.25 \implies \boxed{P(\overline{A} \cap B) = 0.55}$$

Ejercicio 114 (2.5 *puntos*)

De tres sucesos A, B y C se sabe que A y C son sucesos disjuntos, A y B son independientes y se tienen las siguientes probabilidades:

$$P(A) = 0.25 \qquad \& \qquad P(B) = 0.2 \qquad \& \quad P(B \cap C) = 0.05$$

a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que ocurra al menos uno de los sucesos A o B.

b) (1 punto) Calcule $P(\overline{B} \cup \overline{C})$.

c) (0.5 puntos) ¿Pueden ser independientes los sucesos A y C?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción B)

Solución.

Del enunciado tenemos:

$$P(A \cap C) = 0 \quad \& \quad P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.25 \cdot 0.2 = 0.05$$

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.25 + 0.2 - 0.05 \implies \boxed{P(A \cup B) = 0.4}$

b) $P(\overline{B} \cup \overline{C}) = P(\overline{B \cap C}) = 1 - P(B \cap C) = 1 - 0.05 \implies \boxed{P(\overline{B} \cup \overline{C}) = 0.95}$

c) A y C son independientess $\iff P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C)$. Como $P(A \cap C) = 0$ y $P(A) \neq 0$ solo podrían ser independientes si $P(C) = 0$, cosa imposible pues $P(B \cap C) = 0.05 \neq 0$. Por lo tanto los sucesos A y C no pueden ser independientes.

Ejercicio 115 (2 *puntos*)

De los 400 estudiantes de segundo de Bachillerato de un instituto a 150 les gusta jugar al fútbol, a 200 les gusta jugar al voleibol y a 100 les gusta jugar a ambos deportes. Elegido un estudiante al azar:

a) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que no le guste jugar a ninguno de los dos deportes?

b) (1 punto) Calcule la probabilidad de que le guste jugar solo a uno de los dos deportes.

c) (0.75 puntos) Sabiendo que no le gusta jugar al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que le guste jugar al voleibol?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$F \equiv \text{“Al estudiante le gusta jugar al fútbol”}$$
$$V \equiv \text{“Al estudiante le gusta jugar al voleibol”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(F) = \frac{150}{400} = 0.375 \qquad \& \qquad P(V) = \frac{200}{400} = 0.5 \qquad \& \qquad P(F \cap V) = \frac{100}{400} = 0.25$$

a) $$P(\overline{F} \cap \overline{V}) = P(\overline{F \cup V}) = 1 - P(F \cup V) = 1 - [P(F) + P(V) - P(F \cap V)] = 1 - (0.375 + 0.5 - 0.25) = 0.375$$

b) $$P\Big((F \cap \overline{V}) \cup (\overline{F} \cap V)\Big) = P(F \cup V) - P(F \cap V) = P(F) + P(V) - 2P(F \cap V) = 0.375 + 0.5 - 2 \cdot 0.25 = 0.375$$

c) $$P(V \mid \overline{F}) = \frac{P(V \cap \overline{F})}{P(\overline{F})} = \frac{P(V) - P(V \cap F)}{1 - P(F)} = \frac{0.5 - 0.25}{1 - 0.375} = 0.4$$

Ejercicio 116 (2.5 *puntos*)

Sean A, B y C tres sucesos. Se sabe que A y B son independientes. Además, se conoce la siguiente información:

$$P(A) = 0.4 \quad \& \quad P(\overline{B}) = 0.7 \quad \& \quad P(C) = 0.5 \quad \& \quad P(A \cap B \mid C) = 0.2$$

donde $\overline{B}$ denota el suceso complementario de B.

a) (0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que no ocurra A o no ocurra B.

b) (0.75 puntos) Determine la probabilidad de que A y $\overline{B}$ ocurran simultáneamente.

c) (1 punto) Obtenga $P(C \mid A \cap B)$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción A)

Solución.

a) A y B indep. $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = P(A) \cdot \left[1 - P(\overline{B})\right] = 0.4 \cdot (1 - 0.7) = 0.12$

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.12 \implies \boxed{P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.88}$$

b) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.4 - 0.12 \implies \boxed{P(A \cap \overline{B}) = 0.28}$

c) $P(A \cap B \mid C) = \dfrac{P(A \cap B \cap C)}{P(C)} = \dfrac{P(A \cap B \cap C)}{0.5} = 0.2 \implies P(A \cap B \cap C) = 0.1$

$$P(C \mid A \cap B) = \frac{P(C \cap A \cap B)}{P(A \cap B)} = \frac{0.1}{0.12} \implies \boxed{P(C \mid A \cap B) = 0.8333}$$

Ejercicio 117 (2.5 *puntos*)

Sean A y B dos sucesos resultado de un experimento aleatorio tales que

$$P(A) = 0.5 \qquad \& \qquad P(\overline{B}) = 0.4 \qquad \& \qquad P(A \cup B) = 0.8$$

siendo $\overline{B}$ el suceso complementario de B.

a) (1 punto) Calcule $P(B \mid \overline{A})$, siendo $\overline{A}$ el suceso complementario de A.

b) (0.75 puntos) Calcule $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

c) (0.75 puntos) Justifique si los sucesos A y B son independientes o no.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Coincidentes)

Solución.

a) $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0.4 = 0.6$

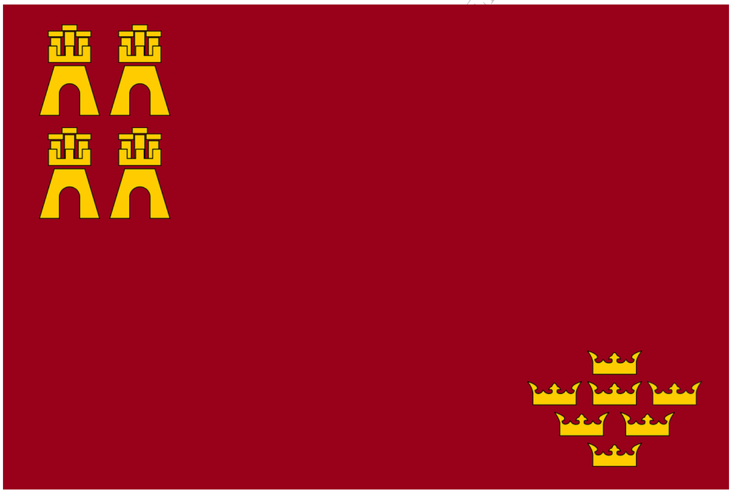
$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.5 + 0.6 - 0.8 = 0.3$

$$P(B \mid \overline{A}) = \frac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0.6 - 0.3}{1 - 0.5} \implies \boxed{P(B \mid \overline{A}) = 0.6}$$

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.8 \implies \boxed{P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.2}$

c) $$\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.3 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.5 \cdot 0.6 = 0.3 \end{array}\right\} \implies \left| \begin{array}{l} P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \\ A \text{ y } B \text{ son independientes} \end{array}\right.$$

Murcia



Ejercicio 118 (2.5 *puntos*)

a) Sean A y B dos sucesos independientes, tales que:

$$P(A) = 0.3 \quad \& \quad P(A \cap B) = 0.12$$

I) (0.5 puntos) Calcular $P(B)$.

II) (0.5 puntos) Calcular $P(A \cup B)$.

III) (0.5 puntos) Calcular $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

b) (1 punto) En una estación del AVE, el tiempo que tarda un viajero para acceder al tren desde que llega al control de equipajes sigue una distribución Normal de media desconocida y desviación típica de 2 minutos. Se tomó una muestra aleatoria de 50 viajeros, y se obervó que el tiempo medio de espera era de 16 minutos. Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo de espera de la maleta en ese aeropuerto con un nivel de confianza del 90 %.

(Región de Murcia - Matemáticas CCSS - Julio 2022)

Solución.

a) I) A y B son independientes $\implies P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$\implies 0.12 = 0.3 \cdot P(B) \implies \boxed{P(B) = 0.4}$

II) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.3 + 0.4 - 0.12 \implies \boxed{P(A \cup B) = 0.58}$

III) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.58 \implies \boxed{P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.42}$

b) $X \equiv$ "Tiempo en acceder al tren (minutos)" $\longrightarrow X : \mathcal{N}(\mu, 2)$

$X : \mathcal{N}(\mu, 2) \xrightarrow{n=50} \overline{x} = 16 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.9$

$1 - \alpha = 0.9 \implies \alpha = 0.1 \implies \alpha/2 = 0.05 \implies 1 - \alpha/2 = 0.95 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.645$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.645 \cdot \dfrac{2}{\sqrt{50}} = 0.465$

$I.C._{90\,\%}(\mu) = (\overline{x} - E; \overline{x} + E) \implies \boxed{I.C._{90\,\%}(\mu) = (15.535; 16.465)}$

Ejercicio 119 (2.5 *puntos*)

a) Sean A y B dos sucesos, tales que

$$P(A) = 0.3 \qquad \& \qquad P(B \mid A) = 0.6 \qquad \& \qquad P(A \mid B) = 0.3$$

I) (0.5 puntos) Calcular $P(A \cap B)$.

II) (0.5 puntos) Calcular $P(B)$. ¿Son los sucesos A y B independientes?, razone su respuesta.

III) (0.5 puntos) Calcular $P(A \cup \overline{B})$.

b) (1 punto) Las calificaciones de la asignatura de matemáticas de la población de una región española, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y varianza de 1.69 puntos. Se toma una muestra aleatoria de 324 estudiantes de la región obteniendo una calificación media de 5.84 puntos. Halla un intervalo de confianza para la media poblacional con un nivel de confianza del 99 %.

(Región de Murcia - Matemáticas CCSS - Julio 2023)

Solución.

a) I) $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} \Longrightarrow 0.6 = \dfrac{P(A \cap B)}{0.3} \Longrightarrow \boxed{P(A \cap B) = 0.18}$

II) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \Longrightarrow 0.3 = \dfrac{0.18}{P(B)} \Longrightarrow \boxed{P(B) = 0.6}$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ P(A \cap B) = 0.18 \\ \bullet\ P(A) \cdot P(B) = 0.3 \cdot 0.6 = 0.18 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left| \begin{array}{l} P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \\ A \text{ y } B \text{ son independientes} \end{array}\right.$$

III) $P(A \cup \overline{B}) = P(A) + P(\overline{B}) - P(A \cap \overline{B}) = \cancel{P(A)} + P(\overline{B}) - \left[\cancel{P(A)} - P(A \cap B)\right]$

$= P(\overline{B}) + P(A \cap B) = 1 - P(B) + P(A \cap B) = 1 - 0.6 + 0.18$

$\Longrightarrow \boxed{P(A \cup \overline{B}) = 0.58}$

b) $X \equiv$ "Calificaciones de matemáticas (puntos)" $\xrightarrow{\sigma^2 = 1.69} X : \mathcal{N}(\mu, 1.3)$

$X : \mathcal{N}(\mu, 1.3) \xrightarrow{n=324} \overline{x} = 5.84 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.99$

$1 - \alpha = 0.99 \Rightarrow \alpha = 0.01 \Rightarrow \alpha/2 = 0.005 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.995 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.575$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.575 \cdot \dfrac{1.3}{\sqrt{324}} = 0.186$

$I.C._{99\,\%}(\mu) = (\overline{x} - E; \overline{x} + E) \Longrightarrow \boxed{I.C._{99\,\%}(\mu) = (5.654; 6.026)}$

Ejercicio 120 (2.5 *puntos*)

a) *Al 45 % de los socios de un club le gusta jugar a las cartas, al 40 % jugar al dominó y al 23 % jugar a las cartas y al dominó. Si elegimos al azar a un socio de este club, calcula las siguientes probabilidades:*

i) *(0.5 puntos) Que juegue a las cartas o al dominó.*

ii) *(0.5 puntos) Que no juegue ni a las cartas ni al dominó.*

iii) *(0.5 puntos) Que juegue a las cartas, sabiendo que juega al dominó.*

b) *(1 punto) La altura de los estudiantess de una clase se distribuye según una distribución normal de media desconocida μ y una desviación típica de 4 cm. Se toma una muestra aleatoria de 16 estudiantes de la clase obteniendo una estatura media de 172 cm. Hallar un intervalo de confianza para la estatura media con un nivel de confianza del 99 %.*

(Región de Murcia - Matemáticas CCSS - Julio 2024)

Solución.

a) Sean los sucesos:

$$C \equiv \text{“Al socio le gusta jugar a las cartas”}$$
$$D \equiv \text{“Al socio le gusta jugar al dominó”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(C) = 0.45 \qquad \& \qquad P(D) = 0.4 \qquad \& \qquad P(C \cap D) = 0.23$$

i) $P(C \cup D) = P(C) + P(D) - P(C \cap D) = 0.45 + 0.4 - 0.23 \implies \boxed{P(C \cup D) = 0.62}$

ii) $P(\overline{C} \cap \overline{D}) = P(\overline{C \cup D}) = 1 - P(C \cup D) = 1 - 0.62 \implies \boxed{P(\overline{C} \cap \overline{D}) = 0.38}$

iii) $P(C \mid D) = \dfrac{P(C \cap D)}{P(D)} = \dfrac{0.23}{0.4} \implies \boxed{P(C \mid D) = 0.575}$

b) $X \equiv$ “Altura de los estudiantes (cm)” $\longrightarrow X : \mathcal{N}(\mu, 4)$

$X : \mathcal{N}(\mu, 4) \xrightarrow{n=16} \overline{x} = 172 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.99$

$1 - \alpha = 0.99 \Rightarrow \alpha = 0.01 \Rightarrow {}^{\alpha}/_{2} = 0.005 \Rightarrow 1 - {}^{\alpha}/_{2} = 0.995 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.575$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.575 \cdot \dfrac{4}{\sqrt{16}} = 2.575$

$I.C._{99\,\%}(\mu) = (\overline{x} - E; \overline{x} + E) \implies \boxed{I.C._{99\,\%}(\mu) = (169.425; 174.575)}$

Ejercicio 121 (2.5 *puntos*)

Un grupo de investigadores de la Universidad de Murcia realizó una encuesta en la que se preguntó a 1000 personas adultas su opinión sobre establecer una edad legal para que los niños tengan teléfono móvil. Según los resultados, 560 personas, de las que 390 eran mujeres, opinaron a favor de esta medida. De las 440 personas que opinaron en contra, 280 eran hombres. Si se selecciona una persona al azar:

a) (0.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que esté a favor de esta medida?

b) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona encuestada sea mujer?

c) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea mujer o esté a favor de esta medida?

d) (0.75 puntos) Si esa persona selecionada al azar es hombre, ¿cuál es la probabilidad de que esté a favor de esta medida?

(Región de Murcia - Matemáticas CCSS - [A)
]Junio2025

Solución.

Sean los sucesos:

$$T \equiv \text{“El encuestado es favorable a la medida”}$$
$$H \equiv \text{“El encuestado es un hombre”}$$
$$M \equiv \text{“La encuestada es una mujer”}$$

Hacemos una tabla de contingencia con los datos (en negro) y la completamos (en azul).

	T	$\overline{T}$	**Total**
H	170	280	450
M	390	160	550
Total	560	440	1000

a) $P(T) = \dfrac{560}{1000} = 0.56$

b) $P(M) = \dfrac{550}{1000} = 0.55$

c) $P(M \cup T) = P(M) + P(T) - P(M \cap T)$
$$= 0.55 + 0.56 - \frac{390}{1000} = 0.72$$

d) $P(T \mid H) = \dfrac{170}{450} = 0.3778$

Ejercicio 122 (2.5 *puntos*)

En una encuesta realizada por el Departamento de Orientación de un instituto a 100 estudiantes de segundo de bachillerato, se obtuvo que 30 de ellos quieren estudiar Veterinaria, 25 Economía, 20 Química, 15 Biología y 10 Matemáticas. De ellos, 10, 12, 13, 8 y 6 son mujeres, respectivamente. Además, la orientadora del centro les ha informado que no es posible que se matriculen en más de un grado.

a) (0.25 puntos) Si se elige a un estudiante al azar del grupo estudiado, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

b) (0.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante de este grupo, seleccionado al azar, sea hombre y estudie Veterinaria?

c) (0.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante de este grupo, seleccionado al azar, estudie Química o Veterinaria?

d) (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante de este grupo, seleccionado al azar, no estudie ni Biología ni Matemáticas?

e) (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante de este grupo, seleccionado al azar, estudie Química, dado que se trata de una mujer?

f) (0.75 puntos) Si el estudiante seleccionado al azar es hombre, ¿cuál es la probabilidad de que estudie Economía?

(Región de Murcia - Matemáticas CCSS - [A)

]Julio2025

Solución.

Sean los sucesos:

$V \equiv$ "Quiere estudiar Veterinaria" $\quad E \equiv$ "Quiere estudiar Economía"
$Q \equiv$ "Quiere estudiar Química" $\quad B \equiv$ "Quiere estudiar Biología"
$M \equiv$ "Quiere estudiar Matemáticas" $\quad H \equiv$ "El estudiante es hombre"

Hacemos una tabla de contingencia con los datos (en negro) y la completamos (en azul).

	V	E	Q	B	M	**Total**
H	20	13	7	7	4	51
$\overline{H}$	10	12	13	8	6	49
Total	30	25	20	15	10	100

a) $P(\overline{H}) = \dfrac{49}{100} = 0.49$ b) $P(H \cap V) = \dfrac{20}{100} = 0.2$ c) $P(Q \cup V) = \dfrac{20+30}{100} = 0.5$

d) $P(\overline{B} \cap \overline{M}) = P(\overline{B \cup M}) = 1 - P(B \cup M) = 1 - \dfrac{15+10}{100} = 0.75$

e) $P(Q \mid \overline{H}) = \dfrac{13}{49} = 0.2653$ f) $P(E \mid H) = \dfrac{13}{51} = 0.2549$

Navarra

Ejercicio 123 (3.33 *puntos*)

Una empresa tecnológica clasifica a sus 40 empleados en tres secciones: Portátiles (16 empleados), Telefonía (20 empleados) y Sonido (4 empleados). El 25 % de los trabajadores de la sección Portátiles, el 40 % de Telefonía y 3 trabajadores de Sonido tienen titulación C1 en inglés. Se selecciona al azar un empleado de la empresa.

i) *(3 puntos) Calcule la probabilidad de que no tenga titulación C1 en inglés y trabaje en la sección de Sonido.*

ii) *(3.5 puntos) Calcule la probabilidad de que trabaje en la sección de Telefonía, sabiendo que tiene titulación C1 en inglés.*

iii) *(3.5 puntos) Consideremos los sucesos A "el empleado trabaja en la sección Portátiles" y el suceso B "el empleado tiene titulación C1 en inglés". Compruebe si los sucesos A y B son o no independientes.*

(Navarra - Matemáticas CCSS - Julio 2020)

Solución.

Sean los sucesos:

$P \equiv$ "El empleado trabaja en la sección Portátiles"
$T \equiv$ "El empleado trabaja en la sección Telefonía"
$S \equiv$ "El empleado trabaja en la sección Sonido"
$C1 \equiv$ "El empleado tiene titulación de inglés C1"

Construimos una tabla de contingencia con los datos del problema (en negro) y rellenamos el resto (en azul).

	P	T	S	**Total**
$C1$	4	8	3	15
$\overline{C1}$	12	12	1	25
Total	16	20	4	40

i) $P(\overline{C1} \cap S) = \dfrac{1}{40} = 0.025$

ii) $P(T \mid C1) = \dfrac{8}{15} = 0.5333$

iii) Sustituimos la notación de los sucesos del enunciado: $A = P \quad \& \quad B = C1$

$$\left.\begin{array}{l} P(P \cap C1) = \dfrac{4}{40} = 0.1 \\ P(P) \cdot P(C1) = \dfrac{16}{40} \cdot \dfrac{15}{40} = 0.15 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left| \begin{array}{c} P(P \cap C1) \neq P(P) \cdot P(C1) \\ \text{los sucesos } P \text{ y } C1 \text{ NO son independientes} \end{array}\right.$$

Ejercicio 124 (3.33 *puntos*)

En un centro de bachillerato aprobaron la prueba de acceso a la universidad 112 estudiantes de los 140 que se presentaron. En un segundo centro aprobaron la prueba el 60 % de los 110 estudiantes presentados.

a) (3 puntos) Se selecciona un estudiante al azar. Calcule la probabilidad de que haya aprobado.

b) (4 puntos) Se selecciona un estudiante al azar. Calcule la probabilidad de que proceda del segundo centro, sabiendo que el estudiante ha suspendido.

c) (3 puntos) Se seleccionan tres estudiantes al azar sin reemplazamiento. Calcule la probabilidad de que pertenezcan al mismo centro.

(Navarra - Matemáticas CCSS - Septiembre 2020)

Solución.

Sean los sucesos:

$$C_i \equiv \text{“El estudiante es del centro de bachillerato } i\text{”}$$
$$A \equiv \text{“El estudiante ha aprobado la EVAU”}$$

	C_1	C_2	**Total**
A	112	$0.6 \cdot 110 = 66$	178
$\overline{A}$	28	44	72
Total	140	110	250

I) $P(A) = \dfrac{178}{250} = 0.712$

II) $P(C_2 \mid \overline{A}) = \dfrac{44}{72} = 0.6111$

III) $P(\text{Los 3 del mismo centro}) = P\Big((C_1 \cap C_1 \cap C_1) \cup (C_2 \cap C_2 \cap C_2)\Big)$

$$= P(C_1 \cap C_1 \cap C_1) + P(C_2 \cap C_2 \cap C_2) = \frac{140}{250} \cdot \frac{139}{249} \cdot \frac{138}{248} + \frac{110}{250} \cdot \frac{109}{249} \cdot \frac{108}{248} = 0.2578$$

Ejercicio 125 (3.33 *puntos*)

En una empresa de reservas de viajes y alojamientos por internet, el 75 % de las visitas buscan alojamiento, el 55 % de las visitas buscan vuelo y el 40 % de las visitas buscan alojamiento y vuelo. Se selecciona una visita al azar. Calcule:

+) *(3 puntos) La probabilidad de que busque vuelo o alojamiento.*

+) *(4 puntos) La probabilidad de que busque alojamiento, sabiendo que no busca vuelo.*

+) *(3 puntos) La probabilidad de que no busque ni vuelo ni alojamiento.*

(Navarra - Matemáticas CCSS - Junio 2021)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“La visita busca alojamiento”}$$
$$V \equiv \text{“La visita busca vuelo”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(A) = 0.75 \quad \& \quad P(V) = 0.55 \quad \& \quad P(A \cap V) = 0.4$$

I) $P(V \cup A) = P(V) + P(A) - P(V \cap A) = 0.55 + 0.75 - 0.4 = 0.9$

II) $P(A \mid \overline{V}) = \dfrac{P(A \cap \overline{V})}{P(\overline{V})} = \dfrac{P(A) - P(A \cap V)}{1 - P(V)} = \dfrac{0.75 - 0.4}{1 - 0.55} = \dfrac{0.35}{0.45} = \dfrac{7}{9} = 0.7778$

III) $P(\overline{V} \cap \overline{A}) = P(\overline{V \cup A}) = 1 - P(V \cup A) = 1 - 0.9 = 0.1$

Ejercicio 126 (3.33 *puntos*)

En una pequeña localidad hay 25 candidatos para realizar una actividad de voluntariado, de los que el 60 % son estudiantes, el 32 % son jubilados y el resto trabajadores. Se seleccionan al azar tres candidatos distintos.
Calcule:

I) (3 puntos) La probabilidad de que todos ellos sean jubilados.

II) (3.5 puntos) La probabilidad de que sean dos estudiantes y un trabajadores.

III) (3.5 puntos) La probabilidad de que alguno de ellos sea trabajador.

(Navarra - Matemáticas CCSS - Julio 2021)

Solución.

En la localidad hay:

$$\begin{aligned} 0.6 \cdot 25 &= 15 \text{ estudiantes} \\ 0.32 \cdot 25 &= 8 \text{ jubilados} \\ 0.08 \cdot 25 &= 2 \text{ trabajadores} \end{aligned}$$

I) $$\begin{aligned} P(\text{Todos son jubilados}) &= P(J_1 \cap J_2 \cap J_3) = P(J_1) \cdot P(J_2 \mid J_1) \cdot P(J_3 \cap J_1 \cap J_2) \\ &= \frac{8}{25} \cdot \frac{7}{24} \cdot \frac{6}{23} = \frac{14}{575} \simeq 0.0243 \end{aligned}$$

II) $$\begin{aligned} P(\text{2 estud. y 1 trabaj.}) &= P\Big((E_1 \cap E_2 \cap T_3) \cup (E_1 \cap T_2 \cap E_3) \cup (T_1 \cap E_2 \cap E_3)\Big) \\ &= P(E_1 \cap E_2 \cap T_3) + P(E_1 \cap T_2 \cap E_3) + P(T_1 \cap E_2 \cap E_3) \\ &= 3 \cdot \frac{15}{25} \cdot \frac{14}{24} \cdot \frac{2}{23} = \frac{21}{230} \simeq 0.0913 \end{aligned}$$

III) $$\begin{aligned} P(\text{Alguno sea trabajador}) &= 1 - P(\text{Ninguno es trabajador}) = 1 - P(\overline{T}_1 \cap \overline{T}_2 \cap \overline{T}_3) \\ &= 1 - P(\overline{T}_1) \cdot P(\overline{T}_2 \mid \overline{T}_1) \cdot P(\overline{T}_3 \mid \overline{T}_1 \cap \overline{T}_2) \\ &= 1 - \frac{23}{25} \cdot \frac{22}{24} \cdot \frac{21}{23} = \frac{23}{100} \simeq 0.23 \end{aligned}$$

Ejercicio 127 (3.33 *puntos*)

II) *En una univerdiad se realizó una encuesta a los estudiantes acerca de sus hábitos de alimentación y ejercicio físico. El 40 % realizaban 5 comidas al día y el 70 % de los estudiantes hacían ejercicio físico regularmente. El 80 % de los estudiantes que realizaban 5 comidas al día hacían ejercicio físico regularmente.*
(3 puntos) Se selecciiona un estudiante al azar. Calcule la probabilidad de que ni realice 5 comidas al día ni haga ejercicio físico regularmente.
(2 puntos) Compruebe si los sucesos "comer 5 comidas al día" y "hacer ejercicio físico regularmente" son o no sucesos independientes.

(Navarra - Matemáticas CCSS - Julio 2023)

Solución.

II) Sean los sucesos: $C \equiv$ "El estudiante hace 5 comidas al día"
$F \equiv$ "El estudiante hace ejercicio físico"

Del enunciado tenemos: $P(C) = 0.4 \quad \& \quad P(F) = 0.7 \quad \& \quad P(F \mid C) = 0.8$

- $P(F \mid C) = \dfrac{P(F \cap C)}{P(C)} \Longrightarrow 0.8 = \dfrac{P(F \cap C)}{0.4} \Longrightarrow P(F \cap C) = 0.32$

$$P(\overline{C} \cap \overline{F}) = P(\overline{C \cup F}) = 1 - P(C \cup F) = 1 - \Big[P(C) + P(F) - P(C \cap F)\Big]$$
$$= 1 - (0.4 + 0.7 - 0.32) = 0.22$$

- $\left.\begin{array}{l} P(C \cap F) = 0.32 \\ P(C) \cdot P(F) = 0.4 \cdot 0.7 = 0.28 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left| \begin{array}{c} P(C \cap F) \neq P(C) \cdot P(F) \\ C \text{ y } F \text{ no son independientes} \end{array}\right.$

Ejercicio 128 (2.5 *puntos*)

b) *En un estudio sobre hábitos de compras de libros entre los jóvenes de una región, la mitad de los encuestados hace compras por internet, el 40 % compra en tiendas físicas y el 35 % combina ambas prácticas. Se elige un joven al azar.*

b.1) *(0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que compre libros en alguno de los dos formatos.*

b.2) *(1 punto) Calcule la probabilidad de que no compre libros en tiendas físicas, sabiendo que tampoco compra en internet.*

(Navarra - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción B)

Solución.

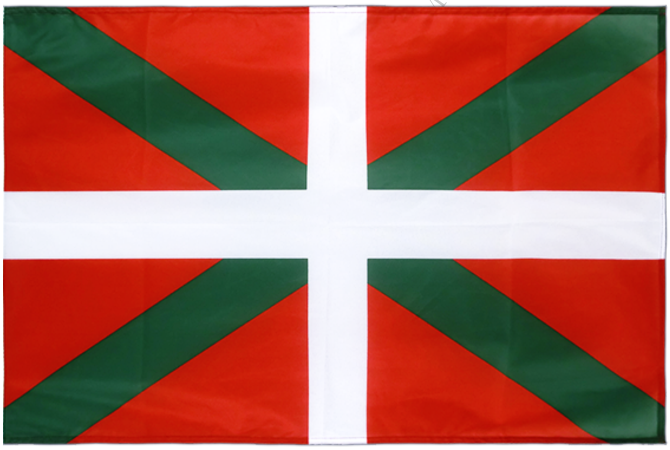
b) $I \equiv$ "Compra en Internet" $\quad \& \quad F \equiv$ "Compra en tienda física"

$$P(I) = 0.5 \quad \& \quad P(F) = 0.4 \quad \& \quad P(I \cap F) = 0.35$$

b.1) $P(I \cup F) = P(I) + P(F) - P(I \cap F) = 0.5 + 0.4 - 0.35 = 0.55$

b.2) $P(\overline{F} \mid \overline{I}) = \dfrac{P(\overline{F} \cap \overline{I})}{P(\overline{I})} = \dfrac{P(\overline{F \cup I})}{1 - P(I)} = \dfrac{1 - P(F \cup I)}{1 - P(I)} = \dfrac{1 - 0.55}{1 - 0.5} = 0.9$

País Vasco



Ejercicio 129 (2.5 *puntos*)

Sean A, B, C, D y E sucesos de un determinado experimento aleatorio.

a) (0.75 puntos) Sabemos que $P(A) = 0.4 \quad \& \quad P(B) = 0.3 \quad \& \quad P(A \cup B) = 0.5$ Calcula la probabilidad de que ocurran A y B.

b) (1 punto) Sabemos que $P(C) = 0.5 \quad \& \quad P(D) = 0.6 \quad \& \quad P(C \cup D) = 0.7$ Calcula la probabilidad de que ocurra C sabiendo que ha ocurrido D.

c) (0.75 puntos) Sabemos que $P(A) = 0.4 \quad \& \quad P(E) = 0.6$ y que los sucesos A y E son independientes. Calcula la probabilidad de que ocurra alguno de los dos sucesos.

(País Vasco - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque Probabilidad)

Solución.

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.4 + 0.3 - 0.5 \implies \boxed{P(A \cap B) = 0.2}$

b) $P(C \cap D) = P(C) + P(D) - P(C \cup D) = 0.5 + 0.6 - 0.7 \implies P(C \cap D) = 0.4$

$$P(C \mid D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{0.4}{0.6} \implies \boxed{P(C \mid D) = 0.6667}$$

c) A y E son independientes $\implies P(A \cap E) = P(A) \cdot P(E) = 0.4 \cdot 0.6 = 0.24$

$$P(A \cup E) = P(A) + P(E) - P(A \cap E) = 0.4 + 0.6 - 0.24 \implies \boxed{P(A \cup E) = 0.76}$$

Ejercicio 130 (2.5 *puntos*)

Se van a sortear 4 viajes a Nueva York entre 40 personas utilizando una baraja de 40 cartas. Se reparte una carta por persona y cada una que recibe un rey ganará un viaje.

a) (0.5 puntos) Calcula la probabilidad de que gane un viaje la primera persona que recibe la carta.

b) (1.25 puntos) Calcula la probabilidad de que gane un viaje la segunda persona que recibe la carta.

c) (0.75 puntos) Calcula la probabilidad de que ninguna de las dos primeras personas gane un viaje.

(País Vasco - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Bloque Probabilidad)

Solución.

Sean los sucesos:

$$R_i \equiv \text{“La persona } i \text{ recibe un rey”}$$

a) $P(R_1) = \dfrac{4}{40} = 0.1$

b) $$\begin{aligned} P(R_2) &= P\big((R_1 \cap R_2) \cup (\overline{R}_1 \cap R_2)\big) = P(R_1 \cap R_2) + P(\overline{R}_1 \cap R_2) \\ &= P(R_1) \cdot P(R_2) \cdot P(R_2 \mid R_1) + P(\overline{R}_1) \cdot P(R_2) \cdot P(R_2 \mid \overline{R}_1) \\ &= \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} + \frac{36}{40} \cdot \frac{4}{39} = \frac{39}{390} = 0.1 \end{aligned}$$

c) $P(\overline{R}_1 \cap \overline{R}_2) = P(\overline{R}_1) \cdot P(\overline{R}_2 \mid \overline{R}_1) = \dfrac{36}{40} \cdot \dfrac{35}{39} = \dfrac{21}{26} = 0.8077$

Ejercicio 131 (2.5 *puntos*)

Deiene y Kattalin son jugadoras de baloncesto. Deiene encesta 2 de cada 5 tiros; Kattalin 3 de cada 7.
Si ambas tiran a canasta una sola vez, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

a) (0.75 puntos) Ambas han encestado.

b) (0.75 puntos) Ninguna ha encestado.

c) (0.5 puntos) Solo Deiene ha encestado.

d) (0.5 puntos) Al menos una ha encestado.

(País Vasco - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Bloque Probabilidad)

Solución.

Sean los sucesos:

$$D \equiv \text{“Deiene encesta el tiro a canasta”}$$
$$K \equiv \text{“Kattalin encesta el tiro a canasta”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(D) = \frac{2}{5} \qquad \& \qquad P(K) = \frac{3}{7}$$

a) $P(D \cap K) \underset{\textit{Indep.}}{\overset{D\ y\ K}{=}} P(D) \cdot P(K) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35} \implies \boxed{P(D \cap K) = 0.1714}$

b) $P(\overline{D} \cap \overline{K}) = P(\overline{D \cup K}) = 1 - P(D \cup K) = 1 - \left[P(D) + P(K) - P(D \cap K)\right]$

$$= 1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{7} - \frac{6}{35}\right) = 1 - \frac{23}{35} = \frac{12}{35} \implies \boxed{P(\overline{D} \cap \overline{K}) = 0.3428}$$

Otra forma: $P(\overline{D} \cap \overline{K}) \underset{\textit{Indep.}}{\overset{D\ y\ K}{=}} P(\overline{D}) \cdot P(\overline{K}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{12}{35} \implies \boxed{P(\overline{D} \cap \overline{K}) = 0.3428}$

c) $P(D \cap \overline{K}) = P(D) - P(D \cap K) = \frac{2}{5} - \frac{6}{35} = \frac{8}{35} \implies \boxed{P(D \cap \overline{K}) = 0.2286}$

d) $P(D \cup K) = P(D) + P(K) - P(D \cap K) = \frac{2}{5} + \frac{3}{7} - \frac{6}{35} = \frac{23}{35} \implies \boxed{P(D \cup K) = 0.6571}$

Otra forma: $P(D \cup K) = 1 - P(\overline{D \cup K}) = 1 - P(\overline{D} \cap \overline{K}) = 1 - \frac{12}{35} = \frac{23}{35}$

$$\implies \boxed{P(D \cup K) = 0.6571}$$

Ejercicio 132 (2.5 *puntos*)

Jimena tiene dos trajes rojos, un traje azul y uno blanco. Ademas, tiene un par de zapatos de color rojo, otro par de color azul y dos pares blancos.
Si decide aleatoriamente qué ponerse, determina las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) *(0.3 puntos) Llevar traje rojo y zapatos blancos.*

b) *(0.4 puntos) No ir vestida totalmente de blanco.*

c) *(0.4 puntos) Llevar zapatos azules.*

d) *(0.5 puntos) Llevar zapatos azules o blancos.*

e) *(0.4 puntos) Ir vestida totalmente del mismo color.*

f) *(0.5 puntos) Llevar zapatos rojos, sabiendo que no está vestida totalmente del mismo color.*

(País Vasco - Matemáticas CCSS - Junio 2023 - Bloque Probabilidad)

Solución.

$$\begin{aligned} R_T &= \text{“El traje es rojo”} & A_T &= \text{“El traje es azul”} \\ B_T &= \text{“El traje es blanco”} & R_Z &= \text{“Los zapatos son rojos”} \\ A_Z &= \text{“Los zapatos son azules”} & B_Z &= \text{“Los zapatos son blancos”} \\ MC &= \text{“Las dos prendas son del mismo color”} \end{aligned}$$

Los sucesos “elegir traje” y “elegir zapato” son independientes $\Rightarrow P(T \cap Z) = P(T) \cdot P(Z)$.

a) $P(R_T \cap B_Z) = P(R_T) \cdot P(B_Z) = \dfrac{2}{4} \cdot \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{4} = 0.25$

b) $P(\overline{B_T \cap B_Z}) = 1 - P(B_T \cap B_Z) = 1 - P(B_T) \cdot P(B_Z) = 1 - \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{2}{4} = \dfrac{7}{8} = 0.875$

c) Teniendo en cuenta que los sucesos son independientes:

$P(A_Z) = \dfrac{1}{4} = 0.25$

d) $P(A_Z \cup B_Z) = P(A_Z) + P(B_Z) = \dfrac{1}{4} + \dfrac{2}{4} = \dfrac{3}{4} = 0.75$

e) $$\begin{aligned} P(MC) &= P\Big((R_T \cap R_Z) \cup (A_T \cap A_Z) \cup (B_T \cap B_Z)\Big) = P(R_T \cap R_Z) + P(A_T \cap A_Z) \\ &+ P(B_T \cap B_Z) = P(R_T) \cdot P(R_Z) + P(A_T) \cdot P(A_Z) + P(B_T) \cdot P(B_Z) \\ &= \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{4} = \frac{5}{16} = 0.3125 \end{aligned}$$

f) $$\begin{aligned} P(R_Z \mid \overline{MC}) &= \frac{P(R_Z \cap \overline{MC})}{P(\overline{MC})} = \frac{P\Big((A_T \cap R_Z) \cup (B_T \cap R_Z)\Big)}{1 - P(MC)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}}{1 - \frac{5}{16}} \\ &= \frac{2}{11} = 0.1818 \end{aligned}$$

Ejercicio 133 (2.5 *puntos*)

Iker dispone de dos días para preparar un examen. La probabilidad de estudiar solamante el primer día es del 10 %, la de estudiar los dos días es del 10 % y la de no hacerlo ningún día es del 25 %.
Calcular la probabilidad de que Iker estudie para el examen en cada uno de los siguientes casos:

a) (0.75 puntos) El segundo día.

b) (1 punto) Solamente el segundo día.

c) (0.75 puntos) El segundo día sabiendo que no ha estudiado el primero.

(País Vasco - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$P \equiv \text{“Iker estudia el primer día”}$$
$$S \equiv \text{“Iker estudia el segundo día”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(P \cap \overline{S}) = 0.1 \qquad \& \qquad P(P \cap S) = 0.1 \qquad \& \qquad P(\overline{P} \cap \overline{S}) = 0.25$$

a) $P(P \cap \overline{S}) = P(P) - P(P \cap S) \implies P(P) = P(P \cap \overline{S}) + P(P \cap S) = 0.1 + 0.1 = 0.2$

$P(\overline{P} \cap \overline{S}) = P(\overline{P \cup S}) = 1 - P(P \cup S) = 0.25 \implies P(P \cup S) = 0.75$

$P(P \cup S) = P(P) + P(S) - P(P \cap S) \implies P(S) = P(P \cup S) + P(P \cap S) - P(P)$

$\implies P(S) = 0.75 + 0.1 - 0.2 \implies \boxed{P(S) = 0.65}$

b) $P(\overline{P} \cap S) = P(S) - P(P \cap S) = 0.65 - 0.1 \implies \boxed{P(\overline{P} \cap S) = 0.55}$

c) $P(S \mid \overline{P}) = \dfrac{P(S \cap \overline{P})}{P(\overline{P})} = \dfrac{P(\overline{P} \cap S)}{1 - P(P)} = \dfrac{0.55}{1 - 0.2} \implies \boxed{P(S \mid \overline{P}) = 0.6875}$

La Rioja

Ejercicio 134 (2.5 *puntos*)

Un amigo meteorólogo nos ha facilitado algunas probabilidades de lluvia en la mañana del próximo sábado concretamente para los siguientes sucesos :

$$A \equiv \text{“hay lluvia entre las 8 y las 9”}$$
$$B \equiv \text{“hay lluvia entre las 8 y las 10”}$$
$$C \equiv \text{“hay lluvia entre las 10 y las 14”}$$

Nos ha dicho que $P(A) = 0.4 \quad \& \quad P(B) = 0.5 \quad \& \quad P(C) = 0.7$. *A nosotros nos interesa sobre todo la probabilidad de* $D \equiv$ *“hay lluvia entre las 9 y las 10”. No nos la ha dado pero nos ha dicho que* $P(A \cap D) = 0.35$.

(I) *(1.5 puntos) ¿Cómo interpretarías* $P(B) - P(A)$*? Calcula entonces el valor de* $P(D)$. *¿Cuál es la probabilidad de que no llueva de 9 a 10?*

(II) *(1 punto) Nos dice además que B y C son independientes, porque estará despejado entre las 10 y las 12. Calcula entonces la probabilidad de que llueva durante la mañana (entre las 8 y las 14).*

(La Rioja - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Bloque Probabilidad)

Solución.

(I) $P(B \cap \overline{A}) = P(B) - P(A \cap B) \overset{A \subseteq B}{=} P(B) - P(A)$

Por lo tanto $P(B) - P(A)$ es la probabilidad de que se produzca el suceso B, pero no el A, esto es, que llueva de 8 a 10, pero no de 8 a 9.

$$B = A \cup D \implies P(B) = P(A) + P(D) - P(A \cap D)$$
$$\implies P(D) = P(B) - P(A) + P(A \cap D) = 0.5 - 0.4 + 0.35$$
$$\implies \boxed{P(D) = 0.45}$$
$$P(\overline{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0.45 \implies \boxed{P(\overline{D}) = 0.55}$$

(II) Llamamos $E \equiv$ “hay lluvia entre las 8 y las 14”

$$P(E) = P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) \underset{\text{independ.}}{\overset{B \text{ y } C}{=}} P(B) + P(C) - P(B) \cdot P(C)$$
$$= 0.5 + 0.7 - 0.5 \cdot 0.7 \implies \boxed{P(E) = 0.85}$$

Ejercicio 135 (2.5 *puntos*)

Un bombo de lotería tiene diez bolas, numeradas del 0 *al* 9*. Realizamos dos extracciones consecutivas, sin reemplazar la prImera bola. Sean los sucesos*

$$A \equiv \text{“la primera bola es } 0\text{”}$$
$$B \equiv \text{“la primera bola es } 5\text{”}$$
$$C \equiv \text{“la segunda bola es mayor que la primera”}$$

Calcula entonces las probabilidades siguientes:

i) $P(A)$ *ii)* $P(B)$ *iii)* $P(C)$ *iv)* $P(A \mid C)$ *v)* $P(B \mid C)$

(La Rioja - Matemáticas CCSS - Junio 2023 - Bloque Probabilidad)

Solución.

i) $P(A) = \dfrac{1}{10} = 0.1$

ii) $P(B) = \dfrac{1}{10} = 0.1$

iii) $$P(C) = P(b_1 = 0) \cdot P(b_2 > 0) + P(b_1 = 1) \cdot P(b_2 > 1) + \cdots + P(b_1 = 8) \cdot P(b_2 > 8)$$
$$= \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{9} + \frac{1}{10} \cdot \frac{8}{9} + \frac{1}{10} \cdot \frac{7}{9} + \frac{1}{10} \cdot \frac{6}{9} + \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{9} + \frac{1}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{9} + \frac{1}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{9}$$
$$= \frac{45}{90} = 0.5$$

iv) $P(A \mid C) = \dfrac{P(A \cap C)}{P(C)} = \dfrac{P(b_1 = 0) \cdot P(b_2 > 0)}{P(C)} = \dfrac{1/10 \cdot 9/9}{0.5} = 0.2$

v) $P(B \mid C) = \dfrac{P(B \cap C)}{P(C)} = \dfrac{P(b_1 = 5) \cdot P(b_2 > 5)}{P(C)} = \dfrac{1/10 \cdot 4/9}{0.5} = \dfrac{4}{45} \simeq 0.0888$

Ejercicio 136 (2.5 *puntos*)

Basándose en encuestas, se considera, para la gente de La Rioja, que los sucesos

$A \equiv$ *"le gusta pasar sus vacaciones en la playa"*
$B \equiv$ *"le gusta pasar sus vacaciones en la montaña"*
$C \equiv$ *"no le gustan ni la playa ni la montaña para sus vacaciones"*

tienen probabilidades:

$$P(A) = 0.75 \qquad \& \qquad P(B) = 0.5 \qquad \& \qquad P(C) = 0.1$$

Se entiende que "le gusta" y "no le gusta" son en cada caso complementarios: cualquier persona respondería o bien "sí" o bien "no" a las preguntas de si le gustan la playa o montaña.

I) *¿Cuánto valen $P(A \cup B)$ y $P(A \cap B)$?*

II) *¿Son A y B sucesos independientes?*

III) *¿Cuál es la probabilidad de que a una persona le guste la montaña si sabemos que para ella no sucede C?*

(La Rioja - Matemáticas CCSS - Julio 2023 - Bloque Probabilidad)

Solución.

I) $P(C) = P(\overline{A} \cap (\overline{B}) = P((\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) \implies 0.1 = 1 - P(A \cup B)$

$$\implies \boxed{P(A \cup B) = 0.9}$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.75 + 0.5 - 0.9 \implies \boxed{P(A \cap B) = 0.35}$$

II) $$\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.35 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.75 \cdot 0.5 = 0.375 \end{array}\right\} \implies \left| \begin{array}{c} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ \text{los sucesos } A \text{ y } B \\ \text{no son independientes} \end{array}\right.$$

III) $\overline{C} = \overline{\overline{A} \cap \overline{B}} = \overline{\overline{A \cup B}} = A \cup B$

$$P(B \mid \overline{C}) = \frac{P(B \cap \overline{C})}{P(\overline{C})} = \frac{P\big(B \cap (A \cup B)\big)}{P(1 - P(C))} = \frac{P(B)}{1 - P(C)} = \frac{0.5}{1 - 0.1} \implies \boxed{P(B \mid \overline{C}) = \frac{5}{9}}$$

Ejercicio 137 (3 *puntos*)

a) *(1 punto) El examen de cierta materia se compone de dos partes: una teórica y otra práctica. Se sabe que un 20 % de los estudiantes aprueban ambas partes; un 70 % aprueba la parte teórica, y un 40 % aprueba la parte práctica. Elegido un estudiante al azar entre los presentados, se pide:*

a.1) *(0.5 puntos) Probabilidad de que apruebe la parte práctica si ha aprobado la parte teórica.*

a.2) *(0.5 puntos) Probabilidad de que apruebe alguna de las dos partes.*

b) *(2 puntos) El peso, en gramos, de un cierto tipo de cobayas sigue una distribución normal de media μ y desviación típica 100 gramos.*

b.1) *(1 punto) Se ha tomado una muestra aleatoria de 100 cobayas y su peso medio ha sido de 255 gramos. Calcula un intervalo de confianza del 93 % para estimar μ.*

b.2) *(1 punto) Supongamos que $\mu = 250$ gramos: si se considera una muestra aleatoria con 25 cobayas, calcula la probabilidad de que el peso medio de la muestra se encuentre entre 230 gramos y 280 gramos.*

(La Rioja - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque A - Bloque Probabilidad)

Solución.

a) $T \equiv$ "Aprueba la parte teórica" & $P \equiv$ "Aprueba la parte práctica"

$$P(T \cap P) = 0.2 \qquad \& \qquad P(T) = 0.7 \qquad \& \qquad P(P) = 0.4$$

a.1) $P(P \mid T) = \dfrac{P(P \cap T)}{P(T)} = \dfrac{0.2}{0.7} = \dfrac{2}{7} \simeq 0.2857$

a.2) $P(T \cup P) = P(T) + P(P) - P(T \cap P) = 0.7 + 0.2 - 0.4 = 0.9$

b) $X \equiv$ "Peso de las cobayas (gr)" $\longrightarrow X : \mathcal{N}(\mu, 100)$

b.1) $X : \mathcal{N}(\mu, 100) \xrightarrow{n=100} \overline{x} = 255 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.93$

$1 - \alpha = 0.93 \Rightarrow \alpha = 0.07 \Rightarrow {}^{\alpha}/_{2} = 0.035 \Rightarrow 1 - {}^{\alpha}/_{2} = 0.965 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.81$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.81 \cdot \frac{100}{\sqrt{100}} = 18.1$$

$$I.C._{93\,\%}(\mu) = (\overline{x} - E; \overline{x} + E) \implies \boxed{I.C._{93\,\%}(\mu) = (236.9; 273.1)}$$

b.2) $X : \mathcal{N}(250, 100) \xrightarrow{n=25} \overline{X} : \mathcal{N}(\mu, {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}) = \mathcal{N}(250, 20)$

$$P(230 \leq \overline{X} \leq 280) = P\left(\frac{230 - 250}{20} \leq Z \leq \frac{280 - 250}{20}\right) = P(-1 \leq Z \leq 1.5)$$

$$= P(Z \leq 1.5) - P(Z \leq -1) = P(Z \leq 1.5) - P(Z \geq 1)$$

$$= P(Z \leq 1.5) - [1 - P(Z \leq 1)] = 0.9332 - (1 - 0.8413) = 0.7745$$

Ejercicio 138 (3 *puntos*)

a) *(1 punto) Una empresa fabrica tres tipos de piezas mecánicas A, B y C. Para dicha fabricación se dispone de tres máquinas distintas $M1$, $M2$ y $M3$. El número de piezas fabricadas por cada máquina se indica en la siguiente tabla:*

	Piezas tipo A	Piezas tipo B	Piezas tipo C	Total
M1	50	60	40	150
M2	40	75	55	170
M3	45	65	70	180
Total	135	200	165	500

Se elige una pieza al azar. Se pide:

a.1) *(0.5 puntos) Calcula la probabilidad de que no haya sido fabricada por la máquina 1.*

a.2) *(0.5 puntos) Si la pieza es de tipo B, calcula la probabilidad de que haya sido fabricada por la máquina 2.*

b) *(2 puntos) El peso de las mujeres estudiantes de cierta universidad sigue una distribución normal de media μ y desviación típica 6 kg.*

b.1) *(1 punto) Se toma una muestra aleatoria con 64 mujeres de dicha universidad y la media de sus pesos es 66 kg. Calcula un intervalo de confianza al 99 % para la media μ.*

b.2) *(1 punto) ¿Qué tamaño mínimo debe tener la muestra para que al estimar μ con la media muestral al mismo nivel de confianza, el error sea a lo sumo de 2 kg?*

(La Rioja - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque B - Bloque Probabilidad)

Solución.

a) a.1) $P(\overline{M1}) = 1 - P(M1) = 1 - \dfrac{150}{500} = 1 - 0.3 = 0.7$

a.2) $P(M2 \mid B) = \dfrac{75}{200} = \dfrac{3}{8} = 0.375$

b) $X \equiv$ "Peso de las mujeres estudiantes (kg)" $\longrightarrow X : \mathcal{N}(\mu, 6)$

b.1) $X : \mathcal{N}(\mu, 6) \xrightarrow{n=64} \overline{x} = 66 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.99$

$1 - \alpha = 0.99 \Rightarrow \alpha = 0.01 \Rightarrow \alpha/2 = 0.005 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.995 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.575$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.575 \cdot \frac{6}{\sqrt{64}} = 1.93$$

$$I.C._{99\,\%}(\mu) = (\overline{x} - E; \overline{x} + E) \implies \boxed{I.C._{99\,\%}(\mu) = (64.07; 67.93)}$$

b.2) $n = ? \qquad \& \qquad E < 2 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.99$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.575 \cdot \frac{6}{\sqrt{n}} < 2 \implies n > \left(2.575 \cdot \frac{6}{2}\right)^2 = 59.67 \implies \boxed{n = 60}$$

Ejercicio 139 (3 *puntos*)

a) *(1 punto) De dos sucesos A y B sabemos que $P(A)=\dfrac{1}{4}$, $P(A\cap B)=\dfrac{1}{8}$ y que, además A y B son independientes. Calcula:*

$$P(B) \qquad \& \qquad P(A\cup B) \qquad \& \qquad P(A\mid B) \qquad \& \qquad P(\overline{A}\mid B)$$

($\overline{A}$ representa el suceso complementario o contrario de A)

b) *La duración, en horas, de un tipo de bombilla sigue una distribución normal de media μ y desviación típica igual a 250 horas.*

b.1) *(1 punto) Se toma una muestra aleatoria de 100 bombillas y la duración media de estas bombillas ha sido 2000 horas. Calcula un intervalo de confianza del 95 % para la media μ.*

b.2) *(1 punto) Calcula el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que al estimar μ, con el mismo nivel de confianza, el error sea inferior a 20 horas.*

(La Rioja - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque B)

Solución.

a) $P(A\cap B)\overset{A\text{ y }B}{\underset{\text{Indep.}}{=}}P(A)\cdot P(B)=\dfrac{1}{4}\cdot P(B)=\dfrac{1}{8}\implies \boxed{P(B)=\dfrac{1}{2}}$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{8}\implies \boxed{P(A\cup B)=\dfrac{5}{8}}$

$P(A\mid B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{1/8}{1/2}\implies \boxed{P(A\mid B)=\dfrac{1}{4}}$

$P(\overline{A}\mid B)=\dfrac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\dfrac{P(B)-P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}}\implies \boxed{P(\overline{A}\mid B)=\dfrac{3}{4}}$

b) $X\equiv$ "Duración de una bombilla (h)" $\longrightarrow X:\mathcal{N}(\mu,250)$

b.1) $X:\mathcal{N}(\mu,250)\xrightarrow{n=100}\overline{x}=2000 \qquad \& \qquad 1-\alpha=0.95$

$1-\alpha=0.95\Rightarrow\alpha=0.05\Rightarrow {}^{\alpha}\!/\!_{2}=0.025\implies 1-{}^{\alpha}\!/\!_{2}=0.975\xrightarrow{Tabla}z_{\alpha/2}=1.96$

$E=z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=1.96\cdot\dfrac{250}{\sqrt{100}}=49$

$I.C._{95\,\%}(\mu)=(\overline{x}-E;\overline{x}+E)\implies \boxed{I.C._{95\,\%}(\mu)=(1951;2049)}$

b.2) $n=?\qquad \& \qquad E<20\qquad \& \qquad 1-\alpha=0.95$

$E=z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=1.96\cdot\dfrac{250}{\sqrt{n}}<20\Rightarrow n>\left(1.96\cdot\dfrac{250}{20}\right)^2=600.25\implies \boxed{n=601}$

Comunidad Valenciana

Ejercicio 140

Si A y B son dos sucesos tales que $P(A) = 0.4$ & $P(B \mid A) = 0.25$ & $P(\overline{B}) = 0.75$, se pide:

a) ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿Por qué?

b) Calcula $P(A \cup B)$.

c) Calcula $P(A \mid \overline{B})$.

d) Calcula $P(\overline{A} \cup \overline{B})$ y $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

Nota: *$\overline{A}$ y $\overline{B}$ representan, respectivamente, el suceso complementario de A y B respectivamente.*

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Junio 2021)

Solución.

a) $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} \implies P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A) = 0.4 \cdot 0.25 = 0.1$

$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0.75 = 0.25$

$$\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.1 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.25 = 0.1 \end{array}\right\} \implies \begin{array}{c} P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \\ \text{Los sucesos } A \text{ y } B \text{ son independientes} \end{array}$$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.4 + 0.25 - 0.1 = 0.55$

c) $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{P(\overline{B})} = \dfrac{0.4 - 0.1}{0.75} = 0.4$

d) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.1 = 0.9$

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.55 = 0.45$

Ejercicio 141

En un sorteo, un jugador extrae dos bolas sin reemplazamiento de una urna que contiene 2 bolas blancas, 3 bolas amarillas y 5 bolas negras. El jugador consigue el primer premio si las dos bolas extraídas son blancas, consigue el segundo premio si las dos bolas extraídas son amarillas y consigue el tercer premio si una de las dos bolas extraídas es blanca y la otra no lo es. No hay más premios en el sorteo.

a) Calcula la probabilidad de que el jugador consiga el primer o el segundo premio.

b) Calcula la probabilidad de que el jugador consiga el tercer premio.

c) Si un jugador nos dice que ha obtenido premio en el sorteo, ¿cuál es la probabilidad de que haya obtenido el tercer premio?

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Julio 2021)

Solución.

Sean los sucesos:

$B_i \equiv$ "Bola blanca en la extracción i" $A_i \equiv$ "Bola amarilla en la extracción i"
$N_i \equiv$ "Bola negra en la extracción i" $P \equiv$ "El jugador obtiene el 1º premio"
$S \equiv$ "El jugador obtiene el 2º premio" $T \equiv$ "El jugador obtiene el 3º premio"
$G \equiv$ "El jugador obtiene algún premio"

a) $$P(P \cup S) = P(P) + P(S) = P(B_1 \cap B_2) + P(A_1 \cap A_2) = P(B_1) \cdot P(B_2 \mid B_1) + P(A_1) \cdot P(A_2 \mid A_1) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{4}{45} = 0.8888$$

b) $$P(T) = P\Big((B_1 \cap \overline{B}_2) \cup (\overline{B}_1 \cap B_2)\Big) = P(B_1 \cap \overline{B}_2) + P(\overline{B}_1 \cap B_2) = P(B_1) \cdot P(\overline{B}_2 \mid B_1) + P(\overline{B}_1) \cdot P(B_2 \mid \overline{B}_1) = \frac{2}{10} \cdot \frac{8}{9} + \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{16}{45} = 0.3555$$

c) $$P(T \mid G) = \frac{P(T \cap G)}{P(G)} = \frac{P(T)}{P(P \cup S \cup T)} = \frac{P(T)}{P(P \cup S) + P(T)} = \frac{16/45}{4/45 + 16/45} = 0.8$$

Ejercicio 142

En un juego se lanzan dos monedas equilibradas y un dado de seis caras equilibrado. Un jugador gana si obtiene dos caras y un número par en el dado, o bien, si obtiene exactamente una cara y un número mayor o igual que cinco en el dado.

a) Calcula la probabilidad de que el jugador gane.

b) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera dos caras al lanzar las monedas?

c) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera un cinco al lanzar el dado?

d) Llamemos A al suceso "el jugador no gana" y llamemos B al suceso "el jugador obtiene un seis al lanzar el dado". ¿Son independientes los sucesos A y B?

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Junio 2022)

Solución.

Sean los sucesos:

$G_1 \equiv$ "El jugador obtiene dos caras y un número par en el dado"
$G_2 \equiv$ "El jugador obtiene exactamente una cara y un número mayor o igual que cinco"
$G \equiv$ "El jugador gana"

Teniendo en cuenta que el espacio muestral del experimento "lanzar dos monedas equilibradas" es $\Omega = \{CC, CX, XC, XX\}$, tenemos:

a) $$P(G) = P(G_1 \cup G_2) = P(G_1) + P(G_2) = P(CC \cap Par) + P(Una\ cara \cap \geq 5)$$
$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} + \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{6} = \frac{7}{24} = 0.2916$$

b) $$P(G_1 \mid G) = \frac{P(G_1 \cap G)}{P(G)} = \frac{P(G_1)}{P(G)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6}}{\frac{7}{24}} = \frac{3}{7} = 0.4285$$

c) $$P(5 \mid G) = \frac{P\Big((CX \cap 5) \cup (XC \cap 5)\Big)}{P(G)} = \frac{P(CX \cap 5) + (XC \cap 5)}{P(G)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}}{\frac{7}{24}}$$
$$= \frac{2}{7} = 0.2857$$

d) $$P(A \cap B) = P(\text{“}No\ ganar\ sacando\ un\ 6'') = P(XX \cap 6) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$$

$$\left.\begin{array}{l} P(A) = 1 - P(G) = 1 - \dfrac{7}{24} = \dfrac{17}{24} \\ P(B) = P(6) = \dfrac{1}{6} \end{array}\right\} \Longrightarrow P(A) \cdot P(B) = \frac{17}{24} \cdot \frac{1}{6} = \frac{17}{144}$$

$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \Longrightarrow$ los sucesos A y B no son independientes

---

Ejercicio 143

Dados dos sucesos A y B, se sabe que

$$P(B) = 0.4 \quad \& \quad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.2 \quad \& \quad P(A \cap B) = 0.3$$

, siendo $\overline{A}$ y $\overline{B}$ los sucesos complementarios de A y B, respectivamente. Se pide:

a) Calcular la probabilidad del suceso $A \cup B$.

b) Calcular la probabilidad de que solamente se nerifique uno de los sucesos.

c) Calcular la probabilidad de B condicionado a A.

d) ¿Son independientes los sucesos A y B?

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Julio 2022)

Solución.

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0.2 \implies P(A \cup B) = 0.8$

b) $P\Big((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)\Big) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0.8 - 0.3 = 0.5$

c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \implies 0.8 = P(A) + 0.4 - 0.3 \implies P(A) = 0.7$

$P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{0.3}{0.7} = 0.4285$

d) $P(A \cap B) = 0.3 \quad \& \quad P(A) \cdot P(B) = 0.7 \cdot 0.4 = 0.28$

Como $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \implies$ los sucesos no son independientes

Ejercicio 144 (3.33 *puntos*)

Se sabe que el 60 % de los clientes de una agencia de viajes realiza un viaje al año, el 30 % realiza dos viajes al año, y el 10 % restante realiza tres o más viajes al año. Se sabe también que hay un 54 % de clientes que están casados y realizan un viaje al año, que hay un 14 % de clientes que están casados y realizan dos viajes al año y que hay un 2 % de clientes que están casados y realizan tres o más viajes al año. Seleccionamos al azar un cliente de la agencia.

a) *(3 puntos) Si sabemos que el cliente seleccionado realiza dos o más viajes al año, ¿cuál es la probabilidad de que no esté casado?*

b) *(3 puntos) Llamemos G al suceso "el cliente seleccionado no está casado" y H al suceso "el cliente seleccionado realiza menos de tres viajes al año". Calcula $P(G \cup H)$.*

c) *(4 puntos) Llamemos J al suceso "el cliente seleccionado está casado" y K al suceso "el cliente seleccioonado no realiza dos viajes al año". ¿Son J y K sucesos independientes?*

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Junio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$V_i \equiv$ "El cliente realiza i viajes" $\qquad$ $C \equiv$ "El cliente está casado"

Realizamos una tabla de contingencia (en negro los datos del enunciado y en azul los que se deducen de los mismos)

	V_1	V_2	V_3	**Total**
C	0.54	0.14	0.02	0.7
$\overline{C}$	0.06	0.16	0.08	0.3
Total	0.6	0.3	0.1	1

a) $P\Big(\overline{C} \mid (V_2 \cup V_3)\Big) = \dfrac{P\Big(\overline{C} \cap (V_2 \cup V_3)\Big)}{P(V_2 \cup V_3)} = \dfrac{0.16 + 0.08}{0.3 + 0.1} = 0.6$

b) $G = \overline{C} \qquad \& \qquad H = \overline{V_3} = V_1 \cup V_2$

$$P(G \cup H) = P\Big(\overline{C} \cup (V_1 \cup V_2)\Big) = P(\overline{C}) + P(V_1 \cup V_2) - P(\overline{C} \cap (V_1 \cup V_2))$$
$$= P(\overline{C}) + P(V_1 \cup V_2) - \Big[P(\overline{C} \cap V_1) + P(\overline{C} \cap V_2)\Big]$$
$$= 0.3 + (0.6 + 0.3) - (0.06 + 0.16) = 0.98$$

c) $J = C \qquad \& \qquad K = \overline{V_2} = V_1 \cup V_3$

$$P(C \cap \overline{V_2}) = P\Big((C \cap V_1) \cup (C \cap V_3)\Big) = P(C \cap V_1) + P(C \cap V_3) = 0.54 + 0.02 = 0.56$$

$$P(C) \cdot P(\overline{V_2}) = P(C) \cdot P(V_1 \cup V_3) = P(C) \cdot \Big[P(V_1) \cdot P(V_3)\Big] = 0.7 \cdot (0.6 + 0.1) = 0.49$$

$P(C \cap \overline{V_2}) \neq P(C) \cdot P(\overline{V_2}) \implies$ los sucesos C y $\overline{V_2}$ no son independientes.

Ejercicio 145 (3.33 *puntos*)

Una estación espacial internacional cuenta con un grupo de especialistas en ingeniería y con otro de especialistas en ciencias. El grupo de especialistas en ingeniería está compuesto por 10 especialistas de América y 20 de Europa, entre los cuales 7 y 9 son mujeres, respectivamente. El grupo de especialistas en ciencias está formado por 21 especialistas de América y 19 de Europa, entre los cuales 12 y 10 son mujeres, respectivamente. Se elige un integrante de la estación espacial al azar.

a) *(2 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de Europa?*

b) *(2 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y especialista en ciencias?*

c) *(3 puntos) Si se ha elegido una mujer, ¿es más probable que sea especilista en ciencias o en ingeniería?*

d) *(3 puntos) ¿Son independientes los sucesos "ser mujer" y "ser especialista en ingeniería"?*

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Julio 2023)

Solución.

a) Hacemos una tabla de contingencia con los tipos de especialistas y su procedencia:

	I	C	**Total**
A	10	21	31
E	20	19	39
Total	30	40	70

$$P(E) = \frac{39}{70} = 0.5571$$

b) Hacemos ahora una tabla con el tipo de especilista y su género

	I	C	**Total**
H	14	18	32
M	16	22	38
Total	30	40	70

$$P(H \cap C) = \frac{18}{70} = 0.2571$$

c) En la tabla del apartado anterior calculamos:

$$P(I \mid M) = \frac{16}{38} = 0.4211 \qquad \& \qquad P(C \mid M) = \frac{22}{38} = 0.5789$$

Por lo tanto es más probable que la mujer sea especialista en ciencias.

d)
$$\left.\begin{array}{l} P(M \cap I) = \dfrac{16}{70} = 0.2285 \\ P(M) \cdot P(I) = \dfrac{38}{70} \cdot \dfrac{30}{70} = 0.2326 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left| \begin{array}{c} P(M \cap I) \neq P(M) \cdot P(I) \\ \text{los sucesos } M \text{ e } I \\ \text{no son independientes} \end{array}\right.$$

Ejercicio 146 (3 *puntos*)

Una ciudad está implementando un programa de sostenibilidad ambiental. Como parte de este programa, los residentes tienen la opción de participar en dos actividades: limpieza de parques y plantación de árboles. Para evaluar el impacto de esta iniciativa, se realizó una encuesta a 2000 ciudadanos, de los cuales 800 participaron en la limpieza de parques, 1400 en la plantación de árboles, 300 en las dos actividadees y 100 en ninguna de ellas. Seleccionamos al azar a uno de estos ciudadanos.

a) *(0.75 puntos) Calcula la probabilidad de que el ciudadano seleccionado participe en al menos una de las dos actividades.*

b) *(0.75 puntos) Calcula la probabilidad de que el ciudadano seleccionado participe en limpieza de parques, pero no en plantación de árboles.*

c) *(0.75 puntos) Calcula la probabilidad de que el ciudadano seleccionado participe en exactamente una de las dos actividades.*

d) *(0.75 puntos) Si el ciudadano seleccionado no ha participado en la plantación de árboles, calcula la probabilidad de que tampoco haya participado en la limpieza de parques.*

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción Obligatoria)

Solución.

Sean los sucesos:

$$L \equiv \text{“Participar en la limpieza de parques”}$$
$$A \equiv \text{“Participar en la plantación de árboles”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(L) = \frac{800}{2000} = 0.4 \qquad \& \qquad P(A) = \frac{1400}{2000} = 0.7$$
$$P(L \cap A) = \frac{300}{2000} = 0.15 \qquad \& \qquad P(\overline{L} \cap \overline{A}) = \frac{100}{2000} = 0.05$$

a) $P(L \cup A) = P(L) + P(A) - P(L \cap A) = 0.4 + 0.7 - 0.15 = 0.95$

b) $P(L \cap \overline{A}) = P(L) - P(L \cap A) = 0.4 - 0.15 = 0.25$

c) $P\Big((L \cap \overline{A}) \cup (\overline{L} \cap A)\Big) = P(L \cup A) - P(L \cap A) = 0.95 - 0.15 = 0.8$

d) $P(\overline{L} \mid \overline{A}) = \dfrac{P(\overline{L} \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \dfrac{P(\overline{L} \cap \overline{A})}{1 - P(A)} = \dfrac{0.05}{1 - 0.7} = 0.1667$

EVAU - Matemáticas II

Andalucia

Ejercicio 147 (2.5 *puntos*)

En la tabla siguiente se recoge el número de coches y motos que se presentaron a la ITV en el año 2023:

	Coches	*Motos*
Aptos	116383	160667
No aptos	2679	3447

Se elige un vehículo al azar de entre los coches y motos que se presentaron a dicha inspección.

a) (1.25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que el vehículo elegido sea una moto o haya resultado apto?

b) (1.25 puntos) Si el vehículo elegido es un coche, ¿cuál es la probabilidad de que haya resultado no apto?

(Andalucía - Matemáticas II - Junio 2025 - Bloque B)

Solución.

Sean los sucesos: $C \equiv$ "El vehículo es un coche"
$M \equiv$ "El vehículo es una moto"
$A \equiv$ "El vehículo ha resultado apto"

	C	M	**Total**
A	116386	160667	277050
$\overline{A}$	2679	3447	6126
Total	119062	164114	283176

a) $P(M \cup A) = P(M) + P(A) - P(M \cap A)$

$$= \frac{164114}{283176} + \frac{277050}{283176} - \frac{160667}{283176}$$

$$= 0,9905$$

b) $P(\overline{A} \mid C) = \dfrac{2679}{119062} = 0.0225$

Aragón

Ejercicio 148 (2 *puntos*)

Una asignatura de matemáticas de la Escuela de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de Zaragoza tiene 99 personas matriculadas (54 alumnas y 45 alumnos). En primera convocatoria aprueban la asignatura 49 personas (28 alumnas y 21 alumnos).

a) (1.2 puntos) ¿Cuál es el porcentaje de alumnas que aprueban la asignatura en primera convocatoria?, ¿y de alumnos?

b) (0.8 puntos) Si elegimos aleatoriamente a una persona que haya aprobado la asignatura en primera convocatoria, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?

(Aragón - Matemáticas II - Junio 2024)

Solución.

Sean los sucesos:

$$H \equiv \text{“El estudiante es un chico”}$$
$$M \equiv \text{“La estudiante es una chica”}$$
$$A \equiv \text{“El estudiante ha aprobado la asignatura en primera convocatoria”}$$

Vamos a resolver el problema con una tabla de contingendia (datos en negro)

	M	H	**Total**
A	28	21	49
$\overline{A}$	26	24	50
Total	54	45	99

a) $P(A \mid M) = \dfrac{28}{54} = 0.5185 \Rightarrow 51.85\,\%$

$P(A \mid H) = \dfrac{21}{45} = 0.4667 \Rightarrow 46.67\,\%$

b) $P(M \mid A) = \dfrac{28}{49} = 0.5714 \Rightarrow 57.14\,\%$

Ejercicio 149 (2.5 *puntos*)

Dados los sucesos aleatorios de los que se sabe que

$$P(A \mid B) = \frac{2}{3} \qquad \& \qquad P(B \mid A) = \frac{3}{4}$$

a) (1 punto) Si A y B fueran independientes, ¿cuánto valdría $P(A \cup B)$?

b) (1.5 puntos) Si $P(A \cup B) = {}^5\!/_6$, ¿cuáles son las probabilidades $P(A)$, $P(B)$ y $P(A \cup \overline{B})$?

(Aragón - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción B)

Solución.

a) A y B son independientes $\implies P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot \cancel{P(B)}}{\cancel{P(B)}} = \frac{2}{3} \implies P(A) = \frac{2}{3}$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B) \cdot \cancel{P(A)}}{\cancel{P(A)}} = \frac{3}{4} \implies P(B) = \frac{3}{4}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \implies \boxed{P(A \cup B) = \frac{11}{12}}$$

b) $$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{3} \implies P(B) = \frac{3}{2} \cdot P(A \cap B)$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{3}{4} \implies P(A) = \frac{4}{3} \cdot P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{2} \cdot P(A \cap B) + \frac{4}{3} \cdot P(A \cap B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{11}{6} \cdot P(A \cap B) = \frac{5}{6} \implies P(A \cap B) = \frac{5}{11}$$

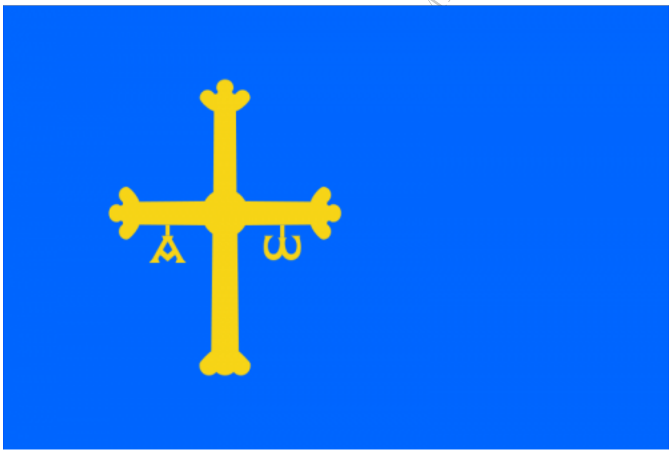
$$P(A) = \frac{4}{3} \cdot P(A \cap B) = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{11} \implies \boxed{P(A) = \frac{20}{33}}$$

$$P(B) = \frac{3}{2} \cdot P(A \cap B) = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{11} \implies \boxed{P(B) = \frac{15}{22}}$$

$$P(A \cup \overline{B}) = 1 - P(\overline{A \cup \overline{B}}) = 1 - P(\overline{A} \cap B) = 1 - [P(B) - P(A \cap B)]$$

$$= 1 - \left(\frac{15}{22} - \frac{5}{11}\right) = 1 - \frac{5}{22} \implies \boxed{P(A \cup \overline{B}) = \frac{17}{22}}$$

Asturias



Ejercicio 150 (2.5 *puntos*)

Supongamos que tenemos en un monedero 5 monedas de 1 euro, 3 de 2 euros y 2 de 10 céntimos.

a) (1.25 puntos) Sacamos 3 monedas al azar del monedero ¿cuál es la probabilidad de que al menos una sea de un euro?

b) (1.25 puntos) Sacamos dos monedas una tras otra (sin reemplazamiento) ¿cuál es la probabilidad de que la segunda sea de 10 céntimos?

(Asturias - Matemáticas II - Julio 2025 - Bloque A)

Solución.

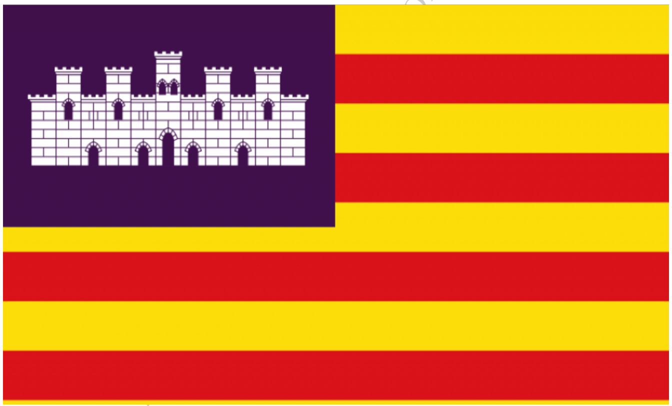
a) $P(\text{"Al menos una de 1 €“}) = 1 - P(\text{“Ninguna de 1 €”}) = 1 - \frac{5}{10}\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8} = \frac{11}{12} \simeq 0.9167$

b) Sea el suceso $C_i \equiv$ “La moneda i es de 1 céntimo”

$$P(C_2) = P\Big((C_1 \cap C_2) \cup (\overline{C}_1 \cap C_2)\Big) = P(C_1 \cap C_2) + P(\overline{C}_1 \cap C_2)$$

$$= P(C_1) \cdot P(C_2 \mid C_1) + P(\overline{C}_1) \cdot P(C_2 \mid \overline{C}_1) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{5} = 0.2$$

Islas Baleares



Ejercicio 151 (2.5 *puntos*)

Un espacio muestral contiene dos sucesos A y B. Sabiendo que

$$P(A\cap B)=0.3 \qquad \& \qquad P(A\mid B)=P(B\mid A) \qquad \& \qquad P(\overline{A})=0.4$$

Siendo $\overline{A}$ el suceso complementario, calcula:

a) (2 puntos) $P(B\mid A)$.

b) (3 puntos) $P(B)$.

c) (3 puntos) $P(\overline{A}\cap\overline{B})$.

d) (2 puntos) ¿Son A y B sucesos independientes?

(Islas Baleares - Matemáticas II - Junio 2023 - Bloque Probabilidad)

Solución.

a) $P(A)=1-P(\overline{A})=1-0.4=0.6$

$$P(B\mid A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{0.3}{0.6}\implies \boxed{P(B\mid A)=0.5}$$

b) $P(A\mid B)=P(B\mid A)\Rightarrow \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}\Rightarrow P(B)=P(A)\implies$ $\boxed{P(B)=0.6}$

c)
$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-\Big[P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Big]$$
$$=1-(0.6+0.6-0.3)\implies \boxed{P(\overline{A}\cap\overline{B})=0.1}$$

d)
$$\left.\begin{array}{l} P(A\cap B)=0.3 \\ P(A)\cdot P(B)=0.6\cdot 0.6=0.36 \end{array}\right\}\implies \left|\begin{array}{c} P(A\cap B)\neq P(A)\cdot P(B) \\ \text{los sucesos } A \text{ y } B \text{ no son independientes} \end{array}\right.$$

Ejercicio 152 (2.5 *puntos*)

En una clase donde todos los alumnos practica algún deporte, el 60 % de los alumnos juega a fútbol o básquet y el 10 % practica los dos. Por otra parte, se sabe que hay un 60 % de alumnos juega a fútbol o básquet y el 10 % practica los dos. Por otra parte, se sabe que hay un 60 % de alumnos que no juega al fútbol.

a) (3 puntos) Sea $F \equiv$ "juega a fútbol" y sea $B \equiv$ "juega al básquet", escribe, en términos de uniones, intersecciones y complementarios de estos dos sucesos, las tres probabilidades que indica el enunciado.

b) Calcula la probabilidad de que, escogiendo al azar un alumno de la clase,

b.1) (1 puntos) Juegue a fútbol.

b.2) (2 puntos) Juegue a básquet.

b.3) (2 puntos) Juegue a básquet y no a fútbol (es decir, solo juega a básquet)

b.4) (2 puntos) No juegue ni a fútbol ni a básquet.

(Islas Baleares - Matemáticas II - Julio 2023 - Bloque Probabilidad)

Solución.

a) $P(F \cup B) = 0.6 \quad \& \quad P(F \cap B) = 0.1 \quad \& \quad P(\overline{F}) = 0.6$

b) b.1) $P(F) = 1 - P(\overline{F}) = 1 - 0.6 \implies \boxed{P(F) = 0.4}$

b.2) $P(F \cup B) = P(F) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(B) = P(F \cup B) + P(F \cap B) - P(F) = 0.6 + 0.1 - 0.4 \implies \boxed{P(B) = 0.3}$$

b.3) $P(B \cap \overline{F}) = P(B) - P(B \cap F) = 0.3 - 0.1 \implies \boxed{P(B \cap \overline{F}) = 0.2}$

b.4) $P(\overline{F} \cap \overline{B}) = P(\overline{F \cup B}) = 1 - P(F \cup B) = 1 - 0.6 \implies \boxed{P(\overline{F} \cap \overline{B}) = 0.4}$

Ejercicio 153 (2.5 *puntos*)

Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral tales que satisfacen que

$$P(A \cup B) = 0.7 \qquad \& \qquad P(A \cap B) = 0.1 \qquad \& \qquad P(A \cap \overline{B}) = 0.35$$

(siendo $\overline{B}$ el suceso complementario de B), calcula:

a) (3 puntos) $P(A)$.

b) (3 puntos) $P(B)$.

c) (2 puntos) $P(\overline{A} \cup \overline{B})$.

d) (2 puntos) ¿Son A y B sucesos independientes?

(Islas Baleares - Matemáticas II - Junio 2024 - Bloque Probabilidad)

Solución.

a) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - 0.1 = 0.35 \Longrightarrow \boxed{P(A) = 0.45}$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.45 + P(B) - 0.1 = 0.7 \Longrightarrow \boxed{P(B) = 0.35}$

c) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.1 \Longrightarrow \boxed{P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.9}$

d) $\left.\begin{array}{l} P(A) \cdot P(B) = 0.45 \cdot 0.35 = 0.1575 \\ P(A \cap B) = 0.1 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left| \begin{array}{c} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ A \text{ y } B \text{ no son independientes} \end{array}\right.$

Ejercicio 154 (2.5 *puntos*)

El 38 % de los habitantes de un pueblo afirman que su deporte favorito es la natación, mientras que el 21 % prefieren el ciclismo y los habitantes restantes se inclinan más por otros deportes. Si se escoge al azar una persona y, acto seguido otra diferente, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

a) (3 puntos) Que las dos personas sean aficionadas a la natación.

b) (3 puntos) Que una de las dos personas sea aficionada al ciclismo y la otra a la natación.

c) (4 puntos) Sabiendo que la primera prefiere el ciclismo, que la segunda no prefiera este deporte.

(Islas Baleares - Matemáticas II - Julio 2024 - Bloque)

Solución.

Sean los sucesos:

$$N_i \equiv \text{“La persona elegida en posición } i \text{ practica la natación”}$$
$$C_i \equiv \text{“La persona elegida en posición } i \text{ practica el ciclismo”}$$
$$O_i \equiv \text{“La persona elegida en posición } i \text{ practica la otro deporte”}$$

Este ejercicio está mal planteado pues si escogemos al azar una persona y seguidamente otra diferente estamos hablando de sucesos dependientes. Si supiésemos el tamaño de la muestra (por ejemplo 100) tendríamos que $P(N_1 \cap N_2) = P(N_1) \cdot P(N_2 \mid N_1) = \dfrac{38}{100} \cdot \dfrac{37}{99}$. Como no determinan el tamaño de la muestra, la única forma de resolverlo es suponer que la muestra es lo suficientemente grande para que $P(N_1) = P(N_2 \mid N_1) = 0.38$, es decir, que ambos sucesos fuesen equiprobables y por tanto *independientes*. Un auténtico despropósito pero esto es lo que hay ;)
Tenemos por tanto las probabilidades:

$$P(N_1) = P(N_2) = 0.38 \quad \& \quad P(C_1) = P(C_2) = 0.21 \quad \& \quad P(O_1) = P(O_2) = 0.41$$

a) $P(N_1 \cap N_2) = P(N_1) \cdot P(N_2) = 0.38^2 = 0.1444$

b) $P\Big((C_1 \cap N_1) \cup (N_1 \cap C_2)\Big) = P(C_1 \cap N_2) + P(N_1 \cap C_2) = P(C_1) \cdot P(N_2) + P(N_1) \cdot P(C_2)$

$$= 0.21 \cdot 0.38 + 0.38 \cdot 0.21 = 0.1596$$

c) $P(\overline{C}_2 \mid C_1) = \dfrac{P(C_1 \cap \overline{C}_2)}{P(C_1)} = \dfrac{P(C_1) \cdot P(\overline{C}_2)}{P(C_1)} = \dfrac{0.21 \cdot (1 - 0.21)}{0.21} = 0.79$

Este resultado era esperable con los postulados de los que hemos partido ya que si hemos asumido que los sucesos C_1 y C_2 son independientes:

$$P(\overline{C}_2 \mid C_1) = P(\overline{C}_2) = 1 - P(C_2) = 1 - 0.21 = 0.79$$

Ejercicio 155 (2.5 *puntos*)

Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral tales que satisfacen que

$$P(A \cup B) = 0.7 \quad \& \quad P(A \cap B) = 0.1 \quad \& \quad P(A \cap B^c) = 0.35$$

Siendo B^c el suceso complementarioi de B, calcular:

a) *(0.75 puntos) $P(A)$.*

b) *(0.75 puntos) $P(B)$.*

c) *(0.5 puntos) $P(A^c \cup B^c)$*

d) *(0.5 puntos) ¿Son A y B sucesos independientes?*

(Islas Baleares - Matemáticas II - [D - Bloque])

Modelo2025

Solución.

Utilizaremos la notación $\overline{A}$ para denotar al suceso complementario del suceso A.

a) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) \implies 0.35 = P(A) - 0.1 \implies \boxed{P(A) = 0.45}$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0.7 = 0.45 + P(B) - 0.1 \implies \boxed{P(B) = 0.35}$

c) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.1 \implies \boxed{P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.9}$

d) $$\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.1 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.45 \cdot 0.35 = 0.1575 \end{array}\right\} \implies \left| \begin{array}{c} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ A \text{ y } B \text{ no son independientes} \end{array}\right.$$

Ejercicio 156 (2.5 *puntos*)

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio. Sean $\overline{A}$ y $\overline{B}$ los sucesos complementarios de A y B, respectivamente, y sea $A \cap \overline{B}$ el conjunto de sucesos elementales de A que no pertenecen a B.
Dadas las probabilidades

$$P(A) = 0.75 \qquad \& \qquad P(\overline{B}) = 0.45 \qquad \& \qquad P(A \cap \overline{B}) = 0.3$$

calcula:

a) *(0.75 puntos)* $P(A \cap B)$.

b) *(0.75 puntos)* $P(B \cap \overline{A})$.

c) *(1 punto)* $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

Nota: *Hemos utilizado la notación $\overline{A}$ en lugar de A' y $A \cap \overline{B}$ en lugar de $A - B$ por homogeneizarla con el resto de Comunidades.*

(Islas Baleares - Matemáticas II - [B - Bloque])
Julio2025

Solución.

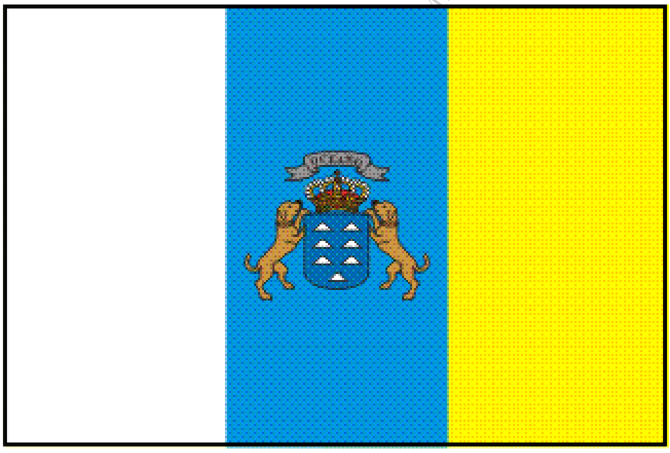
a) $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0.45 = 0.55$

$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.75 - P(A \cap B) = 0.3 \implies \boxed{P(A \cap B) = 0.45}$

b) $P(B \cap \overline{A}) = P(B) - P(A \cap B) = 0.55 - 0.45 \implies \boxed{P(B \cap \overline{A}) = 0.1}$

c) $$\begin{aligned} P(\overline{A} \cap \overline{B}) &= P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \Big[P(A) + P(B) - P(A \cap B)\Big] \\ &= 1 - (0.75 + 0.55 - 0.45) \implies \boxed{P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.15} \end{aligned}$$

Islas Canarias



Ejercicio 157 (2.5 *puntos*)

Aythami tiene un sobre donde guarda el dinero que ha podido reunir. El sobre contiene: 4 billetes de 5€, 6 billetes de 10€ y 2 billetes de 50€. Quiere comprar algunas cosas y decide dejar al azar cuánto dinero va a coger del sobre. Para ello, saca aleatoriamente, sin reemplazamiento y de forma consecutiva, dos billetes del sobre.

a) (0.5 puntos) Expresar el espacio muestral del experimento que va a realizar Aythami.

b) (1 punto) Si se quiere comprar un videojuego que cuesta 57€, ¿qué probabilidad hay de que pueda hacerlo con los billetes que saca del sobre?

c) (1 punto) Si al final obtiene, con este experimento, 60€ de sobre ¿qué probabilidad hay de que el primer billete fuera de 10€?

(Islas Canarias - Matemáticas II - Julio 2023 - Bloque A)

Solución.

a) $\Omega = \{(5,5),(5,10),(5,50),(10,5),(10,10),(10,50),(50,5),(50,10),(50,50)\}$

b) $$P(X \geq 57) = P(X \geq 60) = P(10,50) + P(50,10) + P(50,50)$$
$$= \frac{6}{12}\cdot\frac{2}{11} + \frac{2}{12}\cdot\frac{6}{11} + \frac{2}{12}\cdot\frac{1}{11} = \frac{13}{66} \simeq 0.197$$

c) $$P\Big((10,-) \mid X = 60\Big) = \frac{P\Big((10,-)\cap X = 60\Big)}{P(X=60)} = \frac{P(10,50)}{P(10,50)+P(50,10)}$$
$$= \frac{\frac{6}{12}\cdot\frac{2}{11}}{\frac{6}{12}\cdot\frac{2}{11}+\frac{2}{12}\cdot\frac{6}{11}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

Cantabria

Ejercicio 158 (2.5 *puntos*)

En cierta región, el 72 % de las mujeres vive al menos 71 años y el 52 % vive al menos 80 años. Si una mujer determinada de esa región tiene 71 años, ¿cuál es la probabilidad de que vaya a vivir al menos hasta los 80 años?

(Cantabria - Matemáticas II - Junio 2023

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“La mujer vive al menos 71 años”}$$
$$B \equiv \text{“La mujer vive al menos 80 años”}$$

Del enunciado tenemos

$$P(A) = 0.72 \qquad \& \qquad P(B) = 0.52$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{0.52}{0.72} = 0.7222$$

Ejercicio 159 (2.5 *puntos*)

Sean A y B dos sucesos independientes asociados a un experimento aleatorio con $P(A) = 0.5$ y $P(B) = 0.25$.

I) *(0.5 puntos) Calcule $P(A \cup B)$.*

II) *(0.5 puntos) Calcule $P(\overline{A})$ y $P(\overline{B})$, donde $\overline{A}$ y $\overline{B}$ denotan el suceso contrario de A y de B respectivamente.*

III) *(1 punto) Razone si $\overline{A}$ y $\overline{B}$ son independientes.*

IV) *(0.5 puntos) Calcule $P(\overline{A} \cup \overline{B})$.*

(Cantabria - Matemáticas II - Junio 2023

Solución.

Del enunciado tenemos:

$$P(A) = 0.5 \quad \& \quad P(B) = 0.25 \quad \& \quad P(A \cap B) \underset{\text{Indep.}}{\overset{A \text{ y } B}{=}} P(A) \cdot P(B) = 0.5 \cdot 0.25 = 0.125$$

I) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.25 - 0.125 = 0.625$

II) $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.5 = 0.5$

$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.25 = 0.75$

III) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.625 = 0.375$ $P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = 0.5 \cdot 0.75 = 0.375 = P(\overline{A} \cap \overline{B}) \implies$ los sucesos $\overline{A}$ y $\overline{B}$ son independientes.

IV) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.125 = 0.875$

Ejercicio 160 (2.5 *puntos*)

La población de mujeres de 18 años sigue una distribución normal de media una altura de 175 cm y una desviación estándar de 7.41 cm. Supongamos que la probabilidad de que una persona se llame Lucía es 0.006.

1) *(1.25 puntos) Calcule la probabilidad de que una mujer de 18 años se llame Lucía y mida más de 180 cm.*

2) *(1.25 puntos) Calcule la probabilidad de que una mujer de 18 años se llame Lucía o mida más de 180 cm.*

(Cantabria - Matemáticas II - Junio 2024

Solución.

$$X \equiv \text{“Altura de las mujeres de 18 años (cm)”} \longrightarrow X : \mathcal{N}(175, 7.41)$$

Sean los sucesos: $M \equiv$ “La mujer de 18 años mide más de 180 cm”

$L \equiv$ “La mujer de 18 años se llama Lucía”

1) $P(M) = P(X \geq 180) = P\left(Z \geq \dfrac{180-175}{7.41}\right) = P(Z \geq 0.67)$

$= 1 - P(Z \leq 0.67) = 1 - 0.7486 = 0.2514$

$P(L \cap M) \overset{Suc.\ Ind.}{=} P(L) \cdot P(M) = 0.006 \cdot 0.2514 = 0.0015$

2) $P(L \cup M) = P(L) + P(M) - P(L \cap M) = 0.006 + 0.2514 - 0.0015 = 0.2559$

Ejercicio 161 (2.5 *puntos*)

Las alturas de hombres de 17 años sigue una distribución normal de media 175 centímetros y desviación estándar 7.41 centímetros. Sea A el suceso formado por los hombres de 17 años que miden más de 170 centímetros y B el suceso de las personas de 17 años que realizan la EBAU en una región determinada. Tenemos que $P(B^c) = 0.35$, donde B^c denota el suceso contrario de B.

I) *(1 punto) Calcule $P(A)$.*

II) *(0.5 puntos) Calcule $P(B)$.*

III) *(0.5 puntos) Calcule $P(A \cap B^c)$.*

IV) *(0.5 puntos) Calcule $P(A \cup B)$.*

(Cantabria - Matemáticas II - Julio 2024

Solución.

$$X \equiv \text{“Altura de los hombres de 17 años (cm)”} \longrightarrow X : \mathcal{N}(175, 7.41)$$

I) $P(A) = P(X \geq 170) = P\left(Z \geq \dfrac{170 - 175}{7.41}\right) = P(Z \geq -0.67) = P(Z \leq 0.67)$
$= 0.7486$

II) $P(B) = 1 - P(B^c) = 1 - 0.35 = 0.65$

III) $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) \underset{indep.}{\overset{A\ y\ B}{=}} P(A) - P(A) \cdot P(B) = 0.7486 - 0.7486 \cdot 0.65$
$= 0.262$

IV) $P(A \cup B) = P(A \cap B^c) + P(B) = 0.262 + 0.65 = 0.912$

Ejercicio 162 (2.5 *puntos*)

En un colegio se ofrecen solo atletismo y baloncesto como actividades deportivas extraescolares. En base a los datos de otros años, los docentes determinan que la probabilidad de que un alumno se matricule en atletismo es $P(A) = 0.40$; y que la probabilidad de que un estudiante se matricule en baloncesto es $P(B) = 0.65$. Además, solo un 10 % del alumnado no se matricula en ningún deporte.

a) (1 punto) Calcula la probabilidad de que un alumno se matricule en los dos deportes.

b) (1.5 puntos) Calcula las siguientes probabilidades: $P(A \mid B)$, $P(B \mid A)$ y $P(A \mid \overline{B})$, donde $\overline{B}$ representa el suceso contrario a B.

(Cantabria - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“El alumno se matricula en atletismo”}$$
$$B \equiv \text{“El alumno se matricula en baloncesto”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(A) = 0.4 \qquad \& \qquad P(B) = 0.65 \qquad \& \qquad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.1$$

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0.1 \implies P(A \cup B) = 0.9$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.4 + 0.65 - 0.9 \implies \boxed{P(A \cap B) = 0.15}$$

b) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.15}{0.65} \implies \boxed{P(A \mid B) = 0.2308}$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.15}{0.4} \implies \boxed{P(B \mid A) = 0.375}$$

$$P(A \mid \overline{B}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0.4 - 0.15}{1 - 0.65} \implies \boxed{P(A \mid \overline{B}) = 0.7143}$$

Ejercicio 163 (2.5 *puntos*)

Sean A y B dos sucesos asociados a un experimento aleatorio tales que

$$P(A) = 0.8 \qquad \& \qquad P(B) = 0.5 \qquad \& \qquad P(A \cup B) = 1$$

a) (0.5 puntos) Calcule la $P(A \cap B)$.

b) (0.75 puntos) Razone si A y B son independientes.

c) (0.5 puntos) Calcule la $P(\overline{B})$, con $\overline{B}$ el suceso contrario a B.

d) (0.75 puntos) Calcule la $P(\overline{A} \cap \overline{B})$, con $\overline{A}$ el suceso contrario a A.

(Cantabria - Matemáticas II - Modelo 2025 - Opción B)

Solución.

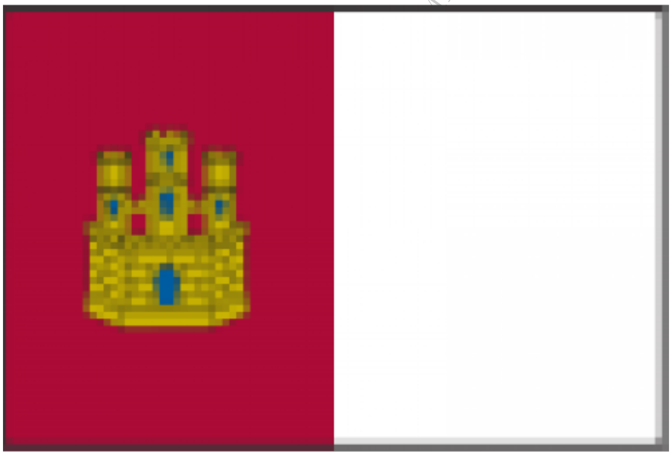
a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.8 + 0.5 - 1 \implies \boxed{P(A \cap B) = 0.3}$

b) $P(A) \cdot P(B) = 0.8 \cdot 0.5 = 0.4 \neq P(A \cap B) = 0.3 \implies$ A y B no son independientes

c) $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.5 \implies \boxed{P(\overline{B}) = 0.5}$

d) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 1 \implies \boxed{P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0}$

Castilla-La Mancha



Ejercicio 164 (2.5 *puntos*)

a) *(1 punto) Sea la función* $f(x) = x^3 + 3x^2 + x + 3$. *Obtén sus máximos y mínimos relativos.*

b) *Una urna contiene cuatro bolas numeradas del* 1 *al* 4. *Se extraen al azar dos bolas sin reemplazamiento y se obtiene una puntuación igual a la suma de los valores correspondientes.*

b.1) *(0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la puntuación obtenida sea de 3?*

b.2) *(0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la puntuación sea mayor de 3?*

(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - Junio 2023)

Solución.

a) $f'(x) = 3x^2 + 6x + 1 = 0 \implies x = -1 \pm \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$$f''(x) = 6x + 6 \implies \begin{cases} f''(-1 - \sqrt{6}/3) \simeq -4.9 < 0 \overset{(\cap)}{\implies} \text{Máximo en } x = -1 - \sqrt{6}/3 \\ f''(-1 + \sqrt{6}/3) \simeq 4.9 > 0 \overset{(\cup)}{\implies} \text{Mínimo en } x = -1 + \sqrt{6}/3 \end{cases}$$

b) $\Omega = \{(1,2),(1,3),(1,4),(2,1),(2,3),(2,4),(3,1),(3,2),(3,4),(4,1),(4,2),(4,3)\}$

b.1) $P(X = 3) = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6} = 0.1667$

b.2) $P(X > 3) = \dfrac{10}{12} = \dfrac{5}{6} = 0.8333$

Ejercicio 165 (2.5 *puntos*)

a) *(1 punto) Resuelve la siguiente integral:*

$$\int (x+3)\cdot e^{-2x}\,dx$$

b) *En un juego de azar cada jugador tira un dado de seis caras. Si sale un 1 vuelve a tirar. Si sale otro resultado deja de tirar y la puntuación obtenida es el número de unos obtenidos durante las tiradas.*

b.1) *(0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de no obtener ningún uno? ¿Cuál es la probabilidad de obtener una puntuación de uno? ¿Y la de obtener una puntuación de tres?*

b.2) *(0.75 puntos) ¿Podrías dar la probabilidad de obtener una puntuación de $n \in \mathbb{N}$?*

(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - Julio 2023)

Solución.

a) $$\int (x+3)\cdot e^{-2x}\,dx = \left\{ \begin{array}{ll} u = x+3 & \Rightarrow du = dx \\ dv = e^{-2x}\,dx & \Rightarrow v = -\frac{1}{2}e^{-2x} \end{array} \right\} = -\frac{1}{2}\cdot(x+3)\cdot e^{-2x}$$

$$+\frac{1}{2}\int e^{-2x}\,dx = -\frac{1}{2}\cdot(x+3)\cdot e^{-2x} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\int \underbrace{-2}_{u'}\cdot\underbrace{e^{-2x}}_{e^u}\,dx$$

$$= -\frac{1}{2}\cdot(x+3)\cdot e^{-2x} - \frac{1}{4}e^{-2x} + C = -\frac{1}{4}\cdot(2x+6+1)\cdot e^{-2x} + C$$

$$= -\frac{1}{4}\cdot(2x+7)\cdot e^{-2x} + C = -\frac{2x+7}{4e^{2x}} + C$$

b) Sea el suceso: $U_i \equiv$ "Sacar 1 en la tirada i"

b.1) $P(\text{"Ningún 1"}) = P(\overline{U}_1) = \dfrac{5}{6} \simeq 0.8333$

$$P(\text{"Puntuación de 1"}) = P(U_1 \cap \overline{U}_2) = P(U_1)\cdot P(\overline{U}_2) = \frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6} = \frac{5}{36} \simeq 0.1389$$

$$P(\text{"Puntuación de 3"}) = P(U_1 \cap U_2 \cap U_3 \cap \overline{U}_4) = P(U_1)\cdot P(U_2)\cdot P(U_3)\cdot P(\overline{U}_4)$$

$$= \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6} = \frac{5}{1296} \simeq 0.0039$$

b.2) $$P(\text{"Puntuación de } n\text{"}) = P(U_1 \cap U_2 \cap \cdots \cap U_n \cap \overline{U}_{n+1})$$

$$= P(U_1)\cdot P(U_2)\cdots P(U_n)\cdot P(\overline{U}_{n+1}) = \left(\frac{1}{6}\right)^n\cdot\frac{5}{6} = \frac{5}{6^{n+1}}$$

Ejercicio 166 (2.5 *puntos*)

a) *(1 punto) Calcula los coeficientes* $a, b, c \in \mathbb{R}$ *de la función* $f(x) = x^3+ax^2+bx+c$ *tal que tenga un extremo relativo en el punto de abscisa* $x = 2$ *y un punto de inflexión en* $P(1, 2)$. *Justifica tu respuesta.*

b) *Sean dos sucesos* A *y* B *tales que*

$$P(A) = 0.2 \qquad \& \qquad P(A\cap B) = 0.1 \qquad \& \qquad P(A\cup B) = 0.3$$

Calcula:

b.1) *(0.75 puntos)* $P(B)$ *y* $P(A\cap \overline{B})$, *con* $\overline{B}$ *el suceso complementario de* B.

b.2) *(0.75 puntos)* $P(A \mid B)$ *y* $P(B \mid A)$.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - Junio 2024)

Solución.

a) $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \quad \& \quad f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \quad \& \quad f''(x) = 6x + 2a$

- `E. rel. en` $x = 2$: $f'(2) = 0 \implies 12 + 4a + b = 0 \xRightarrow{a=-3} \boxed{b = 0}$
- `Pto. Inflexión en` $(1, 2) \implies \begin{cases} f(1) = 2 \Rightarrow 1 + a + b + c = 2 \xRightarrow[b=0]{a=-3} \boxed{c = 4} \\ f''(1) = 0 \implies 6 + 2a = 0 \Rightarrow \boxed{a = -3} \end{cases}$

Por lo tanto tenemos que: $\boxed{f(x) = x^3 - 3x^2 + 4}$

Además hemos de comprobar $f''(2) = 6 \neq 0$, luego en $x = 2$ hay un extremo relativo y no un punto de inflexión con tangente horizontal.

b) $P(A) = 0.2 \qquad \& \qquad P(A\cap B) = 0.1 \qquad \& \qquad P(A\cup B) = 0.3$

b.1) $P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B) \Rightarrow 0.3 = 0.2+P(B)-0.1 \Rightarrow \boxed{P(B) = 0.2}$

$P(A\cap \overline{B}) = P(A) - P(A\cap B) = 0.2 - 0.1 \implies \boxed{P(A\cap \overline{B}) = 0.1}$

b.2) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.1}{0.2} \implies \boxed{P(A \mid B) = 0.5}$

$P(B \mid A) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(A)} = \dfrac{0.1}{0.2} \implies \boxed{P(B \mid A) = 0.5}$

Ejercicio 167 (2.5 *puntos*)

b) *En un mazo hay 40 cartas. De estas, 4 están marcadas solo con un punto verde, 5 solo con un punto rojo y 7 están marcadas con los dos puntos (verde y rojo).*

b.1) *(0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de sacar dos cartas sin reemplazamiento y que ambas tengan un punto verde?*

b.2) *(0.75 puntos) Si saco una carta y tiene un punto verde, ¿cuál es la probabilidad de que tenga también un punto rojo?*

En ambos apartados se considera que una carta tiene un punto verde si tiene solo un punto verde o también si tiene un punto verde y otro rojo.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - Julio 2024)

Solución.

b) Sean los sucesos:

$$V_i \equiv \text{“La carta } i \text{ tiene un punto verde”}$$
$$R_i \equiv \text{“La carta } i \text{ tiene un punto rojo”}$$

b.1) $P(V_1 \cap V_2) = \dfrac{11}{40} \cdot \dfrac{10}{39} = \dfrac{11}{156} \approx 0.0705$

b.2) $P(R_1 \mid V_1) = \dfrac{P(R_1 \cap V_1)}{P(V_1)} = \dfrac{7/40}{11/40} = \dfrac{7}{11} \approx 0.6364$

Ejercicio 168 (2.5 *puntos*)

Una baraja española está compuesta de 40 cartas, entre las que hay 4 ases. En un juego de azar dos jugadores compiten entre sí. El primer jugador baraja las cartas y las va sacando una a una hasta que encuentra un as. A continuación, el otro jugador vuelve a juntar todas las cartas y repite estos pasos (es decir, vuelve a barajar y va sacando cartas hasta encontrar un as). Gana el jugador que más cartas haya sacado (contando el as). Si ambos sacan el mismo número de cartas, entonces se produce un empate.

a) (1.5 puntos) Calcula las probabilidades de que el as salga al sacar 1, 2 y 3 cartas, respectivamente.

b) (1 punto) Si el primer jugador ha sacado dos cartas (contando el as), ¿cuál es la probabilidad de que el segundo jugador le gane?

(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - [A)
]Junio2025

Solución.

Sea el suceso: $A_i \equiv$ "El jugador saca un as en la carta i"

a) $P(A_1) = \dfrac{4}{40} = 0.1$

$$P(\overline{A}_1 \cap A_2) = \frac{36}{40} \cdot \frac{4}{39} = \frac{6}{65} = 0.0923$$

$$P(\overline{A}_1 \cap \overline{A}_2 \cap A_3) = \frac{36}{40} \cdot \frac{35}{39} \cdot \frac{4}{38} = \frac{21}{247} = 0.0850$$

b) $P(\text{ganar}) = P(\text{sacar al menos 3 cartas}) = 1 - P(\text{sacar menos de 3 cartas})$

$$= 1 - \left[P(A_1) + P(\overline{A}_1 \cap A)\right] = 1 - \left(\frac{4}{40} + \frac{6}{65}\right) = \frac{21}{26} = 0.8077$$

Ejercicio 169 (2.5 *puntos*)

a) *Sean dos sucesos A y B tales que $P(A) = 0.2 \quad P(A \cap B) = 0.1 \quad P(A \cup B) = 0.3$. Calcula:*

a.1) *(0.5 puntos) $P(B)$ y $P(A \cap \overline{B})$, con $\overline{B}$ el suceso complementario de B.*

a.2) *(0.5 puntos) $P(A \mid B)$ y $P(B \mid A)$.*

b) *En un mazo hay 40 cartas. De estas, 4 están marcadas solo con un punto verde, 5 solo con un punto rojo y 7 están marcadas con los dos puntos (verde y rojo).*

b.1) *(0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de sacar dos cartas sin reemplazamiento y que ambas tengan un punto verde?*

b.2) *(0.75 puntos) Si saco una carta y tiene un punto verde, ¿cuál es la probabilidad de que tenga también un punto rojo?*

En ambos apartados se considera que una carta tiene un punto verde si tiene solo un punto verde o también si tiene un punto verde y otro rojo.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - Modelo 2025)

Solución.

a) a.1) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0.3 = 0.2 + P(B) - 0.1 \Rightarrow P(B) = 0.2$

$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.2 - 0.1 \implies P(A \cap \overline{B}) = 0.1$

a.2) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.1}{0.2} = 0.5$

$P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{0.1}{0.2} = 0.5$

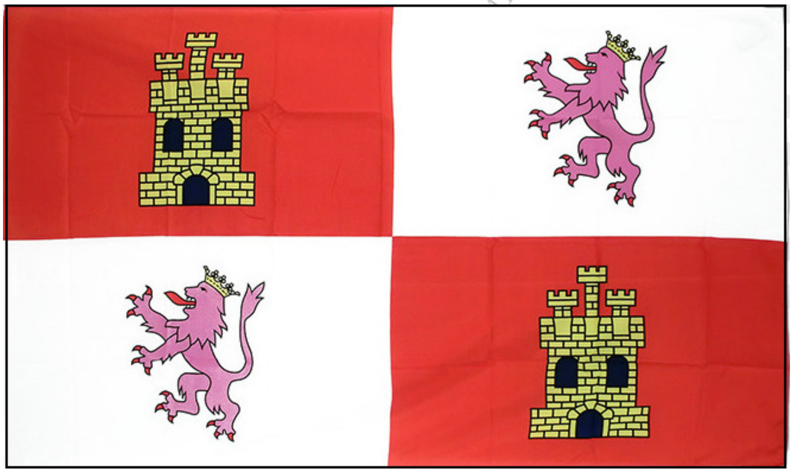
b) Sean los sucesos:

$$V_i \equiv \text{“La carta } i \text{ tiene un punto verde”}$$
$$R_i \equiv \text{“La carta } i \text{ tiene un punto rojo”}$$

b.1) $P(V_1 \cap V_2) = \dfrac{11}{40} \cdot \dfrac{10}{39} = \dfrac{11}{156} \approx 0.0705$

b.2) $P(R_1 \mid V_1) = \dfrac{P(R_1 \cap V_1)}{P(V_1)} = \dfrac{7/40}{11/40} = \dfrac{7}{11} \approx 0.6364$

Castilla y León



Ejercicio 170 (2 *puntos*)

Si lanzamos al mismo tiempo dos dados idénticos y del tipo usual (es decir, que sean cúbicos, que todas sus caras tengan la misma probabilidad de quedar hacia arriba y que en cada una de ellas aparezca un número de puntos que varíe desde el uno hasta el seis), ¿cuál es la probabilidad de que la suma de las puntuaciones obtenidas en los dos dados coincida con la suma más frecuente?

(Castilla y León - Matemáticas II - Junio 2023 - Bloque Probabilidad)

Solución.

Vamos a organizar en una tabla las puntuaciones de cada dado y la suma

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

La suma más frecuente es 7, con 6 casos de 36 posibles, por lo que:

$$P(X = 7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 0.1667$$

Ejercicio 171 (2 *puntos*)

Sean A, B y C sucesos de un experimento aleatorio con probabilidades:

$$P(A) = 0.3 \qquad \& \qquad P(B) = 0.4 \qquad \& \qquad P(C) = 0.5$$

tales que A y B son independientes y A y C son incompatibles.
Calcular las probabilidades:

$$P(A \cap B) \quad \& \quad P(A \cap C) \quad \& \quad P(A \cap \overline{C}) \quad \& \quad P(A \cup B) \quad \& \quad P(\overline{A} \cup \overline{B})$$

siendo $\overline{A}$, $\overline{B}$ y $\overline{C}$ los sucesos complementarios de A, B y C respectivamente.

(Castilla y León - Matemáticas II - Julio 2023 - Bloque Probabilidad)

Solución.

- $P(A \cap B) \underset{Indep.}{\overset{A \text{ y } B}{=}} P(A) \cdot P(B) = 0.3 \cdot 0.4 = 0.12$
- $P(A \cap C) \underset{Incomp.}{\overset{A \text{ y } C}{=}} 0$
- $P(A \cap \overline{C}) = P(A) - P(A \cap C) = 0.3 - 0 = 0.3$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.3 + 0.4 - 0.12 = 0.58$
- $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.12 = 0.88$

Extremadura

Ejercicio 172 (2 *puntos*)

Al 80 % de los alumnos de una clase les gusta el fútbol; al 40 % les gusta el balonmano y al 30 % les gustan ambos deportes. Si se elige un alumno al azar.

a) (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que le guste alguno de los dos deportes (uno o los dos)?

b) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que le guste solo el fútbol?

c) (0.75 puntos) Si sabemos que no le gusta el fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que le guste el balonmano?

(Extremadura - Matemáticas II - Junio 2023)

Solución.

Sean los sucesos

$$F \equiv \text{“Al alumno le gusta el fútbol”}$$
$$B \equiv \text{“Al alumno le gusta el balonmano”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(F) = 0.8 \qquad \& \qquad P(B) = 0.4 \qquad \& \qquad P(F \cap B) = 0.3$$

a) $P(F \cup B) = P(F) + P(B) - P(F \cap B) = 0.8 + 0.4 - 0.3 \implies \boxed{P(F \cup B) = 0.9}$

b) $P(F \cap \overline{B}) = P(F) - P(F \cap B) = 0.8 - 0.3 \implies \boxed{P(F \cap \overline{B}) = 0.5}$

c) $P(B \mid \overline{F}) = \dfrac{P(B \cap \overline{F})}{P(\overline{F})} = \dfrac{P(B) - P(B \cap F)}{1 - P(F)} = \dfrac{0.4 - 0.3}{1 - 0.8} \implies \boxed{P(B \mid \overline{F}) = 0.5}$

Ejercicio 173 (2 *puntos*)

Un club de montaña organiza dos tipos de actividades para sus afiliados. El 70 % de ellos se apuntan a escalada, el 60 % a barranquismo y el 45 % de ellos practica las dos. Si se elige al azar un afiliado,

a) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que practique sólo una de las dos actividades.

b) (0.5 puntos) Calcular la probabilidad de que no practique ninguna.

c) (0.75 puntos) Sabiendo que hace barranquismo, calcular la probabilidad de que no haga escalada.

(Extremadura - Matemáticas II - Julio 2023)

Solución.

Sean los sucesos:

$$E \equiv \text{“El afiliado practica escalada”}$$
$$B \equiv \text{“El afiliado practica barranquismo”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(E) = 0.7 \qquad \& \qquad P(B) = 0.6 \qquad \& \qquad P(E \cap B) = 0.45$$

a) $$\begin{aligned} P\Big((E \cap \overline{B}) \cup (\overline{E} \cap B)\Big) &= P(E \cap \overline{B}) + P(\overline{E} \cap B) \\ &= P(E) - P(E \cap B) + P(B) - P(E \cap B) \\ &= 0.7 - 0.45 + 0.6 - 0.45 = 0.4 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} P(\overline{E} \cap \overline{B}) &= P(\overline{E \cup B}) = 1 - P(E \cup B) = 1 - [P(E) + P(B) - P(E \cap B)] \\ &= 1 - (0.7 + 0.6 - 0.45) = 0.15 \end{aligned}$$

c) $$P(\overline{E} \mid B) = \frac{P(\overline{E} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(E \cap B)}{P(B)} = \frac{0.6 - 0.45}{0.6} = 0.25$$

Ejercicio 174 (2 *puntos*)

En una residencia de ancianos el 80 % de los residentes tiene cuenta de correo electrónico, el 60 % tiene redes sociales, y el 10 % no tiene ni correo electrónico ni redes sociales. Se pide calcular la probabilidad

a) (0.5 puntos) De que un residente use correo electrónico y redes sociales.

b) De que un residente use sólo una de las dos cosas.

c) (0.75 puntos) De que un residente use correo electrónico sabiendo que no usa redes sociales.

(Extremadura - Matemáticas II - Junio 2024)

Solución.

Sean los sucesos:

$$C \equiv \text{“El anciano tiene correo electrónico”}$$
$$R \equiv \text{“El anciano tiene redes sociales”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(C) = 0.8 \qquad \& \qquad P(R) = 0.6 \qquad \& \qquad P(\overline{C} \cap \overline{R}) = 0.1$$

a) $P(\overline{C} \cap \overline{R}) = P(\overline{C \cup R}) = 1 - P(C \cup R) = 0.1 \implies P(C \cup R) = 0.9$

$$P(C \cap R) = P(C) + P(R) - P(C \cup R) = 0.8 + 0.6 - 0.9 \implies \boxed{P(C \cap R) = 0.5}$$

b) $P\Big((C\cap\overline{R})\cup(\overline{C}\cap R)\Big) = P(C\cup R)-P(C\cap R) = 0.9-0.5 \Rightarrow \boxed{P\Big((C \cap \overline{R}) \cup (\overline{C} \cap R)\Big) = 0.4}$

c) $P(C \mid \overline{R}) = \dfrac{P(C \cap \overline{R})}{P(\overline{R})} = \dfrac{P(C) - P(C \cap R)}{1 - P(R)} = \dfrac{0.8 - 0.5}{1 - 0.4} \implies \boxed{P(C \mid \overline{R}) = 0.75}$

Ejercicio 175 (2.5 *puntos*)

Se sabe que el 30 % de una población de la Comarca Villuercas-Ibores-Jara ve el programa de televisión "La Revuelta". La productora El Terrat, empresa encargada de llevar a cabo dicho programa, decide llamar por teléfono, al azar, a 10 personas de esa población:

a) (0.75 puntos) Calcula la probabilidad de que estuvieran viendo el programa más de 8 personas.

b) (0.75 puntos) Calcula la probabilidad de que estuvieran viendo el programa alguna de las 10 personas.

c) (1 punto) Se sabe que, en la misma población, el 35 % ve el programa 'Èl Hormiguero" y se sabe también que el 40 % no ve ninguno de los dos. Si se elige una persona al azar ¿Cuál es la probabilidad de que vea los dos programas?

(Extremadura - Matemáticas II - [U)
nica]Julio2025 - Extraordinario

Solución.

$$X \equiv \text{“N º de personas que ven la Revuelta de entre 10”} \longrightarrow X : \mathcal{B}(10, 0.3)$$

a) $P(X > 8) = P(X = 9) + P(X = 10) = \binom{10}{9} \cdot 0.3^9 \cdot 0.7^1 + \binom{10}{10} \cdot 0.3^{10} \cdot 0.7^0 = 0.00014$

b) $P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{10}{0} \cdot 0.3^0 \cdot 0.7^{10} = 0.9718$

c) Sean los sucesos:

$$R \equiv \text{“El espectardor ve La Revuelta”} \quad H \equiv \text{“El espectador ve El Hormiguero”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(R) = 0.3 \qquad \& \qquad P(H) = 0.35 \qquad \& \qquad P(\overline{R} \cap \overline{H}) = 0.4$$

$$P(\overline{R} \cap \overline{H}) = P(\overline{R \cup H}) = 1 - P(R \cup H) = 0.4 \implies P(R \cup H) = 0.6$$

$$P(R \cap H) = P(R) + P(H) - P(R \cup H) = 0.3 + 0,35 - 0.6 \implies \boxed{P(R \cap H) = 0.05}$$

Galicia

Ejercicio 176 (2 *puntos*)

a) *(1 punto) Calcule las cuatro probabilidades*

$$P(A) \quad \& \quad P(A \cap \overline{B}) \quad \& \quad P(A \mid B) \quad \& \quad P(B \mid A)$$

sabiendo que $P(A \cup B) = 0.8 \quad \& \quad P(A \cap B) = 0.2 \quad \& \quad P(A) = 2P(B)$

Nota: $\overline{B}$ *es el suceso contrario o complementario de* B*.*

b) *(1 punto) En un conocido congreso, el* 60 % *de los científicos inscritos participan* online *y el resto asisten en persona. Además, el* 65 % *de los inscritos son europeos y el* 80 % *de los que asisten en persona también lo son. Si se elige al azar a uno de los inscritos, calcule la probabilidad de que sea europeo y, a la vez, participe* online*; luego la de que participe* online *si se sabe que es europeo.*

(Galicia - Matemáticas II - Junio 2023)

Solución.

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \implies 0.8 = 2P(B) + P(B) - 0.2 \implies P(B) = \dfrac{1}{3}$

$$P(A) = 2P(B) = 2 \cdot \frac{1}{3} \implies \boxed{P(A) = \frac{2}{3}}$$

$$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} - 0.2 \implies \boxed{P(A \cap \overline{B}) = \frac{7}{15}}$$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.2}{1/3} \implies \boxed{P(A \mid B) = 0.6}$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.2}{2/3} \implies \boxed{P(B \mid A) = 0.3}$$

b) Sean los sucesos: $O \equiv$ "El participante lo hace *online*"
$P \equiv$ "El participante lo hace presencialmente"
$E \equiv$ "El participante es europeo"

Del enunciado tenemos:

$$P(O) = 0.6 \quad \& \quad P(P) = 0.4 \quad \& \quad P(E) = 0.65 \quad \& \quad P(E \mid P) = 0.8$$

$$P(E \mid P) = \frac{P(E \cap P)}{P(P)} \implies P(E \cap P) = P(P) \cdot P(E \mid P) = 0.4 \cdot 0.8 = 0.32$$

En una tabla de contingencia ponemos los datos (en negro) y la rellenamos (en azul)

	E	$\overline{E}$	**Total**
O	0.33	0.27	0.6
P	0.32	0.08	0.4
Total	0.65	0.35	1

$$P(O \cap E) = 0.33$$

$$P(O \mid E) = \frac{0.33}{0.65} = 0.5077$$

Ejercicio 177 (2 *puntos*)

a) *(1 punto) Calcule $P(A \mid B)$ si $B \subset A$. Luego, si $P(C) = 0.5$ y $P(D) = 0.6$, explique si C y D pueden ser incompatibles.*

Por último, obtenga $P(E \cup F)$ y $P(E \cap \overline{F})$ si E y F son independientes y además $P(E) = 0.3$ y $P(F) = 0.2$.

b) *(1 punto) Se tira un dado siete veces. Calcule la probabilidad de que salgan exactamente dos seises.*

(Galicia - Matemáticas II - Julio 2023)

Solución.

a)
- $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \overset{B \subseteq A}{=} \dfrac{P(B)}{P(B)} = 1$
- C y B incompatibles $\Longrightarrow P(C \cap D) = 0$

  $P(C \cup B) = P(C) + P(D) - \cancelto{0}{P(C \cap D)} = 0.5 + 0.6 = 1.1 > 1$, por lo que C y D no pueden ser incompatibles.
- $\left.\begin{array}{c} E \text{ y } F \\ \text{Independientes} \end{array}\right\} \Longrightarrow P(E \cap F) = P(E) \cdot P(F) = 0.3 \cdot 0.2 = 0.06$

  $P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F) = 0.3 + 0.2 - 0.06 \Longrightarrow \boxed{P(E \cup F) = 0.44}$

  $P(E \cap \overline{F}) = P(E) - P(E \cap F) = 0.3 - 0.06 \Longrightarrow \boxed{P(E \cap \overline{F}) = 0.24}$

b) $X \equiv$ "Nº de seises en las tiradas" $\longrightarrow X : \mathcal{B}(7, 1/6)$

$P(X = 2) = \binom{7}{2} \cdot \left(\dfrac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{5}{6}\right)^5 = 0.2344$

Ejercicio 178 (2 *puntos*)

Sabiendo que $P(A) = \dfrac{1}{3}$ *y* $P(B) = \dfrac{1}{2}$.

a) *(1 punto) Suponiendo que* A *y* B *son sucesos, independientes, calcule* $P(A \cup B)$ *y* $P\Big(\overline{A} \mid (\overline{A} \cup \overline{B})\Big)$

b) *(1 punto) Suponiendo que* A *y* B *son sucesos, incompatibles, calcule* $P(A \cup B)$ *y* $P\Big(\overline{A} \mid (\overline{A} \cup \overline{B})\Big)$

(Galicia - Matemáticas II - Junio 2024 - Bloque Probabilidad y Estadística)

Solución.

a) A y B independientes $\implies P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{6}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P\Big(\overline{A} \mid (\overline{A} \cup \overline{B})\Big) = \frac{P\Big(\overline{A} \cap (\overline{A} \cup \overline{B})\Big)}{P(\overline{A} \cup \overline{B})} = \frac{P(\overline{A})}{P(\overline{A \cap B})} = \frac{1 - P(A)}{1 - P(A \cap B)} = \frac{1 - {}^1\!/\!_3}{1 - {}^1\!/\!_6} = \frac{4}{5}$$

b) A y B incompatibles $\implies P(A \cap B) = 0$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 0 = \frac{5}{6}$$

$$P\Big(\overline{A} \mid (\overline{A} \cup \overline{B})\Big) = \frac{P\Big(\overline{A} \cap (\overline{A} \cup \overline{B})\Big)}{P(\overline{A} \cup \overline{B})} = \frac{P(\overline{A})}{P(\overline{A \cap B})} = \frac{1 - P(A)}{1 - P(A \cap B)} = \frac{1 - {}^1\!/\!_3}{1 - 0} = \frac{2}{3}$$

Ejercicio 179 (2.5 *puntos*)

En los últimos años, hay una tendencia que sigue en aumento: emplear calzado deportivo no únicamente para realizar actividad física, sino como calzado de uso diario. Los motivos principales son su versatilidad y comodidad, ya que pueden combinarse con casi cualquier atuendo al mismo tiempo que permiten realizar movimientos naturales.
Antón es un apasionado de este tipo de calzado, del que tiene 60 pares, guardando cada par en su correspondiente caja. El 80 % son zapatillas tradicionales y el 20 % zapatillas de diseño. Entre las zapatillas de diseño, el 75 % están en buen estado, pero solo el 50 % de las zapatillas tradicionales están en buen estado. Un día que se levantó con el tiempo justo, para no llegar tarde al trabajo, cogió al azar una caja y se calzó las zapatillas de esa caja.

a) *¿Cuál es la probabilidad de que Antón vaya calzado con zapatillas tradicionales o zapatillas en buen estado?*

b) *Al salir del trabajo, Antón decide ir al cine con dos amigos. Antón no quiere llevar calzadas zapatillas que no estén en buen estado ni zapatillas tradicionales, ¿cuál sería la probabilidad de que no tenga que pasar por su casa a cambiar las zapatillas?*

c) *Antón tiene 8 pares de zapatillas tradicionales de color blanco. Sabiendo que al escoger al azar una caja de sus zapatillas los sucesos “ser blancas” y “ser de diseño” son sucesos independientes, ¿cuántos pares de zapatillas blancas de diseño tiene Antón?*

(Galicia - Matemáticas II - Julio 2025 - Opción Unica - Extraordianrio)

Solución.

$T \equiv$ “Las zapatillas son tradicionales” $\quad D \equiv$ “Las zapatillas son de diseño”

$B \equiv$ “Las zapatillas están en buen estado” $\quad W \equiv$ “Las zapatillas son blancas”

Rellenamos en la tabla el número de zapatillas de cada tipo. Así: $T = 0.8 \cdot 60 = 48 \Rightarrow D = 60 - T = 60 - 48 = 12 \Rightarrow T \cap B = 0.5 \cdot 48 = 24 \Rightarrow D \cap B = 0.75 \cdot 12 = 9$

	B	$\overline{B}$	**Total**
T	24	24	48
D	9	3	12
Total	33	27	60

a) $$P(T \cup B) = P(T) + P(B) - P(T \cap B) = \frac{48 + 33 - 24}{60} = 0.95$$

b) $$P(B \cap D) = \frac{9}{60} = 0.15$$

c) $$P(D \cap W) \underset{Indep.}{\overset{D \text{ y } W}{=}} P(D) \cdot P(W) = \frac{12}{60} \cdot P(W) = 0.2 \cdot P(W)$$

$$P(W) = P(D \cap W) + P(T \cap W) = 0.2 \cdot P(W) + \frac{8}{60} \implies P(W) = \frac{1}{6}$$

$$P(D \cap W) = 0.2 \cdot P(W) = 0.2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{30} \xrightarrow[\text{pares}]{\times 60} \boxed{\text{2 blancas de diseño}}$$

Comunidad de Madrid

Ejercicio 180

Dados dos sucesos, A y B, de un experimento aleatorio, con probabilidades:

$$P(A) = \frac{4}{9} \quad \& \quad P(B) = \frac{1}{2} \quad \& \quad P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

a) Comprobar si los sucesos A y B son independientes o no.

b) Calcular $P(\overline{A} \mid B)$, donde $\overline{A}$ denota el suceso complementario de A.

(Madrid - Matemáticas II - Septiembre 2017 - Opción A)

Solución.

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \dfrac{4}{9} + \dfrac{1}{2} - \dfrac{2}{3} = \dfrac{5}{18}$

$P(A) \cdot P(B) = \dfrac{4}{9} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{4}{18}$

Como $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \implies$ los sucesos A y B no son independientes

b) $P\left(\overline{A} \mid B\right) = \dfrac{P\left(\overline{A} \cap B\right)}{P(B)} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{\frac{1}{2} - \frac{5}{18}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{4}{9}$

Ejercicio 181

En una bolsa hay 10 caramelos de fresa, 15 de menta y 5 de limón. Se extraen sucesivamente de la bolsa dos caramelos. Se pide:

a) Determinar la probabilidad de que el segundo de ellos sea de fresa.

b) Determinar la probabilidad de que los dos sean de fresa.

c) Sabiendo que el segundo ha sido de fresa, calcular la probabilidad de que lo haya sido también el primero.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2018 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$F_i \equiv \text{"El caramelo extraido la vez } i \text{ es de fresa"}$$
$$M_i \equiv \text{"El caramelo extraido la vez } i \text{ es de menta"}$$
$$L_i \equiv \text{"El caramelo extraido la vez } i \text{ es de limón"}$$

a) $P(F_2) = P(F_1 \cap F_2) + P(M_1 \cap F_2) + P(L_1 \cap F_2) = \dfrac{10}{30} \cdot \dfrac{9}{29} + \dfrac{15}{30} \cdot \dfrac{10}{29} + \dfrac{5}{30} \cdot \dfrac{10}{29} = \dfrac{1}{3}$

b) $P(F_1 \cap F_2) = \dfrac{10}{30} \cdot \dfrac{9}{29} = \dfrac{3}{29}$

c) $P(F_1 \mid F_2) = \dfrac{P(F_1 \cap F_2)}{P(F_2)} = \dfrac{3/29}{1/3} = \dfrac{9}{29}$

Ejercicio 182

Sean A y B dos sucesos independientes de un experimento aleatorio, cuyas probabilidades son $P(A) = 0.6$ y $P(B) = 0.2$. Calcule las siguientes probabilidades:

a) $P(A \cup B)$

b) $P(\overline{A} \cup \overline{B})$

c) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$

d) $P(\overline{A} \cap B)$

e) $P(\overline{A} \mid B)$

Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario de S.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2018 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

$$P(A) = 0.6 \quad \& \quad P(B) = 0.2 \quad \& \quad P(A \cap B) \overset{\text{A, B indep.}}{=} P(A) \cdot P(B) = 0.6 \cdot 0.2 = 0.12$$

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.2 - 0.12 = 0.68$

b) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.12 = 0.88$

c) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.68 = 0.32$

d) $P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0.2 - 0.12 = 0.08$

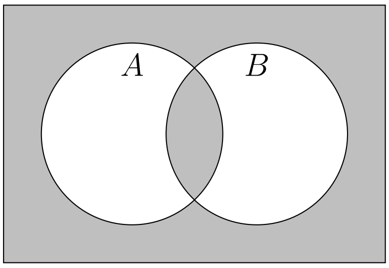
e) $P(\overline{A} \mid B) = \dfrac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.2 - 0.12}{0.2} = 0.4$

Ejercicio 183

> *Dados dos sucesos aleatorios A y B, con probabilidades respectivas $P(A) = 0.4$ y $P(B) = 0.5$, se denota por $\overline{A}$ y $\overline{B}$ a los sucesos complementarios de A y B. Se pide:*
>
> *a) Suponiendo que A y B son independientes, calcular $P\Big((A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})\Big)$.*
>
> *b) Suponiendo que A y B son incompatibles, hallar $P\Big((A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})\Big)$.*
>
> *c) Si $P(A \cup B) = 0.9$, ¿son A y B independientes?*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Junio 2019 - Opción A - Coincidentes)*

Solución.

a) Si A y B son independientes $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$



$$\begin{aligned}
&P\Big((A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})\Big) \\
&= P\Big((A \cap B) \cup (\overline{A \cup B})\Big) \\
&= P(A \cap B) + P(\overline{A \cup B}) - \cancelto{0}{P(A \cap B) \cap (\overline{A \cup B})} \\
&= P(A \cap B) + 1 - P(A \cup B) \\
&= P(A \cap B) + 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] \\
&= 1 + 2P(A \cap B) - P(A) - P(B) \\
&= 1 + 2P(A) \cdot P(B) - P(A) - P(B) \\
&= 1 + 2 \cdot 0.4 \cdot 0.5 - 0.4 - 0.5 = 0.5
\end{aligned}$$

b) Si A y B son incompatibles $P(A \cap B) = 0 \implies P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

$$\begin{aligned}
P\Big((A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})\Big) &= P\Big((A \cap B) \cup (\overline{A \cup B})\Big) \\
&= \cancelto{0}{P(A \cap B)} + P(\overline{A \cup B}) - \cancelto{0}{P(A \cap B) \cap (\overline{A \cup B})} \\
&= 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B)) \\
&= 1 - (0.4 + 0.5) = 0.1
\end{aligned}$$

c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$\implies P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.4 + 0.5 - 0.9 = 0$
$P(A \cap B) = 0 \neq P(A) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.5 = 0.2 \implies A$ y B no son sucesos independientes.

Ejercicio 184

Dados dos sucesos A y B, se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(A \cup B) = 0.55 \quad \& \quad P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.90 \quad \& \quad P(B \mid A) = 0.25$$

Se pide:

a) Calcular $P(A \cap B)$, $P(A)$, $P(B)$ y $P(B \mid \overline{A})$.

b) Deducir de manera razonada si los sucesos A y B son independientes

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2020 - Opción A)

Solución.

a) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 0.90 \implies P(A \cap B) = 1 - 0.90 = 0.1$

$$P(B \mid A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0.1}{P(A)} = 0.25 \implies P(A) = \frac{0.1}{0.25} = 0.4$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.4 + P(B) - 0.1 = 0.55 \Rightarrow P(B) = 0.25$$

$$P(B \mid \overline{A}) = \frac{P(B \cap \overline{A})}{\overline{A}} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0.25 - 0.1}{1 - 0.4} = 0.25$$

b) $$\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.1 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.25 = 0.1 \end{array}\right\} \implies \text{Los sucesos son independientes}$$

Ejercicio 185

Un arquero aficionado dispone de 4 flechas y dispara a un globo colocado en el centro de una diana. La probabilidad de alcanzar el blanco en el primer tiro es del 30 %. En los lanzamientos sucesivos la puntería se va afinando de manera que en el segundo es del 40 %, en el tercero del 50 % y en el cuarto del 60 %. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que el globo haya explotado sin necesidad de hacer el cuarto disparo.

b) Calcular la probabilidad de que el globo siga intacto tras el cuarto disparo.globos al primer disparo.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2020 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos: $D_i \equiv$ El arquero hace diana en el disparo i

a) $P(D_1) + P(\overline{D_1} \cap D_2) + P(\overline{D_1} \cap \overline{D_2} \cap D_3) = 0.3 + 0.7 \cdot 0.4 + 0.7 \cdot 0.6 \cdot 0.5 = 0.79$

b) $P(\overline{D_1} \cap \overline{D_2} \cap \overline{D_3} \cap \overline{D_4}) = 0.7 \cdot 0.6 \cdot 0.5 \cdot 0.4 = 0.084$

Ejercicio 186

Se consideran dos sucesos A y B tales que:

$$P(A) = 0.5 \quad \& \quad P(B) = 0.25 \quad \& \quad P(A \cap B) = 0.125$$

Responder de manera razonada o calcular lo que se pide en los siguientes casos:

a) Sea C otro suceso, incompatible con A y con B. ¿Son compatibles los sucesos C y $A \cup B$?

b) ¿Son A y B independientes?

c) Calcular la probabilidad $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$ (donde $\overline{A}$ denota el suceso complementario al suceso A).

d) Calcular $P(\overline{B} \mid A)$.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2020 - Opción B)

Solución.

a) C es incompatible con A y con $B \implies P(A \cap C) = 0 \quad \& \quad P(B \cap C) = 0$
$P(C \cap (A \cup B)) = P((C \cap A) \cup (C \cap B)) = P(\varnothing) = 0 \implies$ incompatibles

b) $\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.125 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.5 \cdot 0.25 = 0.125 \end{array}\right\} \implies A$ y B son independientes

c) $$\begin{aligned} P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) &= P\left(\overline{A \cup B}\right) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] \\ &= 1 - (0.5 + 0.25 - 0.125) = 0.375 \end{aligned}$$

d) $$P(\overline{B} \mid A) = \frac{P(\overline{B} \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.5 - 0.125}{0.5} = 0.75$$

Ejercicio 187

De una bolsa con 20 fichas numeradas del 1 al 20 se extraen sucesivamente 2 fichas sin reemplazamiento. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que ambos números sean múltiplos de 3.

b) Calcular la probabilidad de que el primer número sea múltiplo de 6 y el segundo múltiplo de 3.

c) Calcualr la probabilidad de que ninguno de los dos números sea múltiplo de 2.

d) Calcular la probabilidad de que la segunda ficha sea un número impar, sabiendo que la primera también lo ha sido.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2020 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$\begin{aligned} 2_i &\equiv \text{"La extracción } i \text{ es múltiplo de 2"} \\ 3_i &\equiv \text{"La extracción } i \text{ es múltiplo de 3"} \\ 6_i &\equiv \text{"La extracción } i \text{ es múltiplo de 6"} \\ I_i &\equiv \text{"La extracción } i \text{ es impar"} \end{aligned}$$

a) Entre el 1 y el 20 tenemos 6 números múltiplos de 3 $\longrightarrow \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$.

$P(3_1 \cap 3_2) = \dfrac{6}{20} \cdot \dfrac{5}{19} = \dfrac{3}{38}$

b) Entre el 1 y 20 hay 3 múltiplos de 6 $\longrightarrow \{6, 12, 18\}$. Hay que tener en cuenta que, como los múltiplos de 6 también lo son de 3, al extraer un múltiplo de 6 quedará un múltiplo de 3 menos.

$P(6_1 \cap 3_2) = \dfrac{3}{20} \cdot \dfrac{5}{19} = \dfrac{3}{76}$

c) Entre el 1 y el 20 tenemos 10 múltiplos de 2 $\longrightarrow \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

$P(\overline{2}_1 \cap \overline{2}_2) = \dfrac{10}{20} \cdot \dfrac{9}{19} = \dfrac{9}{38}$

d) $P(I_2 \mid I_1) = \dfrac{P(I_1 \cap I_2)}{P(I_1)} = \dfrac{{}^{10}\!/_{20} \cdot {}^{9}\!/_{19}}{{}^{10}\!/_{20}} = \dfrac{9}{19}$

Ejercicio 188

En un experimento aleatorio hay dos sucesos independientes X, Y. Sabemos que $P(X) = 0.4$ y que $P(X \cap \overline{Y}) = 0.08$ (donde $\overline{Y}$ es el suceso complementario de Y). Se pide:

a) Calcular $P(Y)$.

b) Calcular $P(X \cup Y)$. de haber tenido éxito al menos 2 veces.

(Madrid - Matemáticas II - Septiembre 2020 - Opción B)

Solución.

Teniendo en cuenta que los sucesos X e Y son independientes tenemos:

$$P(X \cap Y) = P(X) \cdot P(Y) \quad \& \quad P(X) = 0.4 \quad \& \quad P(X \cap \overline{Y}) = 0.08$$

a) $P(X \cap \overline{Y}) = P(X) - P(X \cap Y) = P(X) - P(X) \cdot P(Y) = 0.4 - 0.4 \cdot P(Y) = 0.08 \Longrightarrow P(Y) = 0.8$

b) $P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y) = 0.4 + 0.8 - 0.4 \cdot 0.8 \Longrightarrow P(X \cup Y) = 0.88$

Ejercicio 189

Una estación de medición de calidad del aire mide niveles de NO_2 y de particulas en suspensión. La probabilidad de que en un día se mida un nivel de NO_2 superior al permitido es 0.16. En los días en los que se supera el nivel permitido de NO_2, la probabilidad de que se supere el nivel permitido de partículas es de 0.33. En los días en los que no se supera el nivel de NO_2, la probabilidad de que se supere el nivel de partículas es 0.08.

a) ¿Cuál es la probabilidadd de que en un día se superen los dos niveles permitidos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se supere al menos uno de los dos?

c) ¿Son independientes los sucesos "en un día se supera el nivel permitido de NO_2" y "en un día se supera el nivel permitido de partículas"?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que es un día se supere el nivel permitido de NO_2, sabiendo que no se ha superado el nivel permitido de partículas?

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2021 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$N \equiv \text{"en un día se supera el nievel perimitdo de } NO_2\text{"}$$
$$P \equiv \text{"en un día se supera el nivel permitido de partículas"}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(N) = 0.16 \qquad \& \qquad P(P \mid N) = 0.33 \qquad \& \qquad P(P \mid \overline{N}) = 0.08$$

a) $P(P \mid N) = \dfrac{P(P \cap N)}{P(N)} = \dfrac{P(P \cap N)}{0.16} = 0.33 \implies P(P \cap N) = 0.0528$

b) $P(P \mid \overline{N}) = \dfrac{P(P \cap \overline{N})}{P(\overline{N})} = \dfrac{P(P) - P(P \cap N)}{1 - P(N)} = \dfrac{P(P) - 0.0528}{1 - 0.16} = 0.08$

$\implies P(P) = 0.12$

$P(N \cup P) = P(N) + P(P) - P(N \cap P) = 0.16 + 0.12 - 0.0528 = 0.2272$

c) $\left.\begin{array}{l} P(N \cap P) = 0.0528 \\ P(N) \cdot P(P) = 0.16 \cdot 0.12 = 0.0192 \end{array}\right\} \implies \left|\begin{array}{c} P(P \cap N) \neq P(P) \cdot P(N) \\ N \text{ y } P \text{ no son independientes} \end{array}\right.$

d) $P(N \mid \overline{P}) = \dfrac{P(N \cap \overline{P})}{P(\overline{P})} = \dfrac{P(N) - P(N \cap \overline{P})}{1 - P(P)} = \dfrac{0.16 - 0.0528}{1 - 0.12} = 0.1218$

Ejercicio 190

Dos características genéticas A y B aparecen en una especie animal con probabilidades respectivas de 0.2 y 0.3. Sabiendo que la aparición de una de ellas es independiente de la aparición de la otra, se pide calcular:

a) La probabilidad de que un individuo elegido al azar presente ambas características.

b) La probabilidad de que no presente ninguna de ellas.

c) La probabilidad de que presente solamente una de ellas.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2022 - Opción B)

Solución.

a) $P(A \cap B) \underset{indep.}{\overset{A\ y\ B}{=}} P(A) \cdot P(B) = 0.2 \cdot 0.3 = 0.06$

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \left[P(A) + P(B) - P(A \cap B)\right]$

$= 1 - (0.2 + 0.3 - 0.06) = 0.56$

Otra opción: $P(\overline{A} \cap \overline{B}) \underset{indep.}{\overset{A\ y\ B}{=}} P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = 0.8 \cdot 0.7 = 0.56$

c) $P\Big((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)\Big) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - 2 \cdot P(A \cap B) = 0.2 + 0.3 - 2 \cdot 0.06 = 0.38$

Otra opción: $P\Big((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)\Big) = P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap B)$

$\underset{indep.}{\overset{A\ y\ B}{=}} 0.2 \cdot 0.7 + 0.8 \cdot 0.3 = 0.38$

Ejercicio 191

En una tienda se hace un estudio sobre la venta de dos productos A y B a lo largo de un mes. La probabilidad de que un cliente compre el producto A es de un 62 % y la de que compre el producto B es de un 40 %. Se observa, además, que el 12 % de los clientes compran al mismo tiempo el producto A y el producto B. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que un cliente haya comprado el producto A sabiendo que no ha adquirido el producto B.

b) Calcular la probabilidad de que un cliente no compre ni el producto A ni el producto B.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2022 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“El cliente compra el producto } A\text{”}$$
$$B \equiv \text{“El cliente compra el producto } B\text{”}$$

Del enunciado tenemos que:

$$P(A) = 0.62 \qquad \& \qquad P(B) = 0.4 \qquad \& \qquad P(A \cap B) = 0.12$$

a) $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \dfrac{0.62 - 0.12}{1 - 0.4} = 0.8333$

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \left[P(A) + P(B) - P(A \cap B)\right]$

$= 1 - (0.62 + 0.4 - 0.12) = 0.1$

Ejercicio 192

El 60 % de los habitantes de una ciudad utiliza para trabajar un móvil, el 30 % utiliza un ordenador portátil y el 25 % no usa ninguno de los dos dispositivos.

a) Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar utilice ambos dispositivos para trabajar.

b) En esa ciudad, ¿es independiente el uso del móvil y del ordenador portátil para trabajar?

c) Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar utilice exclusivamente el ordenador portátil para trabajar.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2022 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean los sucesos:

$$M \equiv \text{“El individuo trabaja con el móvil”}$$
$$O \equiv \text{“El individuo trabaja con el ordenador”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(M) = 0.6 \qquad \& \qquad P(O) = 0.3 \qquad \& \qquad P(\overline{M} \cap \overline{O}) = 0.25$$

a) $P(\overline{M} \cap \overline{O}) = P(\overline{M \cup O}) = 1 - P(M \cup O) = 0.25 \implies P(M \cup O) = 0.75$

$P(M \cap O) = P(M) + P(O) - P(M \cup O) = 0.6 + 0.3 - 0.75 = 0.15$

b)
- $P(M \cap O) = 0.15$
- $P(M) \cdot P(O) = 0.6 \cdot 0.3 = 0.18$

$$\implies \left\{ \begin{array}{c} P(M \cap O) \neq P(M) \cdot P(O) \\ M \text{ y } O \text{ no son independientes} \end{array} \right.$$

c) $P(\overline{M} \cap O) = P(O) - P(M \cap O) = 0.3 - 0.15 = 0.15$

Ejercicio 193

Sabiendo que

$$P(A \mid B) = \frac{1}{3} \quad \& \quad P(B \mid A) = \frac{1}{14} \quad \& \quad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{7}{15}$$

se pide:

a) Probar razonadamente que $P(A \cap B) = \dfrac{1}{30}$.

b) Calcular $P(A)$ *y* $P(B)$.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2022 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{1}{3} \implies P(B) = 3P(A \cap B)$

$P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{1}{14} \implies P(A) = 14P(A \cap B)$

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \dfrac{7}{15} \implies P(A \cup B) = \dfrac{8}{15}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \dfrac{8}{15} = 14P(A \cap B) + 3P(A \cap B) - P(A \cap B)$

$\implies \dfrac{8}{15} = 16P(A \cap B) \implies P(A \cap B) = \dfrac{1}{30}$ q.e.d.

b) $P(A) = 14P(A \cap B) = 14 \cdot \dfrac{1}{30} = \dfrac{7}{15}$

$P(B) = 3P(A \cap B) = 3 \cdot \dfrac{1}{30} = \dfrac{1}{10}$

Ejercicio 194 (2.5 *puntos*)

Se tiene un suceso A de probabilidad $P(A) = 0.3$.

a) (0.75 puntos) Un suceso B de probabilidad $P(B) = 0.5$ es independiente de A. Calcule $P(A \cup B)$.

b) (0.75 puntos) Otro suceso C cumple $P(C \mid A) = 0.5$. Determine $P(A \cap \overline{C})$.

c) (1 punto) Si se tiene un suceso D tal que $P(\overline{A} \mid D) = 0.2$ y $P(D \mid A) = 0.5$, calcule $P(D)$.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2023 - Opción A)

Solución.

a) $P(B) = 0.5 \quad \& \quad A \text{ y } B \text{ indep.} \implies P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.3 \cdot 0.5 = 0.15$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.3 + 0.5 - 0.15 \implies \boxed{P(A \cup B) = 0.65}$$

b) $$P(C \mid A) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} \implies 0.5 = \frac{P(A \cap C)}{0.3} \implies P(A \cap C) = 0.15$$

$$P(A \cap \overline{C}) = P(A) - P(A \cap C) = 0.3 - 0.15 \implies \boxed{P(A \cap \overline{C}) = 0.15}$$

c) $$P(D \mid A) = \frac{P(A \cap D)}{P(A)} \implies 0.5 = \frac{P(A \cap D)}{0.3} \implies P(A \cap D) = 0.15$$

$$P(\overline{A} \mid D) = \frac{P(D \cap \overline{A})}{P(D)} = \frac{P(D) - P(A \cap D)}{P(D)} \implies 0.2 = \frac{P(D) - 0.15}{P(D)}$$

$$\implies 0.2 \cdot P(D) = P(D) - 0.15 \implies 0.15 = 0.8 \cdot P(D) \implies \boxed{P(D) = 0.1875}$$

Ejercicio 195 (2.5 *puntos*)

Sabiendo que $P(A) = 0.5 \quad \& \quad P(A \mid B) = 0.625 \quad \& \quad P(A \cup B) = 0.65$, *se pide calcular:*

a) (1.5 puntos) $P(B) \quad \& \quad P(A \cap B)$.

b) (1 punto) $P(A \mid A \cup B) \quad \& \quad P(A \cap B \mid A \cup B)$.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2023 - Opción A)

Solución.

a) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.625 \implies P(A \cap B) = 0.625 \cdot P(B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \implies 0.65 = 0.5 + P(B) - 0.625 \cdot P(B)$

$\implies 0.15 = 0.375 \cdot P(B) \implies \boxed{P(B) = 0.4} \xrightarrow{P(A\cap B)=0.625\cdot P(B)} \boxed{P(A \cap B) = 0.25}$

b) $P(A \mid A \cup B) = \dfrac{P\Big(A \cap (A \cup B)\Big)}{P(A \cup B)} = \dfrac{P(A)}{P(A \cup B)} = \dfrac{0.5}{0.65} = 0.7692$

$P(A \cap B \mid A \cup B) = \dfrac{P\Big((A \cap B) \cap (A \cup B)\Big)}{P(A \cup B)} = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A \cup B)} = \dfrac{0.25}{0.65} = 0.3846$

Ejercicio 196 (2.5 *puntos*)

Se tiene un dado de nueve caras numeradas con los números del 2 *al* 10*, cada uno con igual probabilidad de salir al lanzar el dado.*

a) (0.5 puntos) Si se lanza una vez el dado, calcule la probabilidad del suceso "el resultado es un número primo" .

b) (1 punto) Se lanza el dado dos veces consecutivas y se suman los resultados. Calcule la probabilidad de que la suma sea par.

c) (1 punto) Se lanza el dado dos veces consecutivas y la suma de los dos resultados es impar. Calcule la probabilidad de que el resultado del primer lanzamiento haya sido primo.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2023 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

a) Los primos comprendidos entre el 2 y el 10 son $\{2, 3, 5, 7\}$

$$P(\text{“el lanzamiento es primo”}) = \frac{4}{9} = 0.4444$$

b) Sean los sucesos: $P_i \equiv$ "El dado i es par"
$I_i \equiv$ "El dado i es impar"

$$P(\text{“La suma es par”}) = P\Big((P_1 \cap P_2) \cup (I_1 \cap I_2)\Big) = P(P_1 \cap P_2) + P(I_1 \cap I_2)$$
$$= P(P_1) \cdot P(P_2) + P(I_1) \cdot P(I_2) = \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{9} + \frac{4}{9} \cdot \frac{4}{9} = \frac{41}{81} = 0.5062$$

c) Para la resolución de este apartado hay que tener en cuenta que para que la suma sea un número impar, uno de los números es par y el otro impar, lo que deja dos opciones:

- El primero es 2 y el segundo un impar
- El primero es $\{3, 5, 7\}$ y el segundo un par

$$P(\text{Primo}_1 \mid \text{Suma impar}) \frac{P\Big(\text{Primo}_1 \cap \text{Suma impar}\Big)}{P(\text{Suma impar})} = \frac{P\Big((2 \cap I_2) \cup (\{3, 5, 7\} \cap P_2)\Big)}{1 - P(\text{Suma par})}$$
$$= \frac{\frac{1}{9} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{9} \cdot \frac{5}{9}}{1 - \frac{41}{81}} = \frac{19}{40} = 0.475$$

Ejercicio 197 (2.5 *puntos*)

La selección española competirá en la Copa Mundial Femenina de Fútbol 2023. En los dos primeros partidos de la fase de grupos, que consta de tres partidos, la probabilidad de ganar cada uno de ellos es del 80 %. Sin embargo, debido al aumento en la moral de las jugadoras, si ganan los dos primeros partidos la probabilidad de ganar el tercero asciende al 90 %. En caso contrario, la probabilidad de ganar el tercer partido se mantendrá en el 80 %. Se pide:

a) (0.5 puntos) Determinar la probabilidad de que la selección española no gane ningún partido durante la fase de grupos.

b) (1 punto) Calcular la probabilidad de que la selección gane el tercer partido de la fase de grupos.

c) (1 punto) Si sabemos que la selección ha ganado el tercer partido, determinar la probabilidad de que no haya ganado alguno de los dos encuentros anteriores.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2024 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos: $G_i \equiv$ "El equipo gana el partido i"
$D \equiv$ "El equipo gana los dos primeros partidos" Del enunciado tenemos:

$$P(G_1) = 0.8 \quad \& \quad P(G_2) = 0.8 \quad \& \quad P(G_3 \mid D) = 0.9 \quad \& \quad P(G_3 \mid \overline{D}) = 0.8$$

a) $P(\overline{G_1} \cap \overline{G_2} \cap \overline{G_3}) = P(\overline{G_1}) \cdot P(\overline{G_2}) \cdot P(\overline{G_3}) = 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.2 = 0.008$

b) $P(D) = P(G_1 \cap G_2) = P(G_1) \cdot P(G_2) = 0.8 \cdot 0.8 = 0.64$

$$P(G_3) = P\Big((D \cap G_3) \cup (\overline{D} \cap G_3)\Big) = P(D \cap G_3) + P(\overline{D} \cap G_3)$$
$$= P(D) \cdot P(G_3 \mid D) + P(\overline{D}) \cdot P(G_3 \mid \overline{D}) = 0.64 \cdot 0.9 + (1 - 0.64) \cdot 0.8 = 0.864$$

c) Que no gane alguno de los dos primeros partidos $\equiv \overline{G_1} \cup \overline{G_2} = \overline{G_1 \cap G_2} = \overline{D}$

$$P(\overline{D} \mid G_3) = \frac{P(\overline{D} \cap G_3)}{P(G_3)} = \frac{P(\overline{D}) \cdot P(G_3 \mid \overline{D})}{P(G_3)} = \frac{(1 - 0.64) \cdot 0.8}{0.864} = \frac{1}{3} \simeq 0.3333$$

Ejercicio 198 (2.5 *puntos*)

En un espacio muestral se tienen dos sucesos incompatibles, A_1 de probabilidad 0.5 y A_2 de probabilidad 0.3 y se considera $A_3 = \overline{A_1 \cup A_2}$. De cierto suceso B de probabilidad 0.4 se sabe que es independiente de A_1 y que la probabilidad del suceso $A_3 \cap B$ es 0.1. Con estos datos se pide:

a) (1 punto) Calcular la probabilidad de A_3.

b) (1.5 puntos) Decidir si B y A_2 son independientes.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2024 - Opción B)

Solución.

Del enunciado tenemos:

$$P(A_1) = 0.5 \qquad P(A_2) = 0.3 \qquad P(A_1 \cap A_2) \underset{Incomp.}{\overset{A_1 \text{ y } A_2}{=}} 0$$

$$P(B) = 0.4 \qquad P(A_3 \cap B) = 0.1 \qquad P(A_1 \cap B) \underset{Indep.}{\overset{A_1 \text{ y } B}{=}} P(A_1) \cdot P(B)$$

a) $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - \cancelto{0}{P(A_1 \cap A_2)} = 0.5 + 0.3 = 0.8$

$P(A_3) = P(\overline{A_1 \cup A_2}) = 1 - 0.8 \implies \boxed{P(A_3) = 0.2}$

b) Como los sucesos A_1, A_2 y A_3 son una partición disjunta del espacio muestral (sucesos incompatibles entre sí cuya suma es el total del espacio muestral), se cumple que:

$$P(B) = P\Big(B \cap (A_1 \cup A_2 \cup A_3)\Big) = P\Big((B \cap A_1) \cup (B \cap A_2) \cup (B \cap A_3)\Big) \underset{disjuntos}{\overset{\text{Sucesos}}{=}}$$

$$= P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) + P(B \cap A_3) = P(B) \cdot P(A_1) + P(B \cap A_2) + P(B \cap A_3)$$

$$\implies 0.4 = 0.4 \cdot 0.5 + P(B \cap A_2) + 0.1 \implies P(B \cap A_2) = 0.1$$

$P(A_2) \cdot P(B) = 0.3 \cdot 0.4 = 0.12$

Como $P(B \cap A_2) \neq P(A_2) \cdot P(B) \implies$ los sucesos A_2 y B no son independientes.

Ejercicio 199 (2.5 *puntos*)

Sabiendo que

$$P(\overline{A}) = \frac{11}{20} \quad \& \quad P(A \mid B) - P(B \mid A) = \frac{1}{24} \quad \& \quad P(A \cap \overline{B}) = \frac{3}{10}$$

se pide:

a) *(1.5 puntos) Calcular $P(A \cap B)$ y $P(B)$.*

b) *(1 punto) Calcular $P(C)$, siendo C otro suceso del espacio muestral independiente de A y que veriffica $P(A \cup C) = \dfrac{14}{25}$.*

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2024 - Opción A)

Solución.

a) $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = \dfrac{11}{20} \implies P(A) = \dfrac{9}{20}$

$$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{9}{20} - P(A \cap B) = \frac{3}{10} \implies \boxed{P(A \cap B) = \frac{3}{20}}$$

$$P(A \mid B) - P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{3/20}{P(B)} - \frac{3/20}{9/20} = \frac{1}{24}$$

$$\implies \boxed{P(B) = \frac{2}{5}}$$

b) A y C independientes $\implies P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C) = \dfrac{9}{20} P(C)$

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C) \implies \frac{14}{25} = \frac{9}{20} + P(C) - \frac{9}{20} P(C)$$

$$\implies \boxed{P(C) = \frac{1}{5}}$$

Ejercicio 200 (2.5 *puntos*)

Tenemos dos dados, no trucados de seis caras, uno azul y otro rojo.

Las caras están numeradas del uno al seis. En un determinado juego lanzamos los dos dados. Para calcular la puntuación obtenida, se sigue el siguiente procedimiento: si el número obtenido en el dado azul es par, se le suma el doble del número obtenido en el dado rojo; si el número obtenido en el dado azul es impar, se le suma el número obtenido en el dado rojo. Se pide:

a) *(1 punto) Calcular la probabilidad de obtener una puntuación de* 10*. Calcular la probabilidad de obtener una puntuación impar.*

b) *(1.5 puntos) Calcular la probabilidad de haber obtenido un número par en el dado azul, sabiendo que la puntuación final ha sido* 8*. Calcular la probabilidad de haber obtenido un número impar en el dado rojo, sabiendo que la puntuación final ha sido un número par.*

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2024 - Opción B)

Solución.

Para resolver este ejercicio vamos a construir una tabla con las puntuaciones obtenidas en los lanzamientos, de acuerdo a las reglas del juego del enunciado:

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	4	6	8	10	12	14
3	4	5	6	7	8	9
4	6	8	10	12	14	16
5	6	7	8	9	10	11
6	8	10	12	14	16	18

a) $P(\text{“Obtener Diez”}) = \dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9}$

$P(\text{“Puntuación impar”}) = \dfrac{9}{36} = \dfrac{1}{4}$

b) $P(A_{par} \mid \text{“Ocho”}) = \dfrac{P(A_{par} \cap \text{“Ocho”})}{P(\text{“Ocho”})} = \dfrac{3/36}{5/36} = \dfrac{3}{5}$

$P(R_{impar} \mid \text{“Punt. par”}) = \dfrac{P(R_{impar} \cap \text{“Punt. par”})}{P(\text{“Puntuación par”})} = \dfrac{18/36}{27/36} = \dfrac{2}{3}$

Ejercicio 201 (2.5 *puntos*)

En un espacio muestral se tienen dos sucesos incompatibles, A_1 y A_2, de igual probabilidad 0.4 y se considera $A_3 = \overline{A_1 \cup A_2}$ (por tanto, la probabilidad de A_3 es 0.2). De cierto suceso B se sabe que $P(B \mid A_1) = P(B \mid A_2)$ y $P(B \mid A_3) = 2P(B \mid A_1)$. Y de un suceso C independiente de A_1 se sabe que $P(C \mid A_2) = 0.3$ y $P(C \mid A_3) = 0.6$. Con estos datos se pide:

a) (1 punto) Calcular la probabilidad de B si $P(B \mid A_1) = 0.25$.

b) (1.5 puntos) Calcular la probabilidad de C y determinar si C es independiente de A_2.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2024 - Opción A)

Solución.

a) Del enunciado tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} P(B \mid A_1) = P(B \mid A_2) \\ P(B \mid A_3) = 2P(B \mid A_1) \end{array}\right\} \xrightarrow{P(B|A_1)=0.25} \begin{cases} P(B \mid A_1) = 0.25 \\ P(B \mid A_2) = 0.25 \\ P(B \mid A_3) = 0.5 \end{cases}$$

Como $A_3 = \overline{A_1 \cup A_3} \implies A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \Omega$, ademas los sucesos A_1 y A_2 son incompatibles, es decir $A_1 \cap A_2 = \varnothing$. Por lo tanto los sucesos A_1, A_2 y A_3 forman una partición del espacio muestral (son incompatibles dos a dos y su unión es el espacio muestral). Por el *Teorema de la Probabilidad Total* tenemos que:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1) \cdot P(B \mid A_1) + P(A_2) \cdot P(B \mid A_2) + P(A_3) \cdot P(B \mid A_3) \\ &= 0.4 \cdot 0.25 + 0.4 \cdot 0.25 + 0.2 \cdot 0.5 \implies \boxed{P(B) = 0.3} \end{aligned}$$

b) Volvemos a aplicar el *Teorema de la Probabilidad Total* al suceso C:

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A_1) \cdot P(C \mid A_1) + P(A_2) \cdot P(C \mid A_2) + P(A_3) \cdot P(C \mid A_3) \\ &= 0.4 \cdot P(C \mid A_1) + 0.4 \cdot 0.3 + 0.2 \cdot 0.6 \underset{\text{Indep.}}{\overset{A_1 \text{ y } C}{=}} 0.4 \cdot P(A_1) + 0.24 = 0.4 \cdot 0.4 + 0.24 \\ &\implies \boxed{P(C) = 0.4} \end{aligned}$$

$$\left.\begin{array}{l} P(C \mid A_2) = \dfrac{P(C \cap A_2)}{P(A_2)} = \dfrac{P(C \cap A_2)}{0.4} = 0.3 \implies P(C \cap A_2) = 0.12 \\ P(C) \cdot P(A_2) = 0.4 \cdot 0.4 = 0.16 \end{array}\right\} \implies$$

$P(C) \cdot P(A_2) \neq P(C \cap A_2) \implies$ los sucesos C y A_2 no son independientes.

Ejercicio 202 (2.5 *puntos*)

En un espacio muestral se consideran tres sucesos A, B y C, tales que $P(A \cup B \cup C) = 1$. Sabiendo que los sucesos B y C son independientes y que

$$P(A) = 0.5 \quad P(\overline{C}) = 0.3 \quad P(B \cup C) = 0.73 \quad P(A \cap C) = 0.21 \quad P(A \cap B \cap C) = 0.06$$

se pide:

a) (1 punto) Estudiar si los sucesos A y $B \cup C$ son independientes.

b) (1.5 puntos) Calcular $P(B)$ y $P(C \cap (A \cup B))$.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2024 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Reordenamos todos los datos del problema:

$$\begin{array}{lll} P(A) = 0.5 & P(B \cup C) = 0.73 & P(A \cap B \cap C) = 0.06 \\ P(C) = 1 - 0.3 = 0.7 & P(A \cap C) = 0.21 & P(A \cup B \cup C) = 1 \end{array}$$

$$B \text{ y } C \text{ independientes} \implies P(B \cap C) = P(B) \cdot P(C) = 0.7 \cdot P(B)$$

a) $P(A \cup B \cup C) = P\Big(A \cup (B \cup C)\Big) = P(A) + P(B \cup C) - P\Big(A \cap (B \cup C)\Big)$

$\implies 1 = 0.5 + 0.73 - P\Big(A \cap (B \cup C)\Big) \implies P\Big(A \cap (B \cup C)\Big) = 0.23$

$$\left.\begin{array}{l} P\Big(A \cap (B \cup C)\Big) = 0.23 \\ P(A) \cdot P(B \cup C) = 0.5 \cdot 0.73 = 0.365 \end{array}\right\} \Rightarrow \left| \begin{array}{c} P\Big(A \cap (B \cup C)\Big) \neq P(A) \cdot P(B \cup C) \\ \text{los sucesos } A \text{ y } B \cup C \\ \text{no son independientes} \end{array}\right.$$

b) $P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) \implies 0.73 = P(B) + 0.7 - 0.7 \cdot P(B)$

$\implies 0.03 = 0.3 \cdot P(B) \implies \boxed{P(B) = 0.1}$

$$P\Big(C \cap (A \cup B)\Big) = P\Big((C \cap A) \cup (C \cap B)\Big) = P(C \cap A) + P(C \cap B) - P(A \cap B \cap C)$$

$$= 0.21 + 0.7 \cdot 0.1 - 0.06 \implies \boxed{P\Big(C \cap (A \cup B)\Big) = 0.22}$$

Ejercicio 203 (2.5 *puntos*)

Sea $E = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ *un espacio muestral y* P *una medida de probabilidad en* E *definida por:* $P(7) = P(3) = \dfrac{1}{4}$ *y con el resto de sucesos elementales equiprobables.*
Se consideran los sucesos $A = \{7, 11, 13, 19\}$, $B = \{2, 5, 7, 13, 17\}$ *y* $C = \{3, 5, 7, 11, 13\}$.
Se pide calcular

a) *(1.25 puntos)* $P\Big((\overline{A - C}) \cap B\Big)$.

b) *(1.25 puntos)* $P\Big((A \cap B) \mid \overline{C}\Big)$.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción A)

Solución.

a) Sea p la probabilidad de cada uno de los sucesos distintos de $\{3\}$ y $\{7\}$. Como $P(E) = 1$ y los sucesos son disjuntos: $2 \cdot \dfrac{1}{4} + 6p = 1 \implies p = \dfrac{1}{12}$
$A - C = \{19\} \Rightarrow \overline{A - C} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\} \implies (\overline{A - C}) \cap B = \{2, 5, 7, 13, 17\}$
$P\Big((\overline{A - C}) \cap B\Big) = 4 \cdot \dfrac{1}{12} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{7}{12}$

b) $A \cap B = \{7, 13\} \quad \& \quad \overline{C} = \{2, 17, 19\} \implies A \cap B \cap \overline{C} = \varnothing$
$P\Big((A \cap B) \mid \overline{C}\Big) = \dfrac{P(A \cap B \cap \overline{C})}{P(\overline{C})} = \dfrac{P(\varnothing)}{P(\{2, 17, 19\})} = \dfrac{0}{3 \cdot \frac{1}{12}} = 0$
Nota: $P(\{a, b, c\}) = P(\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\}) = P(\{a\}) + P(\{b\}) + P(\{c\})$

Ejercicio 204 (2.5 *puntos*)

Sean A y B dos sucesos en un espacio muestral, $\overline{A}$ y $\overline{B}$ los correspondientes sucesos complementarios. Se sabe que

$$P(A) = 0.7 \qquad \& \qquad P(\overline{B}) = 0.2 \qquad \& \qquad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.1$$

a) (0.5 puntos) Razone si $\overline{A}$ y $\overline{B}$ son dos sucesos independientes.

b) (1 punto) Calcule $P(A \cap B)$.

c) (1 punto) Calcule $P(\overline{A} \mid B)$.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

a) $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.7 = 0.3 \qquad \& \qquad P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0.2 = 0.8$

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.1 \qquad \& \qquad P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = 0.3 \cdot 0.2 = 0.06$

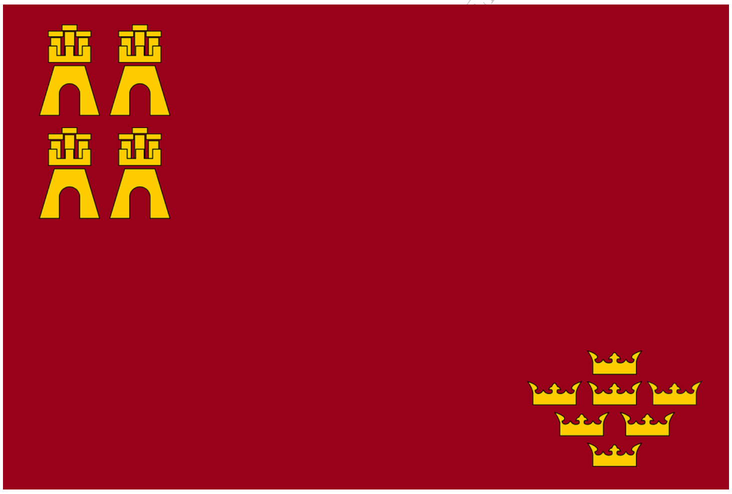
$P(\overline{A} \cap \overline{B}) \neq P(\overline{A} \cdot P(\overline{B})) \implies$ los sucesos $\overline{A}$ y $\overline{B}$ no son independientes.

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0.1 \implies P(A \cup B) = 0.9$

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.7 + 0.8 - 0.9 \implies \boxed{P(A \cap B) = 0.6}$

c) $P(\overline{A} \mid B) = \dfrac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.8 - 0.6}{0.8} \implies \boxed{P(\overline{A} \mid B) = 0.25}$

Murcia



Ejercicio 205 (2.5 *puntos*)

El juego de los dados de Efron tiene 4 dados diferentes. Todos ellos son dados perfectos de 6 caras equiprobables, pero la numeración de sus 6 caras es diferente en cada uno, según se detalla en la siguiente tabla:

Dado A	*0*	*0*	*4*	*4*	*4*	*4*
Dado B	*3*	*3*	*3*	*3*	*3*	*3*
Dado C	*2*	*2*	*2*	*2*	*6*	*6*
Dado D	*1*	*1*	*1*	*5*	*5*	*5*

Ana elige el dado A, Bea elige el dado B, Ceci elige el dado C y Delia elige el dado D. El juego consiste en que cada jugador lanza su dado, gana aquel que saque la mayor puntuación y pierde aquel que saque la menor puntuación. Pueden jugar uno contra uno o todos contra todos. Calcule:

a) *(0.5 puntos) Si Ana juega contra Bea, ¿cuál es la probabilidad de que gane Ana?*

b) *(0.75 puntos) Si Ana juega contra Bea 8 veces, ¿cuál es la probabilidad de que Bea gane al menos 3 veces?*

c) *(0.5 puntos) Si Ana juega contra Ceci, ¿cuál es la probabilidad de que gane Ceci?*

d) *(0.75 puntos) Si juegan todos contra todos, ¿cuál es la probabilidad de que Ana ni gane ni pierda?*

(Región de Murcia - Matemáticas II - Junio 2024)

Solución.

a) Dado que Bea siempre sacará un 3, Ana solo ganará si saca un 4, es decir:

$$P(A) = P(\text{“Sacar un 4”}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \simeq 0.6667$$

b) $X \equiv$ “Nº veces que gana Bea en 8 tiradas” $\xrightarrow{p=1-2/3=1/3} X : \mathcal{B}(8, 1/3)$

$P(X \geq 3) = 1 - [P(x < 3)] = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)]$

$$= 1 - \left[\binom{8}{0} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8 + \binom{8}{1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7 + \binom{8}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6\right] \simeq 0.5318$$

c) Ceci ganará a Ana si Ana saca un 0 o si Ana saca un 4 y Ceci saca un 6.

$$P(C) = P\Big(A_0 \cup (A_4 \cap C_6)\Big) = P(A_0) + P(A_4 \cap C_6) = \frac{2}{6} + \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{5}{9} \simeq 0.5556$$

d) $P(\overline{A_g} \cap \overline{A_p}) = P(\overline{A_g \cup A_p}) = 1 - P(A_g \cup A_p) = 1 - [P(A_g) + P(A_p)]$

$$= 1 - [P(A_4 \cap C_2 \cap D_1) + P(A_0)] = 1 - \left(\frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right) = \frac{4}{9} \simeq 0.4444$$

Ejercicio 206 (2.5 *puntos*)

El 60 % de los habitantes de una población consume pan integral, el 40 % consume pan blanco y el 20 % consume ambos tipos de pan.

a) *(0.5 puntos) ¿Son independientes los sucesos "consumir pan integral" y "consumir pan blanco"?*

b) *(0.5 puntos) Sabiendo que un habitante consume pan integral, ¿cuál es la probabilidad de que consuma pan blanco?*

c) *(0.75 puntos) Calcule el porcentaje de la población que no consume ninguno de los dos tipos de pan.*

d) *(0.75 puntos) Sabiendo que un habitante no consume pan integral, ¿cuál es la probabilidad de que consuma pan blanco?*

(Región de Murcia - Matemáticas II - Julio 2024 - Extraordinario)

Solución.

Sean los sucesos:

$$I \equiv \text{“Consumir pan integral”}$$
$$B \equiv \text{“Consumir pan blanco”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(I) = 0.6 \qquad \& \qquad P(B) = 0.4 \qquad \& \qquad P(I \cap B) = 0.2$$

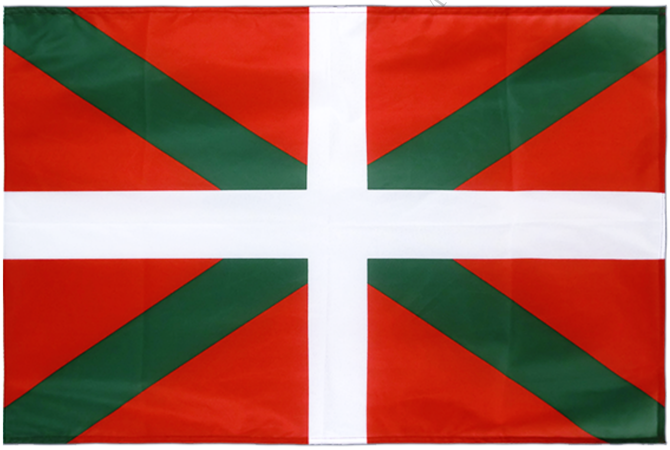
a) $P(I) \cdot P(B) = 0.6 \cdot 0.4 = 0.24 \neq P(I \cap B) = 0.2 \implies I$ y B no son independientes

b) $P(B \mid I) = \dfrac{P(B \cap I)}{P(I)} = \dfrac{0.2}{0.6} = \dfrac{1}{3} \simeq 0.3333$

c) $P(\overline{I} \cap \overline{B}) = P(\overline{I \cup B}) = 1 - P(I \cup B) = 1 - \Big[P(I) + P(B) - P(I \cap B)\Big]$
$= 1 - (0.6 + 0.4 - 0.2) = 0.2 \implies 20\,\%$

d) $P(B \mid \overline{I}) = \dfrac{P(B \cap \overline{I})}{P(\overline{I})} = \dfrac{P(B) - P(B \cap I)}{1 - P(I)} = \dfrac{0.4 - 0.2}{1 - 0.6} = 0.5$

País Vasco



Ejercicio 207 (2.5 *puntos*)

Sean A y B sucesos aleatorios independientes, siendo sus probabilidades $P(A) = 0.7$ y $P(B) = 0.1$, y sean $\overline{A}$ y $\overline{B}$ los sucesos complementarios de A y B respectivamente. Calcula las siguientes probabilidades razonadamente, e indica claramente el proceso o ley aplicada:

a) (0.5 puntos) $P(A \cup B)$

b) (0.5 puntos) $P(\overline{A} \cup \overline{B})$

c) (0.5 puntos) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$

d) (0.5 puntos) $P(A \cap \overline{B})$

e) (0.5 puntos) $P(\overline{A} \mid \overline{B})$

(País Vasco - Matemáticas II - Julio 2024 - Opción B - Extraordinario)

Solución.

$$P(A) = 0.7 \quad \& \quad P(B) = 0.1 \quad \& \quad P(A \cap B) \underset{indep.}{\overset{A \text{ y } B}{=}} P(A) \cdot P(B) = 0.7 \cdot 0.1 = 0.07$$

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.7 + 0.1 - 0.07 \implies \boxed{P(A \cup B) = 0.73}$

b) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.07 \implies \boxed{P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.93}$

c) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.73 \implies \boxed{P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.27}$

d) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.7 - 0.07 \implies \boxed{P(A \cap \overline{B}) = 0.63}$

e) $P(\overline{A} \mid \overline{B}) = \dfrac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{1 - P(B)} = \dfrac{0.27}{1 - 0.1} \implies \boxed{P(\overline{A} \mid \overline{B}) = 0.3}$

La Rioja

Ejercicio 208 (2 *puntos*)

Dados los sucesos A y B de un experimento aleatorio, se sabe que

$$P(A) = 0.27 \quad \& \quad P(B') = 0.82 \quad \& \quad P(A \cup B) = 0.4$$

Determina si los sucesos A y B son compatibles o incompatibles. Calcula $P((A \cup B)')$ y $P(A' \cup B')$, donde A' significa suceso complementario.

(La Rioja - Matemáticas II - Junio 2024)

Solución.

Vamos a utlizar la notación $\overline{A}$ para denotar el suceso complementario del suceso A.

Del enunciado tenemos:

$$P(A) = 0.27 \quad \& \quad P(\overline{B}) = 0.82 \quad \& \quad P(A \cup B) = 0.4$$

- $P(B) = 1 - P(B) = 1 - 0.82 = 0.18$

  $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.27 + 0.18 - 0.4 = 0.05 \neq 0$

  $\Longrightarrow$ los sucesos A y B son compatibles
- $P(\overline{A \cup P}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.4 = 0.6$
- $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.05 = 0.95$

Comunidad Valenciana

Ejercicio 209 (2.5 *puntos*)

Una pizzería ofrece tres tipos de pizza: margarita, vegetariana y pepperoni. A lo largo de los años, utilizando su aplicación para teléfonos inteligentes, el restaurante ha recopilado datos sobre las preferencias de los clientes, calculando que el 40 % de sus clientes piden pizza margarita, el 25 % elige la pizza vegetariana y el resto prefiere la pizza pepperoni.

a) (0.25 puntos) Si se elige un cliente al azar, ¿cuál es la probailidad de que haya pedido una pizza pepperoni?

b) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que dos clientes elegidos al azar hayan pedido distintos tipos de pizza?

(Comunidad Valenciana - Matemáticas II - Junio 2025 - Opción Unica)

Solución.

Sean los sucesos:

$M \equiv$ "La pizza es margarita" $\qquad V \equiv$ "La pizza es vegetariana"

$P \equiv$ "La pizza es pepperoni"

a) $P(P) = 1 - P(M \cup V) = 1 - [P(M) + P(V)] = 1 - (0.4 + 0.25) = 0.35$

b) $$\begin{aligned} P(\text{“2 distintas”}) &= 1 - P(\text{“2 iguales”}) = 1 - P\big((M \cap M) \cup (V \cap V) \cup (P \cap P)\big) \\ &= 1 - [P(M \cap M) + P(V \cap V) + P(P \cap P)] \\ &= 1 - (0.4 \cdot 0.4 + 0.25 \cdot 0.25 + 0.35 \cdot 0.35) = 0.655 \end{aligned}$$

Ejercicio 210 (2.5 *puntos*)

Se ha realizado una encuesta a 120 miembros de un club de lectura sobre sus preferencias literarias. La siguiente tabla muestra los resultados clasificados por edad y tipo de obra preferido.

Edad/Tipo de obra	Novela	Poesía	Obras de teatro	Ensayos
< 25 años	17	6	7	1
25 – 60 años	22	17	10	3
> 60 años	8	12	11	6

a) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que el tipo de obra preferido de una persona seleccionada al azar no sea el ensayo?

b) (0.75 puntos) Si se sabe que un miembro del club NO tiene como tipo de obra preferido la poesía, ¿cuál es la probabilidad de que tenga 25 años o más?

(Comunidad Valenciana - Matemáticas II - Julio 2025 - Opción Unica - Reserva)

Solución.

Edad/Tipo de obra	Novela	Poesía	Obra de teatro	Ensayo	Total
< 25 años	17	6	7	1	31
$25 - 60$ años	22	17	10	3	52
> 60 años	8	12	11	6	37
Total	47	35	28	10	120

$N \equiv$ "La obra preferida es *Novela*" $\quad P \equiv$ "La obra preferida es *Poesía*"

$T \equiv$ "La obra preferida es el *Teatro*" $\quad E \equiv$ "La obra preferida es el *Ensayo*"

a) $P(\overline{E}) = 1 - P(E) = 1 - \dfrac{10}{120} = \dfrac{11}{12} \simeq 0.9167$

b) $P(\{> 25\} \mid \overline{P}) = 1 - P(\{< 25\} \mid \overline{P}) = 1 - \dfrac{17+7+1}{120-35} = \dfrac{12}{17} \simeq 0.7059$