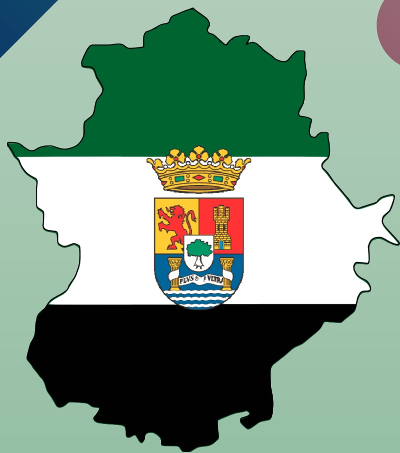
MATEMATICAS CCSS
EXAMENES RESUELTOS



EVAU JULIO 2025
- Extraordinario -

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Julio 2025 (Extraordinario)

Ejercicio 1A (4 *puntos*)

Una piscifactoría realiza un estudio de mercado para determinados tipos de pescado (salmones y truchas). Responde, razonadamente, a las siguientes cuestiones que surgieron en el estudio:

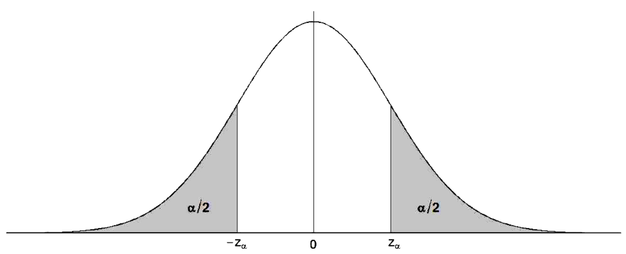
A.1) Los salmones supoonen el 70 % de la producción y las truchas el 30 % de la producción. El 40 % de los salmones se vende en España, el 35 % en Portugal y el resto en otros países. En cuanto a las.truchas, el 30 % se vende en España, el 10 % en Portugal y el resto en otros países. Se pide, razonando la respuesta:

a) (1 punto) Calcular la probabilidad de que un pescado sea vendido en países distintos de España y Portugal.

b) (1 punto) Calcular la probabilidad de que un pescado que sabemos que se ha vendido en Portugal, sea trucha.

A.2) (2 puntos) Se asume que el precio por kg de estos pescados tiene distribución normal con desviación típica 3 euros. ¿Cuántas pescaderías habrá que visitar como mínimo si se quiere estimar el precio medio mediante un intervalo de confianza al nivel de confianza del 99 %, cuya longitud no sea superior a 4 euros? Razonar la respuesta.

α	z_α
0.01	2.576
0.02	2.326
0.03	2.170
0.04	2.054
0.05	1.960
0.06	1.881
0.07	1.812
0.08	1.751
0.09	1.695
0.1	1.645

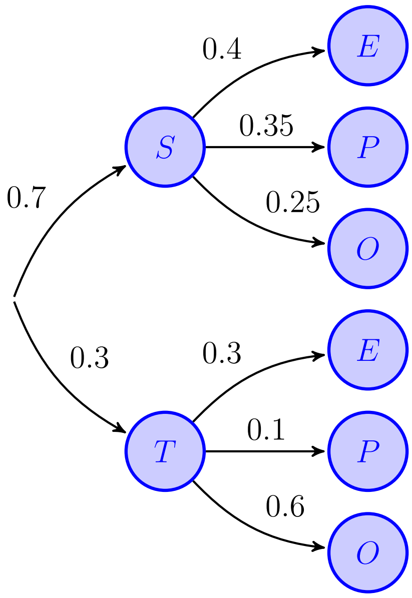


(Extremadura - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción Única)

Solución.

A.1) Sean los sucesos:

$S \equiv$ "La producción es de salmones" $T \equiv$ "La producción es de truchas"
$E \equiv$ "El pescado se vende en España" $P \equiv$ "El pescado se vende en Portugal"
$O \equiv$ "El pescado se vende en otros países"



a) $P(O) = P\Big((S \cap O) \cup (T \cap O)\Big)$
$$= P(S \cap O) + P(T \cap O)$$
$$= P(S) \cdot P(O \mid S) + P(T) \cdot P(O \mid T)$$
$$= 0.7 \cdot 0.25 + 0.3 \cdot 0.6 = 0.355$$

b) $P(P) = P\Big((S \cap P) \cup (T \cap P)\Big)$
$$= P(S \cap P) + P(T \cap P)$$
$$= P(S) \cdot P(P \mid S) + P(T) \cdot P(P \mid T)$$
$$= 0.7 \cdot 0.35 + 0.3 \cdot 0.1 = 0.275$$
$$P(T \mid P) = \frac{P(T \cap P)}{P(P)} = \frac{P(T) \cdot P(P \mid T)}{P(P)}$$
$$= \frac{0.3 \cdot 0.1}{0.275} = 0.1091$$

A.2) $X \equiv$ "Precio de los pescados (€/kg)" $\longrightarrow X : \mathcal{N}(\mu, 3)$

$n = ?$ & $2E \leq 4 \implies E \leq 2$ & $1 - \alpha = 0.99$

$1 - \alpha = 0.99 \Rightarrow \alpha = 0.01 \implies \alpha/2 = 0.005 \implies 1 - \alpha/2 = 0.995 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.575$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.575 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}} \leq 2 \Rightarrow n \geq \left(2.575 \cdot \frac{3}{2}\right)^2 = 14.92 \Rightarrow \boxed{n = 15 \text{ pescaderías}}$$

Ejercicio 1B (3 *puntos*)

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -5 & x \\ 0 & x & -1 \end{pmatrix} \quad \& \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \quad \& \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -x \end{pmatrix}$$

se pide, justificando las respuestas:

a) (1 punto) Hallar los valores de x para los que no existe la matriz inversa de $A + C$.

b) Para $x = 3$, obtener la matriz Y que verifica la ecuación matricial

$$A \cdot Y = C - B \cdot Y$$

(Extremadura - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción 1)

Solución.

a) $$|A + C| = \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -5 & x \\ 0 & x & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -x \end{pmatrix} \right| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & -4 & x \\ 0 & x & -1-x \end{vmatrix}$$

$$= -2x^2 + 6x + 8 = 0 \implies x = \{-1, 4\} \implies \nexists\, (A + C)^{-1} \text{ si } x = \{-1, 4\}$$

b) $$A \cdot Y = C - B \cdot Y \implies A \cdot Y + B \cdot Y = C \implies (A + B) \cdot Y = C$$

$$\implies \underbrace{(A + B)^{-1} \cdot (A + B)}_{I} \cdot Y = (A + B)^{-1} \cdot C \implies \boxed{Y = (A + B)^{-1} \cdot C}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -5 & 3 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$|A + B| = -1 \quad \& \quad \text{Adj}(A{+}B) = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \\ 8 & -5 & -4 \end{pmatrix} \Rightarrow (A{+}B)^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$Y = (A{+}B)^{-1} \cdot C = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{Y = \begin{pmatrix} -5 & -2 & 24 \\ 3 & 1 & -15 \\ 3 & 1 & -12 \end{pmatrix}}$$

Ejercicio 2B (3 *puntos*)

> *Un pastor elabora quesos de oveja y de cabra. Los gastos de producción de cada queso de oveja ascienden a 10 € con unos beneficios de 5 €. Por otra parte, fabricar cada queso de cabra le cuesta 15 € y le reporta unos beneficios de 11 €. Se sabe que diariamente dispone de 300 € para la fabricación de estos quesos y que, para atender a las exigencias del mercado, debe fabricar, al menos, un total de 25 unidades entre los dos tipos de queso. Además, por normativa sanitaria, el número de quesos de oveja más el doble de los de cabra no puede superar las 30 unidades. Calcular, razonando la respuesta, el número de quesos de cada tipo que deben fabricarse diariamente para obtener unos beneficios máximos, así como el valor de dichos beneficios máximos.*
>
> *(Extremadura - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción 2)*

Solución.

- `Incógnitas:` $x \equiv$ "Nº de quesos de oveja"
  $y \equiv$ "Nº de quesos de cabra"

- `Restricciones:` Escribimos las restricciones y los puntos necesarios para su representación

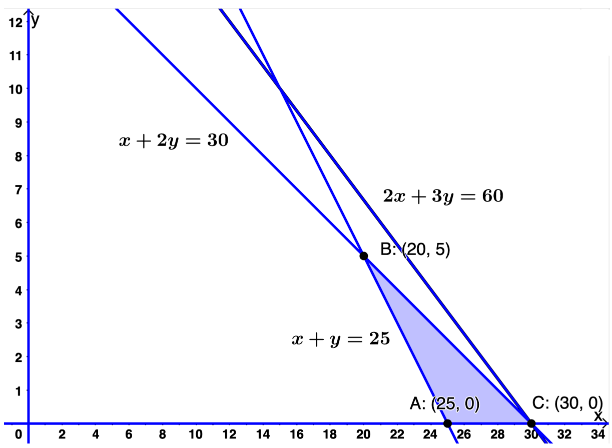
$$\begin{cases} \text{①}\ 10x+15y \le 300 \\ \text{②}\ x+y \ge 25 \\ \text{③}\ x+2y \le 30 \\ x, y \ge 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \text{①}\ 2x+3y \le 60 & \to (0,20) \quad \& \quad (30,0) \\ \text{②}\ x+y \ge 25 & \to (0,25) \quad \& \quad (25,0) \\ \text{③}\ x+2y \le 30 & \to (0,15) \quad \& \quad (30,0) \\ x, y \ge 0 \end{cases}$$

- `Función objetivo` $f(x,y) = 5x + 11y$ (euros)

- `Región factible` Representamos la región y calculamos los vértices.

- `Optimización de F.O.` Evaluamos $f(x,y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x,y)$
A	25	0	125
B	20	5	155
C	30	0	150



El *beneficio máximo* es de 155 €, produciendo y vendiendo 20 quesos de oveja y 5 quesos de cabra.

Ejercicio 1C (3 *puntos*)

Los ingresos $I(t)$ y gastos $G(t)$ (en miles de euros) de un establecimiento desde el primer al sexto mes que lleva abierto dependen del tiempo, t en meses, según las funciones:

$$I(t) = 3t^3 + 10Bt \qquad \& \qquad G(t) = 2t^3 + 3At^2 + Bt \quad 1 \leq t \leq 6$$

Se pide, justificando la respuesta:

a) *(0.5 puntos) Calcular la función $F(t)$ que relaciona los beneficios con el tiempo.*

b) *(1.5 puntos) Determinar, razonando la respuesta, las constantes A y B sabiendo que el beneficio máximo fue de 112 mil euros y se alcanzó a los 4 meses desde la apertura.*

c) *(1 punto) Para los valores de A y B calculados en el apartado anterior, determinar el momento donde se produce el beneficio mínimo y a cuánto asciende éste.*

(Extremadura - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción 1)

Solución.

a) $F(t) = I(t) - G(t) = 3t^3 + 10Bt - (2t^3 + 3At^2 + Bt) = t^3 - 3At^2 + 9Bt, \ t \in [1, 6]$

b) $F(t) = t^3 - 3At^2 + 9Bt \quad \& \quad F'(t) = 3t^2 - 6At + 9B \quad \& \quad F''(t) = 6t - 6A$

$F'(4) = 0 \implies 48 - 24A + 9B = 0 \implies \odot \ 8A - 3B = 16$

$F(4) = 112 \implies 64 - 48A + 36B = 112 \implies \circledast \ 4A - 3B = -4$

$$\implies \begin{cases} \odot \ 8A - 3B = 16 \\ \circledast \ 4A - 3B = -4 \end{cases} \implies \boxed{\begin{array}{c} A = 5 \\ B = 8 \end{array}} \implies \boxed{F(t) = t^3 - 15t^2 + 72t, \ t \in [1, 6]}$$

Comprobamos que en $t = 4$ hay un máximo:

$$F''(t) = 6t - 30 \implies F''(4) = -6 < 0 \overset{(\cap)}{\implies} \text{Máximo en } t = 4 \ \checkmark$$

c) $F(t) = t^3 - 15t^2 + 72t$

$F'(t) = 3t^2 - 30t + 72 = 0 \implies t = \{4, 6\}$

	$(1,4)$	$(4,6)$
Signo $F'(t)$	+	-
$F(t)$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$

El beneficio $F(t)$ es *creciente* en $(1, 4)$ y *decreciente* en $(4, 6)$, y tiene un *máximo relativo*, que es también *absoluto*, en $t = 4$ y como $F(1) = 58$ y $F(6) = 108$ tendrá un *mínimo absoluto* en $(1, 58)$, esto es, en el primer mes, valiendo 58000 €.

Ejercicio 2C (3 *puntos*)

Calcular de forma razonada:

a) (1.5 puntos) El área encenrrada por la función $f(x) = x^2 - 2x$ y el eje OX entre $x = -1$ y $x = 4$.

b) (1.5 puntos) Las asíntotas de la función:

$$g(x) = \frac{2x - 4}{x^2 - 2x}$$

(Extremadura - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción 2)

Solución.

a) Hallamos los cortes de $f(x)$ con el eje $OX \implies f(x) = x^2 - 2x = 0 \implies x = \{0, 2\}$, lo que junto con las rectas $x = -1$ y $x = 4$ define tres recintos de integración $A_1 : (-1, 0)$, $A_2 : (0, 2)$ y $A_3 : (2, 4)$.

$$\begin{aligned}
F(x) &= \int f(x)\,dx = \int \left(x^2 - 2x\right) dx = \frac{x^3}{3} - x^2 + C \\
A_1 &= \int_{-1}^{0} f(x)\,dx = F(0) - F(-1) = 0 - \left(-\frac{1}{3} - 1\right) = \frac{4}{3} \\
A_2 &= \int_{0}^{2} f(x)\,dx = F(2) - F(0) = \left(\frac{8}{3} - 4\right) - 0 = -\frac{4}{3} \\
A_3 &= \int_{2}^{4} f(x)\,dx = F(4) - F(2) = \left(\frac{64}{3} - 16\right) + \frac{4}{3} = \frac{20}{3} \\
\text{Area} &= |A_1| + |A_2| + |A_3| = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} + \frac{20}{3} = \frac{28}{3} = 9.33\ u^2
\end{aligned}$$

b) $g(x) = \dfrac{2x - 4}{x^2 - 2x}$

- `Dominio:` $x^2 - 2x = 0 \implies x = \{0, 2\} \implies \text{Dom}(g) = \mathbb{R} - \{0, 2\}$
- `A. Vertical:` $\exists\, A.V.$ en $x = 0$
  - $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2x - 4}{x^2 - 2x} = \left[\dfrac{-4}{0}\right] = \begin{cases} \lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \left[\dfrac{-4}{0^+}\right] = -\infty \\ \lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \left[\dfrac{-4}{0^-}\right] = +\infty \end{cases}$
  - $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2x - 4}{x^2 - 2x} = \left[\dfrac{0}{0}\right] \overset{\text{L'Hôp}}{=} \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2}{2x - 2} = \dfrac{2}{2} = 1$ (discont. evitable)
- `A. Horizontal:` $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2x - 4}{x^2 - 2x} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] = 0 \Rightarrow \underset{x \to \pm\infty}{\exists\, A.H.}$ en $y = 0$