MATEMATICAS CCSS
EXAMENES RESUELTOS

EVAU JULIO 2024
- Extraordinario -

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Julio 2025 (Extraordinario)

Ejercicio 1A (3 *puntos*)

Dadas las matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & a & 1 \\ 1 & 6 & 5 \end{pmatrix} \qquad \& \qquad N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Realice las siguientes tareas:

a) *(1 punto) Estudie para qué valores del parámetro a la matriz M tiene inversa.*

b) *(2 puntos) Para $a = 1$, obtenga la matriz X de la ecuación $MX = 2N$.*

(Cantabria - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción A)

Solución.

a) $|M| = -a^2 + 5a - 6 = 0 \implies a = \{2,3\} \implies \exists M^{-1}\ \forall a \neq \{2,3\}$

b) $MX = 2N \implies \underbrace{M^{-1} \cdot M}_{I} \cdot X = 2M^{-1} \cdot N \implies \boxed{X = 2M^{-1} \cdot N}$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad \& \quad |M| = -1 + 5 - 6 = -2 \quad \& \quad \operatorname{Adj} M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 6 & 4 & -6 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M^{-1} = \frac{1}{|M|} \cdot \operatorname{Adj} M^{\top} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 6 & -1 \\ 1 & 4 & -1 \\ -1 & -6 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -6 & 1 \\ -1 & -4 & 1 \\ 1 & 6 & -1 \end{pmatrix}$$

$$X = 2M^{-1} \cdot N = \cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -6 & 1 \\ -1 & -4 & 1 \\ 1 & 6 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \implies \boxed{X = \begin{pmatrix} 2 & -13 & 2 \\ 0 & -9 & 0 \\ 0 & 13 & 0 \end{pmatrix}}$$

Ejercicio 1B (3 *puntos*)

Un pastelero dispone de un máximo de 810 minutos para producir una serie de sobaos y quesadas. Para la elaboración de cada sobao se requieren 45 minutos y 200 gramos de mantequilla, y para la elaboración de cada quesada se requieren 90 minutos y 100 gramos de mantequilla. Por limitaciones logísticas, la cantidad total de sobaos y quesadas producidas no puede exceder de 11 unidades y se dispone únicamente de 1600 gramos de mantequilla. El beneficio que se obtiene por cada sobao es de 1.5 € y el que se obtiene por cada quesada es de 2 €. La intención del pastelero es maximizar el beneficio total. Realice las siguientes tareas:

a) *(1 punto) Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.*

b) *(1 punto) Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.*

c) *(0.75 puntos) ¿Cuántos sobaos y cuántas quesadas se den fabricar para maximizar el beneficio total?*

d) *(0.25 puntos) ¿A cuánto asciende dicho beneficio?*

(Cantabria - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción B)

Solución.

	Sobaos	Quesadas	Restricción
Tiempo de trabajo (min)	45	90	810
Mantequilla (g)	200	100	1600
Beneficio (€/ud)	1.5	2	

- `Incógnitas:`

$$x \equiv \text{“Nº de sobaos”}$$
$$y \equiv \text{“Nº de quesadas”}$$

- `Restricciones:` Escribimos las restricciones y los puntos necesarios para su representación

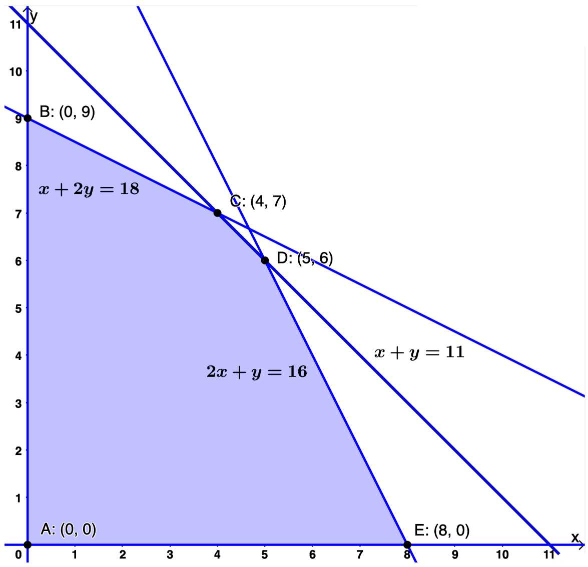
$$\begin{cases} ① \ x + y \leq 11 \\ ② \ 45x + 90y \leq 810 \\ ③ \ 200x + 100y \leq 1600 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} ① \ x + y \leq 11 & \to (0,11) \quad \& \quad (11,0) \\ ② \ x + 2y \leq 18 & \to (0,9) \quad \& \quad (18,0) \\ ③ \ 2x + y \leq 16 & \to (0,16) \quad \& \quad (8,0) \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

- `Función objetivo`

$$f(x, y) = 1.5x + 2y \quad \text{(euros)}$$

- `Región factible` Representamos la región y calculamos los vértices.
- `Optimización de F.O.` Evaluamos $f(x,y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x,y)$
A	0	0	0
B	0	9	18
C	4	7	20
D	5	6	19.5
E	8	0	12



El *máximo beneficio* es de 20 € y se produce vendiendo 4 sobaos y 7 quesadas.

Ejercicio 2 (4 *puntos*)

Dada la función:

$$f(x) = (x+2)\cdot(x-3)^2$$

Realice las siguientes tareas:

a) *(1.5 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función e identifique los extremos relativos.*

b) *(1 punto) Estudie los puntos de corte de la gráfica de la función $f(x)$ con los ejes coordenados. A continuación represente gráficamente $f(x)$ señalando dichos puntos de corte y los extremos relativos.*

c) *(1.5 puntos) Calcule el área del recinto delimitado por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje de abscisas OX.*

(Cantabria - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción Unica)

Solución.

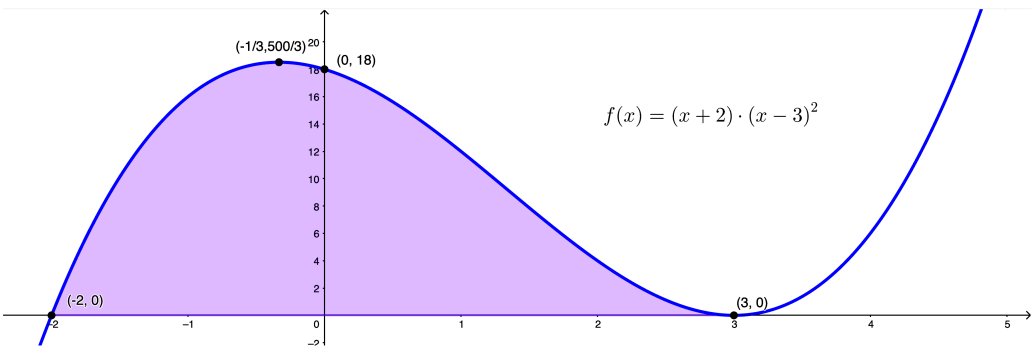
a) $f(x) = (x+2)\cdot(x-3)^2 = (x+2)\cdot(x^2-6x+9) = x^3-4x^2-3x+18$

$f'(x) = 3x^2-8x-3 = 0 \implies x = \{-1/3, 3\}$

	$(-\infty, -1/3)$	$(-1/3, 3)$	$(3, +\infty)$
Signo $f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$

La función $f(x)$ es *creciente* en $(-\infty, -1/3)\cup(3,+\infty)$ y *decreciente* en $(-1/3, 3)$, y tiene un *mínimo relativo* en $(3,0)$ y un *máximo relativo* en $(-1/3, 500/27)$.

b)
- `Corte con` OX: $f(x) = (x+2)\cdot(x-3)^2 = 0 \implies \implies (-2,0)$ y $(3,0)$
- `Corte con` OY: $x = 0 \implies y = 2\cdot(-3)^2 = 18 \implies (0,18)$



c) $$\text{Area} = \int_{-2}^{3} f(x)\,dx = \int_{-2}^{3}\left(x^3-4x^2-3x+18\right)dx = \left.\frac{x^4}{4}-\frac{4x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+18x\right]_{-2}^{3}$$

$$= \left(\frac{81}{4}-\frac{108}{3}-\frac{27}{2}+54\right)-\left(4+\frac{32}{3}-6-36\right) = \frac{625}{12} \simeq 52.08\ u^2$$

Ejercicio 3A (3 *puntos*)

Se sabe que el número de viajes realizados mensualmente por los usuarios de una línea de autobuses sigue una distribución normal con desviación estándar $\sigma = 5$. Para una muestra de 225 usuarios, seleccionados aleatoriamente, se obtiene una media de 21 viajes por mes. Realice las siguientes tareas:

a) (1.5 puntos) Calcule el intervalo de confianza del 93 % para la media de los viajes mensuales.

b) (1.5 puntos) Determine el tamaño mínimo necesario de la muestra para que el error en la estimación de dicha media, con un nivel de confianza del 97 %, sea de 1 viaje al mes.

(Cantabria - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción A)

Solución.

$$X \equiv \text{“N}^{\text{o}} \text{ de viajes mensuales de los autobuses”} \longrightarrow X : \mathcal{N}(\mu, 5)$$

a) $X : \mathcal{N}(\mu, 5) \xrightarrow{n=225} \overline{x} = 21 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.93$

$$1-\alpha = 0.93 \implies \alpha = 0.07 \implies \alpha/2 = 0.035 \implies 1-\alpha/2 = 0.965 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.81$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.81 \cdot \frac{5}{\sqrt{225}} = 0.603$$

$$I.C._{93\,\%}(\mu) = (\overline{x} - E; \overline{x} + E) \implies \boxed{I.C._{93\,\%}(\mu) = (20.397; 21.603)}$$

b) $n = ? \qquad \& \qquad E < 1 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.97$

$$1-\alpha = 0.97 \implies \alpha = 0.03 \implies \alpha/2 = 0.015 \implies 1-\alpha/2 = 0.985 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.17$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.17 \cdot \frac{5}{\sqrt{n}} < 1 \implies n > \left(2.17 \cdot \frac{5}{1}\right)^2 = 117.72 \implies \boxed{n = 118}$$

Ejercicio 3B (3 *puntos*)

En una compañía de seguros de automóviles, el 17 % de los clientes tiene menos de 30 años, el 60 % tiene entre 30 y 60 años, y el resto es mayor de 60 años. El historial de partes de accidentes del último año indica lo siguiente:

- *entre los menores de 30 años, 3 de cada 5 no presentaron ningún parte;*
- *entre los clientes de 30 a 60 años, 9 de cada 10 no presntaron ningún parte*
- *entre los mayores de 60 años, 3 de cada 4 no presentaron ningún parte.*

Se selecciona al azar un cliente de la compañía. Realice las siguientes tareas:

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que el cliente seleccionado presentara un parte de accidente el año pasado?

b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que el cliente tenga 30 años o más y no presentara un parte de accidente?

c) (1 punto) Si se sabe que el cliente presentó un parte de accidente el año pasado, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 30 años?

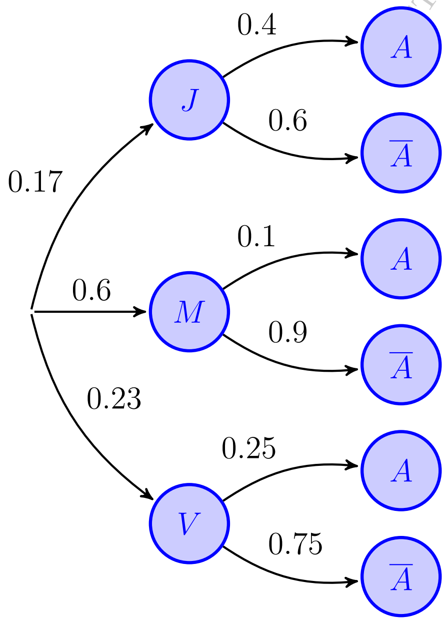
(Cantabria - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$J \equiv$ "El cliente tiene menos de 30 años" $M \equiv$ "El cliente tiene entre 30 y 60 años"
$V \equiv$ "El cliente tiene más de 60 años" $A \equiv$ "El cliente presentó un parte"

$$P(\overline{A} \mid J) = \frac{3}{5} = 0.6 \quad \& \quad P(\overline{A} \mid M) = \frac{9}{10} = 0.9 \quad \& \quad P(\overline{A} \mid V) = \frac{3}{4} = 0.75$$



a) $$\begin{aligned} P(A) &= P\big((J\cap A)\cup(M\cap A)\cup(V\cap A)\big) \\ &= P(J\cap A)+P(M\cap A)+P(V\cap A) \\ &= P(J)\cdot P(A\mid J)+P(M)\cdot P(A\mid M) \\ &+ P(V)\cdot P(A\mid V) = 0.17\cdot 0.4 \\ &+ 0.6\cdot 0.1 + 0.23\cdot 0.25 = 0.1855 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} P\big((M\cup V)\cap\overline{A}\big) &= P\big((M\cap\overline{A})\cup(V\cap\overline{A})\big) \\ &= P(M\cap\overline{A})+P(V\cap\overline{A}) \\ &= P(M)\cdot P(\overline{A}\mid M)+P(V)\cdot P(\overline{A}\mid V) \\ &= 0.6\cdot 0.9+0.23\cdot 0.75 = 0.7125 \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} P(J\mid A) &= \frac{P(J\cap A)}{P(A)} = \frac{P(J)\cdot P(A\mid J)}{P(A)} \\ &= \frac{0.17\cdot 0.4}{0.1855} = 0.3665 \end{aligned}$$