

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INDICACIONES

- El examen consta de 3 apartados, todos ellos obligatorios. Cada apartado contiene una o dos opciones. Cuando en un apartado haya dos opciones, se escogerá únicamente una.
- En caso de resolver más de una opción en algún apartado, se corregirá únicamente la que aparezca en primer lugar en el cuadernillo del examen.
- Se valorará positivamente la explicación de los diferentes pasos seguidos en la resolución de cada ejercicio, así como la claridad de exposición. No se admitirá ningún resultado que no esté debidamente justificado.
- Se permitirá el uso de reglas y calculadoras que no sean programables, ni gráficas o con capacidad para almacenar y/o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- Durante el desarrollo del ejercicio no se permitirá el préstamo de calculadoras entre estudiantes.

Apartado 1 [3 puntos].

Opción 1.

Dadas las matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & a & 1 \\ 1 & 6 & 5 \end{pmatrix} \text{ y } N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Realice las siguientes tareas:

Tarea 1.1A [1 PUNTO]. Estudie para qué valores del parámetro a la matriz M tiene inversa.

Tarea 1.1B [2 PUNTOS]. Para $a = 1$, obtenga la matriz X de la siguiente ecuación:

$$MX = 2N.$$

Opción 2.

Un pastelero dispone de un máximo de 810 minutos para producir una serie de sobaos y quesadas. Para la elaboración de cada sobao se requieren 45 minutos y 200 gramos de

mantequilla, y para la elaboración de cada quesada se requieren 90 minutos y 100 gramos de mantequilla. Por limitaciones logísticas, la cantidad total de sobaos y quesadas producidas no puede exceder de 11 unidades y se dispone únicamente de 1600 gramos de mantequilla. El beneficio que se obtiene por cada sobao es de 1,5€ y el que se obtiene por cada quesada es de 2€. La intención del pastelero es maximizar el beneficio total. Realice las siguientes tareas:

Tarea 1.2A [1 PUNTO]. Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.

Tarea 1.2B [1 PUNTO]. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Tarea 1.2C [0,75 PUNTOS]. ¿Cuántos sobaos y cuántas quesadas se deben fabricar para maximizar el beneficio total?

Tarea 1.2D [0,25 PUNTOS]. ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

Apartado 2 [4 puntos].

Dada la función $f(x)$:

$$f(x) = (x + 2)(x - 3)^2$$

Realice las siguientes tareas:

Tarea 2.1A [1,5 PUNTOS]. Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función e identifique los extremos relativos.

Tarea 2.1B [1 PUNTO]. Estudie los puntos de corte de la gráfica de la función $f(x)$ con los ejes coordenados. A continuación, represente gráficamente $f(x)$ señalando dichos puntos de corte y los extremos relativos.

Tarea 2.1C [1,5 PUNTOS]. Calcule el área del recinto delimitado por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje de abscisas OX .

Apartado 3 [3 puntos].

Opción 1.

Se sabe que el número de viajes realizados mensualmente por los usuarios de una línea de autobuses sigue una distribución normal con desviación estándar $\sigma = 5$. Para una muestra de 225 usuarios, seleccionados aleatoriamente, se obtiene una media de 21 viajes por mes. Realice las siguientes tareas:

Tarea 3.1A [1,5 PUNTOS]. Calcule el intervalo de confianza del 93% para la media de los viajes mensuales.

Tarea 3.1B [1,5 PUNTOS]. Determine el tamaño mínimo necesario de la muestra para que el error en la estimación de dicha media, con un nivel de confianza del 97%, sea de 1 viaje al mes.

Opción 2.

En una compañía de seguros de automóviles, el 17% de los clientes tiene menos de 30 años, el 60% tiene entre 30 y 60 años, y el resto es mayor de 60 años. El historial de partes de accidente del último año indica lo siguiente:

- entre los menores de 30 años, 3 de cada 5 no presentaron ningún parte;
- entre los clientes de 30 a 60 años, 9 de cada 10 no presentaron ningún parte;
- entre los mayores de 60 años, 3 de cada 4 no presentaron ningún parte.

Se selecciona al azar un cliente de la compañía. Realice las siguientes tareas:

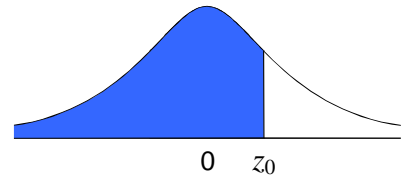
Tarea 3.2A [1 PUNTO]. ¿Cuál es la probabilidad de que el cliente seleccionado presentara un parte de accidente el año pasado?

Tarea 3.2B [1 PUNTO]. ¿Cuál es la probabilidad de que el cliente tenga 30 años o más y **no** presentara un parte de accidente el año pasado?

Tarea 3.2C [1 PUNTO]. Si se sabe que el cliente presentó un parte de accidente el año pasado, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 30 años?

Tabla de la distribución normal N(0,1)

$$P(z \leq z_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_0} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$



z_0	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	z_0
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900	3,0
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929	3,1
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950	3,2
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965	3,3
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976	3,4
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983	3,5
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989	3,6
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992	3,7
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995	3,8
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997	0,99997	3,9