MATEMATICAS CCSS
EXAMENES RESUELTOS

# EVAU JULIO 2025
## - Extraordinario -

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

# Julio 2025 (Extraordinario)

**Ejercicio 1 (2.5 *puntos*)**

*Se quiere estimar el sueldo medio de los trabajadores de cierto sector. Para ello se selecciona una muestra de 625 trabajadores y se obtiene un sueldo medio muestral de 1480 €. Suponiendo que el sueldo de un trabajador es una variable aleatoria con distribución normal y desviación típica $\sigma$ igual a 250 €:*

*a) (1 punto) Hallar el intervalo de confianza del 95 % para el sueldo medio de un trabajador.*

*b) (1 punto) Si se quiere que el error máximo de la estimación del sueldo medio de un trabajador sea de 15 €, con una confianza del 98 %, determinar el tamaño mínimo de la muestra que se debe elegir.*

*c) (0.5 puntos) Si se considera el valor 1480 como sueldo medio poblacional, y se eligen al azar y de manera independiente dos trabajadores del sector, ¿cuál es la probabilidad de que cada uno de ellos gane más de 1500 €?*

*(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 Obligatoria*

**Solución.**

$$X \equiv \text{“Sueldo del trabajador (€)”} \longrightarrow X : \mathcal{N}(\mu, 250)$$

a) $X : \mathcal{N}(\mu, 250) \xrightarrow{n=625} \overline{x} = 1480 \qquad \& \qquad 1-\alpha = 0.95$

$1-\alpha = 0.95 \implies \alpha = 0.05 \implies \alpha/2 = 0.025 \implies 1-\alpha/2 = 0.975 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.96$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \dfrac{250}{\sqrt{625}} = 19.6$

$I.C._{95\,\%}(\mu) = (\overline{x} - E; \overline{x} + E) \implies \boxed{I.C._{95\,\%}(\mu) = (1460.4; 1499.6)}$

b) $n = ? \qquad \& \qquad E < 15 \qquad \& \qquad 1-\alpha = 0.98$

$1-\alpha = 0.98 \implies \alpha = 0.02 \implies \alpha/2 = 0.01 \implies 1-\alpha/2 = 0.99 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.325$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.325 \cdot \dfrac{250}{\sqrt{n}} < 15 \implies n > \left(2.325 \cdot \dfrac{250}{15}\right)^2 = 1501.56$

$$\implies \boxed{n = 1502 \text{ trabajadores}}$$

c) $X : \mathcal{N}(1480, 250)$

Llamamos $G$ al suceso “ganar más de 1500 €”

$P(G) = P(X \geq 1500) = P\left(Z \geq \dfrac{1500 - 1480}{250}\right) = P(Z \geq 0.08) = P(Z \leq -0.08)$

$\quad = 1 - P(Z \leq 0.08) = 1 - 0.5319 = 0.4681$

$P(\text{“2 superen 1500 €}) = P(G \cap G) = P(G) \cdot P(G) = 0.4681^2 = 0.2191$

**Ejercicio 2A (2.5 *puntos*)**

*En un estudio sobre el país de origen de los cruceristas que visitan las Islas Canarias se ha seleccionado una muestra aleatoria de 196 cruceristas, de los cuales 34 procedían de Alemania.*

*a) (0.75 puntos) Determinar un intervalo de confianza al 98 % para la proporción de cruceristas procedentes de Alemania.*

*b) (1 punto) Si se deseara estimar dicha proporción con un margen de error del 2 % y una confianza del 95 % ¿cuál debería ser el tamaño de la muestra?*

*c) (0.75 puntos) De los 196 cruceristas anteriores se selecciona al azar un grupo de 5 para una entrevista en la TV. ¿Cuál es la probabilidad de que en dicho grupo haya al menos un alemán?*

*(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 A*

**Solución.**

a) $n = 196 \quad \& \quad \hat{p} = \dfrac{34}{196} = 0.1735 \quad \& \quad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 0.8265 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.98$

$$1 - \alpha = 0.98 \implies \alpha = 0.02 \implies \alpha/2 = 0.01 \implies 1 - \alpha/2 = 0.99 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.325$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}} = 2.325 \cdot \sqrt{\frac{0.1735 \cdot 0.8265}{196}} = 0.0629$$

$$I.C._{98\,\%}(p) = (\hat{p} - E; \hat{p} + E) \implies \boxed{I.C._{98\,\%}(p) = (0.1106; 0.2364)}$$

b) $n = ? \quad \& \quad E = 0.02 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.95$

$$1 - \alpha = 0.95 \implies \alpha = 0.05 \implies \alpha/2 = 0.025 \implies 1 - \alpha/2 = 0.975 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}} = 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.1735 \cdot 0.8265}{n}} = 0.02 \implies n = \left(\frac{1.96}{0.02}\right)^2 \cdot 0.1735 \cdot 0.8265$$

$$\implies \boxed{n = 1377 \text{ cruceristas}}$$

c) $X$ : "Nº de alemanes en la reunión de 5" $\longrightarrow X : \mathcal{B}(5, 0.1735)$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{5}{0} \cdot 0.1735^0 \cdot 0.8265^5 = 0.6143$$

**Ejercicio 2B (2.5 *puntos*)**

*Determinados productos envasados de larga duración se transportan cada semana, entre dos ciudades españolas, por carretera (el 42 %), por tren (el 47 %) y por avión (el resto). Por causas diversas, las entregas en destino sufren retraso en el 10 %, el 5 % y el 7 % de los envíos, respectivamente.*

*a) (0.5 puntos) Dibujar el correspondiente árbol de probabilidades.*

*b) (1 punto) Hallar la probabilidad de que, en una determinada semana, los envíos se entreguen en destino sin retrasos.*

*c) (1 punto) Sabiendo que se ha producido retraso en la entrega en destino, ¿cuál es la probabilidad de que el envío se haya realizado por tren?*

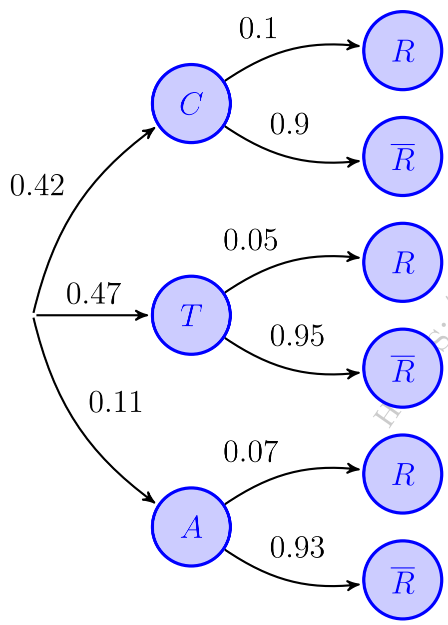
*(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 B*

**Solución.**

Sean los sucesos:

$C \equiv$ "El producto se traslada por carretera" $T \equiv$ "El producto se traslada por tren"

$A \equiv$ "El producto se traslada por avión" $R \equiv$ "La entrega tiene retraso"




b) $$\begin{aligned} P(\overline{R}) &= P\big((C\cap\overline{R})\cup(T\cap\overline{R})\cup(A\cap\overline{R})\big) \\ &= P(C\cap\overline{R}) + P(T\cap\overline{R}) + P(A\cap\overline{R}) \\ &= P(C)\cdot P(\overline{R}\mid C) + P(T)\cdot P(\overline{R}\mid T) \\ &+ P(A)\cdot P(\overline{R}\mid A) = 0.42\cdot 0.9 \\ &+ 0.47\cdot 0.95 + 0.11\cdot 0.93 = 0.9268 \end{aligned}$$

c) $$P(T\mid R) = \frac{P(T\cap R)}{P(R)} = \frac{P(T)\cdot P(R\mid T)}{1-P(\overline{R})} = \frac{0.47\cdot 0.05}{1-0.9268} = 0.3210$$

**Ejercicio 3A (2.5 *puntos*)**

*Una empresa canaria ha decidido comercializar una bebida refrescante con zumo de aloe vera ecológico. El número de bebidas vendidas (en miles de unidades), durante los primeros seis meses tras el lanzamiento, viene dado por la función:*

$$A(t) = \begin{cases} 12 - t\cdot(t-2) & , si\ 0 \le t \le 3 \\ \dfrac{5t+12}{3} & , si\ 3 < t \le 6 \end{cases}$$

*donte $t$ es el tiempo transcurrido en meses.*

a) *(1 punto) Estudiar la continuidad y derivabilidad de la función durante los 6 primeros meses tras el lanzamiento de la bebida.*

b) *(1 punto) Estudiar, usando las derivadas, el crecimiento y decrecimiento de la función. ¿Cuáles fueron los valores mínimo y máximo de unidades vendidas y en qué meses se produjeron dichos valores?*

c) *(0.5 puntos) Dibujar la gráfica de la función $A(t)$. A la vista de la información proporcionada por la función $A(t)$, y considerando que el incremento de ventas solo se consigue mediante campañas publicitarias, ¿crees que la empresa contrató servicios de publicidad previos al lanzamiento? ¿En algún momento tuvo que realizar un refuerzo de la campaña publicitaria?*

*(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 A*



**Solución.**

$$A(t) = \begin{cases} 12 - t\cdot(t-2) & , \text{si } 0 \le t \le 3 \\ \dfrac{5t+12}{3} & , \text{si } 3 < t \le 6 \end{cases} \quad \& \quad A'(t) = \begin{cases} -2t+2 & , \text{si } 0 < t < 3 \\ \dfrac{5}{3} & , \text{si } 3 < t < 6 \end{cases}$$

a)
- `Continuidad:`
  - Si $t \neq 3 \implies f(x)$ es continua pues las dos ramas son polinomios
  - Si $t = 3$
    - $\lim\limits_{t\to 3^-} A(t) = \lim\limits_{t\to 3}[12 - t\cdot(t-2)] = 9$
    - $\lim\limits_{t\to 3^+} A(t) = \lim\limits_{t\to 3} \dfrac{5t+12}{3} 9$
    - $A(3) = 12 - 3 = 9$

    Como $\lim\limits_{t\to 3^-} A(t) = \lim\limits_{t\to 3^+} A(t) = A(3) \implies A(t)$ es continua en $t = 3$.

  Por lo tanto $A(t)$ es continua en su domino $[0,6]$
- `Derivabilidad:`

  Si $t \neq 3$ la función es derivable pues son polinomios. Estudiamos la derivabilidad en $t = 3$.
  - $A'(3^-) = \lim\limits_{t\to 3^-} A'(t) = \lim\limits_{t\to 3}(-2t+2) = -4$
  - $A'(3^+) = \lim\limits_{t\to 3^+} A'(t) = \lim\limits_{t\to 3} \dfrac{5}{3} = \dfrac{5}{3}$

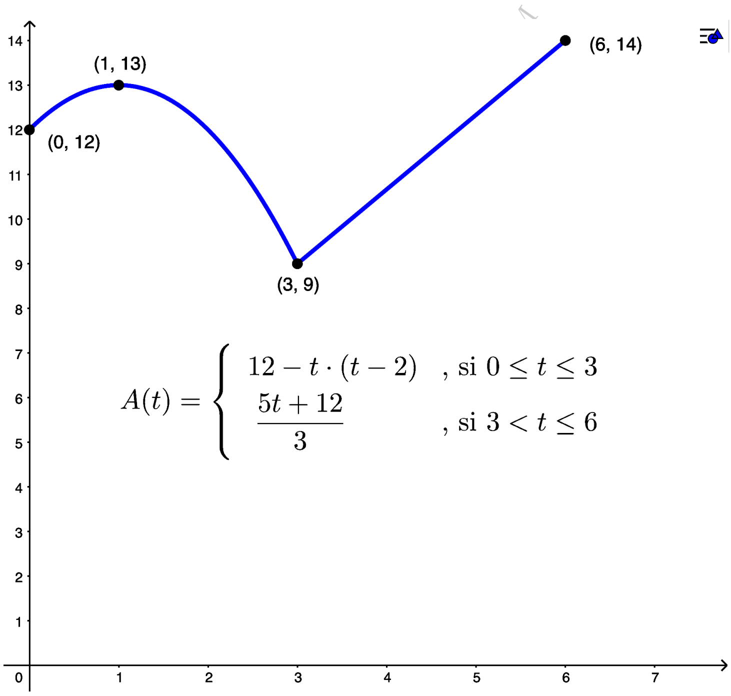
  $A'(3^-) \neq A'(3^+) \implies A(t)$ no es derivable en $t = 3$, luego es derivable en $(0,3) \cup (3,6)$

b) $A'(t) = \begin{cases} -2t+2=0 \implies t=1 & , \text{si } 0<t<3 \\ \dfrac{5}{3} > 0 & , \text{si } 3<t<6 \end{cases}$

| | $(0,1)$ | $(1,3)$ | $(3,6)$ |
|---|---|---|---|
| Signo $A'(t)$ | + | - | + |
| $A(t)$ | Creciente $\nearrow$ | Decreciente $\searrow$ | Creciente $\nearrow$ |

El número de unidades vendidas $A(t)$ es *creciente* en $(0,1)\cup(3,6)$ y *decreciente* en $(1,3)$, y tiene un *máximo relativo*, $t=1$ con $A(1)=13000$ unidades vendidas y un *mínimo relativo* en $t=3$ con $A(3)=9000$ uniddades vendidas.
Teniendo en cuenta que $A(0)=12000$ y $A(6)=14000$, el *mínimo absoluto* se da en $t=3$, mientras que el *máximo absoluto* se da en $t=6$ con 14000 unidades vendidas.

c) Representamos la función con los datos obtenidos en los apartados anteriores:




Las ventas comienzan creciendo, por lo que debió haber una campaña publicitaria antes del lanzamiento. Posteriormente, tras alcanzar el máximo, las ventas comienzan a descender, motivo por el cual se hace una nueva campaña en $t=3$ consiguiendo que las ventas remonten de nuevo.

**Ejercicio 3B (2.5 *puntos*)**

*El ayuntamiento de una ciudad está renovando un parque y va a construir un lago artificial con forma curva, delimitado por un sendero recto. El parque tiene forma rectangular y sus dimensiones (en metros) van de 0 a 50 en el eje $x$ y de 0 a 90 en el eje $y$. La silueta del lago sigue la función $y = -\frac{2}{10}x^2 + 11x - 70$ (metros), y se sitúa al norte del sendero, definido por la recta $y = x + 10$.*

a) *(0.75 puntos) Representar el parque después de que esté terminada su renovación.*

b) *(1 punto) Calcular la superficie del lago.*

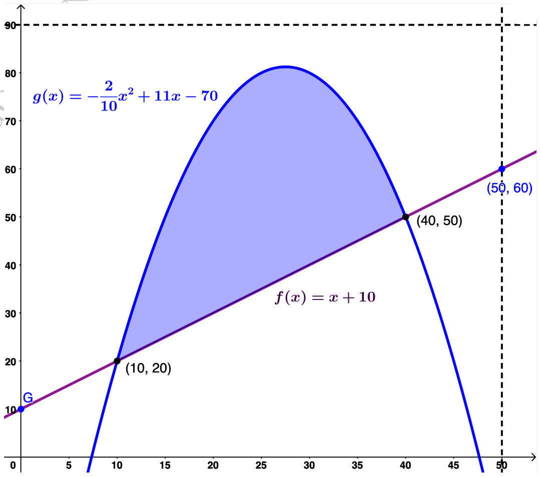
c) *(0.75 puntos) La superficie del parque situada al norte del sendero se va a plantar con flores y la situada al sur con césped. Calcular el coste de renovación del parque si el coste de construcción del lago supone 1000 €/$m^2$, la zona de flores 180 €/$m^2$ y la zona de césped 110 €/$m^2$.*

*(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 B*

**Solución.**

- El sendero $f(x) = x + 10$ es una recta creciente que pasa por $(0, 10)$ y $(50, 60)$.
- El límite norte del lago, que viene dado por $g(x) = -\frac{2}{10}x^2 + 11x - 70$ es una parábola *cóncava* ($\cap$) con vértice en $x = 27.5$.
- Los puntos de intersección de $f$ y $g$ son:

$$x + 10 = -\frac{2}{10}x^2 + 11x - 70$$
$$\implies -\frac{1}{5}x^2 + 10x - 80 = 0$$
$$\implies (10, 20) \text{ y } (40, 50)$$




b) El lago está limitado en su parte superior por $g(x)$ y por la inferior por $f(x)$ en el recinto $(10, 40)$.

$$S_{\text{lago}} = \int_{10}^{40} [g(x) - f(x)]\, dx = \int_{10}^{40} \left(-\frac{1}{5}x^2 + 10x - 80\right) dx = -\frac{x^3}{15} + 5x^2 - 80x\Big]_{10}^{40}$$
$$= \left(-\frac{64000}{15} + 8000 - 3200\right) - \left(-\frac{1000}{15} + 500 - 800\right) = 900\ m^2$$

c) La superficie situada al sur es un trapecio con bases 10 y 60 y altura 50 cuyo área es $S_{sur} = \frac{10+60}{2} \cdot 50 = 1750\ m^2$. La del norte es la diferencia entre la superficie del terreno, la del lago y la del sur: $S_{norte} = 50 \cdot 90 - 900 - 1750 = 1850\ m^2$

$$C_{total} = C_{\text{flores}} + C_{\text{lago}} + C_{\text{césped}} = 1850 \cdot 180 + 900 \cdot 1000 + 1750 \cdot 110 = 1425500\ €$$

**Ejercicio 4A (2.5 *puntos*)**

*Un taller especializado repara aparatos eléctricos de dos tipos, $A$ y $B$. La reparación de cada aparato tipo $A$ precisa de la sustitución de 3 componentes electrónicas y requiere 4 horas de trabajo. La reparación de cada aparato tipo $B$ precisa de la sustitución de 5 componentes electónicas y requiere 6 horas de trabajo. Si el taller dispone de 480 componentes electrónicas y de 600 horas de trabajo, y los beneficios que se obtienen por cada aparato $A$ y $B$ reparado son, repectivamente 80 y 130 euros.*

*a) (1 punto) Formular el correspondiente problema de programación lineal*

*b) (0.75 puntos) Representar la región factible e indicar cuáles son sus vértices.*

*c) (0.75 puntos) ¿Cuántos aparatos de cada tipo se deben reparar para maximizar el beneficio? ¿Cuál es el valor de dicho beneficio?*

*(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 A*

**Solución.**

| | Tipo $A$ | Tipo $B$ | Restricción |
|---|---|---|---|
| Componentes electrónicos | 3 | 5 | $\leq 480$ |
| Horas de trabajo | 4 | 6 | $\leq 600$ |



- `Incógnitas:` $x \equiv$ "Nº de aparatos de tipo $A$"
  $y \equiv$ "Nº de aparatos de tipo $B$"

- `Restricciones:` Escribimos las restricciones y los puntos para su representación

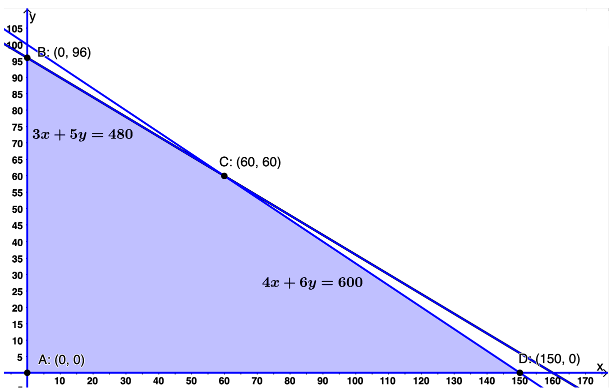
- $$\begin{cases} (1)\ 3x + 5y \leq 480 & \rightarrow (0,96) \quad \& \quad (160,0) \\ (2)\ 4x + 6y \leq 600 & \rightarrow (0,100) \quad \& \quad (150,0) \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

- `Función objetivo` $f(x,y) = 80x + 130y$ (euros)

- `Región factible` Representamos la región y calculamos los vértices.

- `Optimización de F.O.` Evaluamos $f(x,y)$ en cada vértice

| Punto | $x$ | $y$ | $f(x,y)$ |
|---|---|---|---|
| A | 0 | 0 | 0 |
| B | 0 | 96 | 12480 |
| C | 60 | 60 | 12600 |
| D | 150 | 0 | 12000 |




El *beneficio máximo* es de 12600 € reparando 60 equipos de cada tipo.

**Ejercicio 4B (2.5 *puntos*)**

*En la cafetería* "Desayuna como un mencey" *ofrecen desayunos ecológicos y saludables, compuestos por batidos de frutas, yogur con cereales y tortitas. Tres amigos han ido en tres ocasiones a desayunar. El primer día decidieron probar entre los tres dos batidos, una tortita y un yogur con cereales, pagando un total de* 12.25 *euros. Otro día aprovechando que las tortitas tenían un descuento del* 20 % *y pidieron* 3*, acompañándolas con dos batidos, pagando un total de* 13.90 *euros. Ayer descubrieron que si pedían* 3 *batidos y* 3 *yogures con cereales pagarían un euro menos que si pedían* 2 *batidos,* 2 *yogures y* 2 *tortitas.*

*a) (1.5 puntos) Plantear el correspondinte sistema de ecuaciones.*

*b) (1 punto) ¿Qué precio tienen los batidos, yogures y las tortitas en esta cafetería?*

*(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 B*

**Solución.**

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio del batido de frutas”} \\ y &\equiv \text{“Precio del yogur de cereales”} \\ z &\equiv \text{“Precio de las tortitas”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} 2x + y + z = 12.25 \\ 2x + 3 \cdot 0.8z = 13.9 \\ 3x + 3y + 1 = 2x + 2y + 2z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y - 2z = -1 \\ 2x + y + z = 12.25 \\ 20x + 24z = 139 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 12.25 \\ 20 & 0 & 24 & 139 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 - 2F_1 \\ F_3 - 20F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 5 & 14.25 \\ 0 & -20 & 64 & 159 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - 20F_2 \end{bmatrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 5 & 14.25 \\ 0 & 0 & -36 & -126 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x + 3.25 - 2 \cdot 3.5 = -1 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -y + 5 \cdot 3.5 = 14.25 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -36z = -126 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 2.75 \\ y = 3.25 \\ z = 3.5 \end{array}}$$