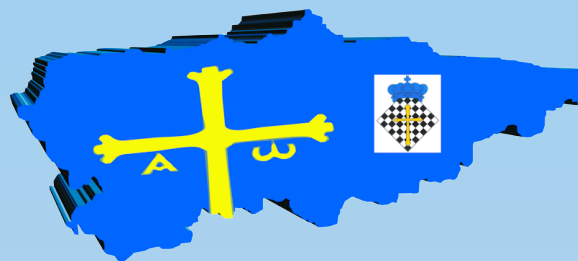


MATEMATICAS CCSS EXAMENES RESUELTOS



EVAU JULIO 2025 - Extraordinario -

<https://aprendeconmigomelon.com>

Iñigo Zunzunegui Monterrubio



Julio 2025 (Extraordinario)

Ejercicio 1A (2.5 puntos)

Dada la función $f(x) = -x^3 - x^2 + 2x$:

a) (0.5 puntos) Encuentra la primitiva F de f para la que $F(1) = 2$.

b) (2 puntos) ¿Qué valor toma f en $x = 0$? Estudia la monotonía de f en $x = 0$. Determina un intervalo del dominio en el que f tome valores tanto positivos como negativos. ¿A partir de qué valor f decrece indefinidamente?. Calcula el área limitada por la función f y el eje X entre $x = -1$ y $x = 1$.

(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque A - Extraordinario)

Solución.

$$a) F(x) = \int f(x) dx = \int (-x^3 - x^2 + 2x) dx = -\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 + C$$

$$F(1) = 2 \implies -\frac{1}{4} - \frac{1}{3} + 1 + C = 2 \implies C = \frac{19}{12} \implies F(x) = -\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 + \frac{19}{12}$$

$$b) f(x) = -x^3 - x^2 + 2x = -x \cdot (x^2 + x - 2) = -x \cdot (x+2) \cdot (x-1) = 0 \implies x = \{-2, 0, 1\}$$

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 0)$	$(0, 1)$	$(1, +\infty)$
Signo $f(x)$	+	-	+	-

Tenemos $f(0) = 0$ y estudiando el signo de la función tenemos que, por ejemplo, en el intervalo $(-1, 1)$ la función $f(x)$ toma valores tanto positivos como negativos.

$$f'(x) = -3x^2 - 2x + 2 = 0 \implies x = \{-1.215, 0.549\}$$

	$(-\infty, -1.215)$	$(-1.215, 0.549)$	$(0.549, +\infty)$
Signo $f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$

A la vista de la monotonía de la función podemos ver que en $x = 0 \implies f'(x) > 0$, luego la función es *creciente*. Además observamos que $f(x)$ decrece ilimitadamente a partir del punto $x = 0.549$.

Entre $x = -1$ y $x = 1$ tenemos dos recintos de integración $A_1 : (-1, 0)$ y $A_2 : (0, 1)$

$$A_1 = \int_{-1}^0 f(x) dx = F(0) - F(-1) = 0 - \frac{13}{12} = -\frac{13}{12}$$

$$A_2 = \int_0^1 f(x) dx = F(1) - F(0) = \frac{5}{12} - 0 = \frac{5}{12}$$

$$\text{Area} = |A_1| + |A_2| = \frac{13}{12} + \frac{5}{12} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ u}^2$$

_____ o _____

Ejercicio 1B (2.5 puntos)

Una empresa vende 5000 kg de su producto cuando el precio por kg es de 500 euros. Si el precio aumenta y pasa a ser x euros por kg, la cantidad vendida disminuye en $10 \cdot (x - 500)$ kg. Si el precio baja y pasa a ser x euros por kg, la cantidad vendida aumenta en $10 \cdot (500 - x)$ kg.

- a) (1 punto) Determina la expresión de la función f que representa las ventas (en euros) de la compañía en función del precio por kg del producto (x).
- b) (1.5 puntos) ¿Cuál debe ser el precio por kg del producto para que las ventas sean máximas? ¿Qué valor tendrían, en ese caso, las ventas? ¿Qué rango de valores de precio por kg del producto tiene sentido, es decir, da lugar a ventas positivas?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque B - Extraordinario)

Solución.

a) $f(x) = x \cdot [5000 - 10 \cdot (x - 500)] = 10000x - 10x^2, \forall x \geq 0$

b) $f'(x) = 10000 - 20x = 0 \implies x = 500$

$f''(x) = -20 \implies f''(500) = -20 < 0 \stackrel{(\cap)}{\implies}$ Máximo en $x = 500$, por lo tanto las ventas son máximas para un precio de 500 €/kg y valdrá $f(500) = 2500000$ €.

$f(x) = 10000x - 10x^2 = 10x \cdot (1000 - x) = 0 \implies x = \{0, 1000\}$

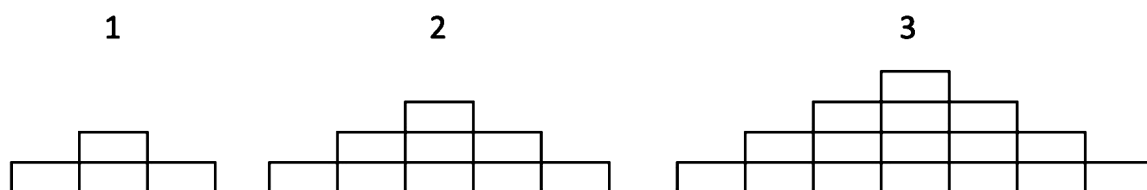
	$(0, 1000)$	$(1000, +\infty)$
Signo $f(x)$	+	-

Las ventas son positivas para un precio del kg comprendido entre $(0, 1000)$ euros.

_____ o _____

Ejercicio 2A (2.5 puntos)

Observa la siguiente secuencia de figuras.

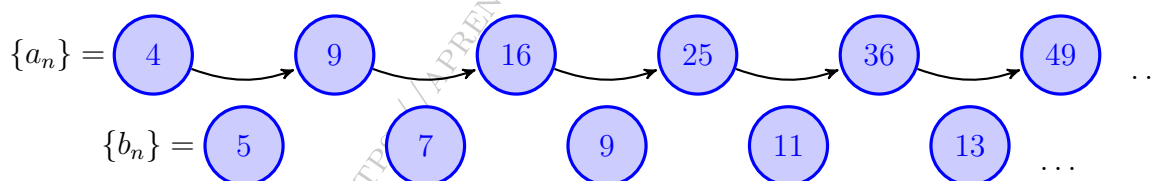


- a) (2 puntos) Determina cuántos rectángulos habrá en la figura número 13. Encuentra una fórmula general que relacione el número de figura con el número de rectángulos y explica cómo has llegado a ella dejando claro qué representa cada símbolo que uses (por ejemplo, “con n represento el número de figuras”).
- b) (0.5 puntos) Encuentra un número x mayor que 300 para el que exista una figura que tenga exactamente x rectángulos. ¿Qué número de figura sería?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque A - Extraordinario)

Solución.

- a) El número de rectángulos de las figuras define una sucesión $\{a_n\} = \{4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$ que no es ni aritmética ni geométrica. Creamos una nueva sucesión $\{b_n\}$ con las diferencias entre los elementos de la sucesión original $\{a_n\}$. Como la sucesión $\{b_n\}$ es una progresión aritmética entonces estamos ante una sucesión triangular:



Identificamos los siguientes elementos:

$$a_1 = 4 \quad \& \quad b_1 = 5 \quad \& \quad d = 2$$

Si nos damos cuenta $a_2 = a_1 + b_1$ & $a_3 = a_2 + b_2 = a_1 + b_1 + b_2 \implies a_n = a_1 + S_{n-1}$, siendo S_{n-1} la suma de los $n-1$ primeros términos de la progresión aritmética $\{b_n\}$ que pasamos a calcular:

$$b_{n-1} \xrightarrow{b_n = b_1 + (n-1) \cdot d} b_{n-1} = 5 + (n-1-1) \cdot 2 = 2n+1$$

$$S_{n-1} = \frac{b_1 + b_{n-1}}{2} \cdot (n-1) = \frac{5 + 2n+1}{2} \cdot (n-1) = (3+n) \cdot (n-1) = n^2 + 2n - 3$$

$$a_n = a_1 + S_{n-1} = 4 + n^2 + 2n - 3 = n^2 + 2n + 1 \implies \boxed{a_n = (n+1)^2}$$

Y por tanto en la figura 13 habrá $a_{13} = (13+1)^2 = 196$ rectángulos.

Tienes la solución teórica del término general de una progresión triangular en la nota al pie ¹

Solución alternativa: Otra forma de resolver este ejercicio es darse cuenta de que si reordenamos los rectángulos a la derecha del vértice superior apilándolos en la parte izquierda vamos obteniendo cuadrados de lado igual a la altura del vértice, es decir $\{2, 3, 4, \dots\}$. Por lo tanto la figura n tendrá $a_n = (n + 1)^2$ rectángulos, y por tanto la figura 13 tendrá $(13 + 1)^2 = 196$ rectángulos.

Es cierto que esta solución parece más sencilla, pero dudo que en el contexto de un examen se te ocurra salvo que conozcas el truco ;)

- b) Buscamos $a_n = (n + 1)^2 > 300 \implies n > \sqrt{300} - 1 = 16.32 \implies n = 17$. Por lo tanto la figura 17 tendrá $a_n = (17 + 1)^2 = 324$ rectángulos y será la primera de la serie con más de 300 rectángulos.

_____ o _____

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

¹Si nos damos cuenta que $a_2 = a_1 + b_1$ & $a_3 = a_2 + b_2 = a_1 + b_1 + b_2 \implies a_n = a_1 + S_{n-1}\{b_n\}$
En una progresión aritmética

$$S_n = \frac{b_1 + b_n}{2} \cdot n \xrightarrow{b_n = b_1 + (n-1) \cdot d} S_n = \frac{b_1 + b_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n = \frac{2b_1n + (n-1) \cdot dn}{2}$$

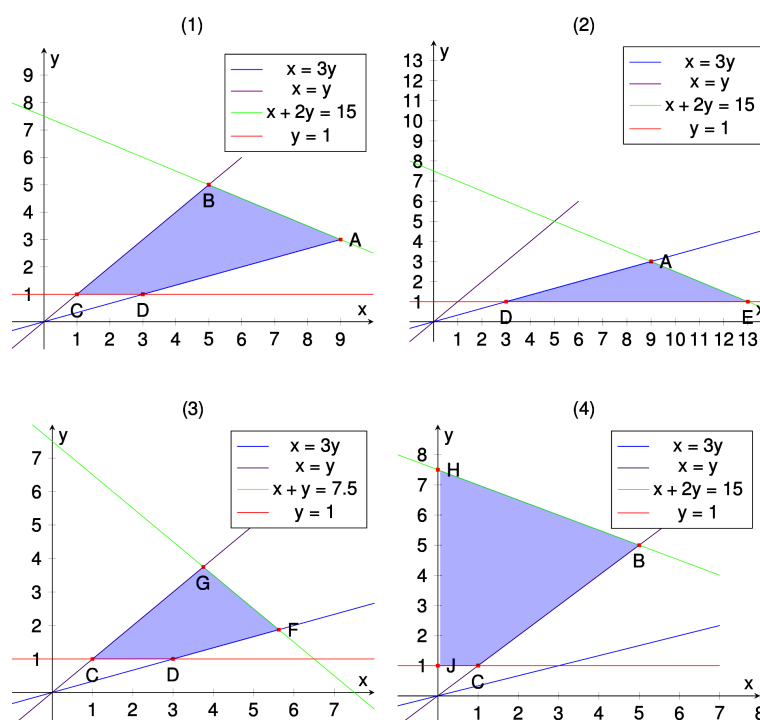
$$S_{n-1}\{b_n\} = \frac{2b_1 \cdot (n-1) + (n-1-1) \cdot (n-1)d}{2} = \dots = b_1 \cdot (n-1) + \frac{n^2 - 3n + 2}{2} \cdot d$$

$$a_n = a_1 + S_{n-1}\{b_n\} = a_1 + b_1 \cdot (n-1) + \frac{n^2 - 3n + 2}{2} \cdot d \implies a_n = \frac{d}{2}n^2 + \left(b_1 - \frac{3d}{2}\right)n + (a_1 - b_1 + d)$$

Ejercicio 2B (2.5 puntos)

Un terapeuta organiza el tiempo diario que dedica a tratar paciente en sesiones de tipo A, que duran 30 minutos, y sesiones de tipo B, que duran 60 minutos. En total dedica, a lo sumo, 7 horas y media diarias a tratar pacientes y al menos una sesión al día siempre es de tipo B. Además, quiere tener al menos tantas sesiones diarias de tipo A como de tipo B y también quiere que el número de sesiones de tipo A sea, a lo sumo, el triple que el número de las de tipo B.

- a) (0.5 puntos) ¿Puede dar en un día 8 sesiones de tipo A y 5 de tipo B?
- b) (1.5 puntos) Si llamamos x al número de sesiones de tipo A e y al número de sesiones de tipo B que hace el terapeuta, explica cuál de las siguientes representaciones se corresponde con las posibles soluciones a la pregunta ¿Cuántas sesiones de cada tipo puede programar el terapeuta?



- c) (0.5 puntos) Si por las sesiones de tipo B cobra el triple que por las sesiones de tipo A, ¿cuántas sesiones de cada tipo hacen máximo el beneficio diario?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque B - Extraordinario)

Solución.

- Incógnitas: $x \equiv$ "Nº de sesiones de tipo A"
 $y \equiv$ "Nº de sesiones de tipo B"
- Restricciones: Escribimos las restricciones y los puntos para su representación

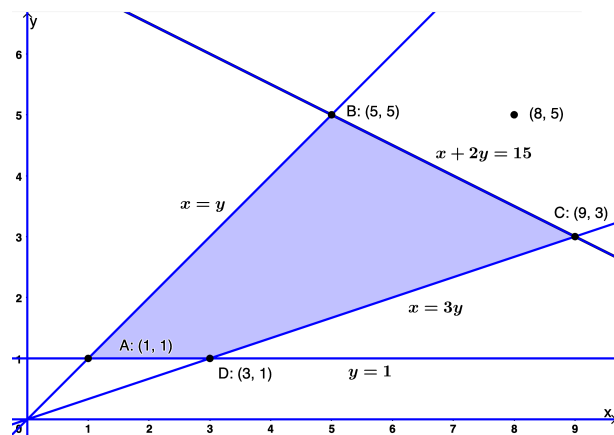
$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} 0.5x + y \leq 7.5 \\ \textcircled{2} y \geq 1 \\ \textcircled{3} x \geq y \\ \textcircled{4} x \leq 3y \\ x, y \geq 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} x + 2y \leq 15 \rightarrow (0, 7.5) \quad \& \quad (15, 0) \\ \textcircled{2} y \geq 1 \rightarrow (0, 1) \\ \textcircled{3} x \geq y \rightarrow (0, 0) \quad \& \quad (10, 10) \\ \textcircled{4} x \leq 3y \rightarrow (0, 0) \quad \& \quad (15, 5) \\ x, y \geq 0 \end{array} \right.$$

■ Función objetivo $f(x, y) = px + 3py$ (euros)

■ Región factible Representamos la región y calculamos los vértices.

■ Optimización de F.O. Evaluamos $f(x, y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x, y)$
A	1	1	$4p$
B	5	5	$20p$
C	9	3	$18p$
D	3	1	$6p$



- a) Si representamos el punto $(8, 5)$ vemos que queda fuera de la región factible, por lo que no puede dar en un día 8 sesiones de tipo A y 5 de tipo B cumpliendo las restricciones. Otra forma de verlo es comprobar que no cumple alguna de las restricciones:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \textcircled{1} & x + 2y \leq 15 \implies 8 + 2 \cdot 5 \not\leq 15 ! \\ \textcircled{2} & y \geq 1 \implies 5 \geq 1 \checkmark \\ \textcircled{3} & x \geq y \implies 8 \geq 5 \checkmark \\ \textcircled{4} & x \leq 3y \implies 8 \leq 3 \cdot 5 \checkmark \\ & x, y \geq 0 \end{array} \right.$$

- b) La representación correcta del problema es la figura (1). Nótese que la figura (3) tiene una restricción $x + y = 7.5$ incorrecta.
- c) Si llamamos p al precio de la sesión tipo A y $3p$ al de la sesión tipo B, la función objetivo sería $f(x, y) = px + 3py$ y el número de sesiones que maximizan el beneficio diario son 5 de cada tipo, elevándose el beneficio a $f(5, 5) = 20p$ euros.

_____ ○ _____

Ejercicio 3A (2.5 puntos)

Dado el sistema de ecuaciones siguiente, con incógnitas x e y :

$$\begin{cases} x - y = -m \\ 10x + (10 + m)y = 150 \end{cases}$$

a) (1.5 puntos) ¿Para qué valores del parámetro m el sistema tiene una única solución?

b) (1 punto) Si el sistema fuera:

$$\begin{cases} x - y = -\lambda \\ 10x + (10 + m)y = 150 \end{cases}$$

encuentra el valor de m y un valor de λ para los que el sistema tenga infinitas soluciones y calcula una de ellas.

(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque A - Extraordinario)

Solución.

a) Escribimos el sistema en forma matricial:

$$A/A^* = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -m \\ 10 & 10+m & 150 \end{array} \right)$$

Hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A .

$$|A| = 20 + m = 0 \implies m = -20$$

■ Si $m \neq -20$ $|A| \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 3 = \text{ran}(A^*) = \text{n}^\circ \text{ incóg.} \xrightarrow{\text{Rouche}} \text{SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO (Solución única).}$

$$\text{b) Si } m = -20 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -\lambda \\ 10 & -10 & 150 \end{array} \right)$$

$$|A| = 0 \implies \text{ran}(A) < 3 \text{ y como } |1| \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 1$$

$$\left| \begin{array}{cc|c} 1 & -\lambda & \\ 10 & 150 & \end{array} \right| = 150 + 10\lambda = 0 \implies \boxed{\lambda = -15} \implies \text{ran}(A^*) = 1$$

$\text{ran}(A) = 1 = \text{ran}(A^*) \neq \text{n}^\circ \text{ incóg.} = 2 \xrightarrow{\text{Rouche}} \text{SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO (Infinitas soluciones)}$

Resolvemos el sistema para $m = -20$ y $\lambda = -15$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 15 \\ 10 & -10 & 150 \end{array} \right) \sim \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 - 10F_1 \end{array} \right] \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 15 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x - \mu &= 15 & \Rightarrow & \boxed{\begin{array}{l} x = 15 + \mu \\ y = \mu \end{array}}, \mu \in \mathbb{R} & \xrightarrow{\mu=0} & \boxed{\begin{array}{l} x = 15 \\ y = 0 \end{array}} \\ \Rightarrow y &= \mu & \Rightarrow & \end{aligned}$$

————— o —————

Ejercicio 3B (2.5 puntos)

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} m & 3 \\ 2m & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ m & 1-m \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} m \\ 2 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 2m \\ 3 \end{pmatrix}$$

- a) (1.5 puntos) Si $A \cdot B \cdot C + D = E$, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por x e y) en función del parámetro m .
- b) (1 punto) Indica un valor de m para el cual el sistema no tenga solución y explica por qué.

(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque B - Extraordinario)

Solución.

$$\begin{aligned} \text{a) } A \cdot B \cdot C + D = E &\implies \begin{pmatrix} m & 3 \\ 2m & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ m & 1-m \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2m \\ 3 \end{pmatrix} \\ &\implies \begin{pmatrix} 3m & 3-2m \\ 2m & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2m \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} m \\ 2 \end{pmatrix} \\ &\implies \begin{pmatrix} 3m & 3-2m \\ 2m & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ 1 \end{pmatrix} \implies A/A^* = \begin{pmatrix} 3m & 3-2m & | & m \\ 2m & 2 & | & 1 \end{pmatrix} \\ &\implies \begin{cases} 3mx + (3-2m)y = m \\ 2mx + 2y = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

- b) El sistema no tiene solución, es decir, es INCOMPATIBLE, si $\text{ran}(A) = 1$ y $\text{ran}(A^*) = 2$

$$|A| = 4m^2 = 0 \implies \boxed{m = 0} \implies A^* = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ y como } \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 2$$

_____ o _____

Ejercicio 4A (2.5 puntos)

El 70 % de los asistentes a un partido de fútbol son aficionados del equipo local. El resto, del equipo visitante. Las entradas solo se pueden comprar por internet o en taquilla. El 30 % de los aficionados del equipo local y el 60 % de los aficionados del equipo visitante compraron su entrada por internet.

- a) (1.5 puntos) Elegido un asistente al partido al azar, ¿cuál es la probabilidad de que comprase su entrada por internet?
- b) (1 punto) Elegido al azar un asistente entre los que compraron su entrada en taquilla, ¿cuál es la probabilidad de que sea del equipo visitante?

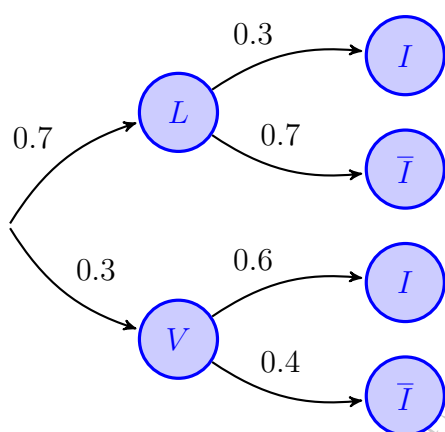
(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque A - Extraordinario)

Solución.

Sean los sucesos:

$L \equiv$ “El aficionado es del equipo local” $V \equiv$ “El aficionado es del equipo visitante”

$I \equiv$ “El aficionado compró por internet” $\bar{I} \equiv$ “El aficionado compró en taquilla”



$$\begin{aligned} \text{a) } P(I) &= P((L \cap I) \cup (V \cap I)) \\ &= P(L \cap I) + P(V \cap I) \\ &= P(L) \cdot P(I | L) + P(V) \cdot P(I | V) \\ &= 0.7 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot 0.6 = 0.39 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(V | \bar{I}) &= \frac{P(V \cap \bar{I})}{P(\bar{I})} = \frac{P(V) \cdot P(\bar{I} | V)}{1 - P(I)} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.4}{1 - 0.39} = 0.1967 \end{aligned}$$

Ejercicio 4B (2.5 puntos)

Una marca de bolsos comercializó tres modelos la pasada primavera. El 3% del total de bolsos fabricados salieron defectuosos. Por otra parte, el 30% de todos los bolsos fabricados eran de tipo A; el 35%, de tipo B y el resto, de tipo C. Además se sabe que el 3% de los de tipo A y el 5% de los de tipo C salieron defectuosos.

- a) (1.5 puntos) Elegido al azar un bolso entre los de tipo B, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?
- b) (1 punto) Elegido un bolso al azar entre los defectuosos, ¿es más probable que sea de tipo A o de tipo B?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque B - Extraordinario)

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ “El bolso es de tipo A”

$B \equiv$ “El bolso es de tipo B”

$C \equiv$ “El bolso es de tipo C”

$D \equiv$ “El bolso es defectuoso”

Del enunciado tenemos:

$$P(A \cap D) = P(A) \cdot P(D | A) = 0.3 \cdot 0.03 = 0.009$$

$$P(C \cap D) = P(C) \cdot P(D | C) = 0.35 \cdot 0.05 = 0.0175$$

	A	B	C	Total
D	0.009	0.0035	0.0175	0.03
$\overline{D}$	0.291	0.3465	0.3325	0.97
Total	0.3	0.35	0.35	1

$$a) P(D | B) = \frac{0.0035}{0.35} = 0.01$$

$$b) P(A | D) = \frac{0.009}{0.03} = 0.3$$

$$P(B | D) = \frac{0.0035}{0.03} = 0.1167$$

Es más probable que el bolso defectuoso sea el de tipo A

— o —

Ejercicio 5A (2.5 puntos)

El peso de los yogures de cierta marca sigue una distribución normal con desviación típica 2.7 g.

- a) (1 punto) ¿Cuál es el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el verdadero peso medio a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 0.5 g y un nivel de confianza del 95 %?
- b) (1.5 puntos) Para verificar si el peso medio es realmente el que indica el envase, un cliente pesa 100 yogures obteniendo para ellos un peso medio de 148.5 g. De entre los siguientes intervalos, ¿cuál es imposible que sea un intervalo de confianza construido a partir de esta muestra para el peso medio de los yogures? De los tres restantes, ¿cuál tiene un mayor nivel de confianza y cuál es, en ese caso, el nivel?

$$(1) (147.971; 149.029)$$

$$(2) (147.871; 149.129)$$

$$(3) (149.371; 150.629)$$

$$(4) (148.057; 148.943)$$

(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque A - Extraordinario)

Solución.

$$X \equiv \text{"Peso de los yogures (g)"} \rightarrow X : \mathcal{N}(\mu, 2.7)$$

$$\text{a) } n = ? \quad \& \quad E < 0.5 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.95$$

$$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow \alpha/2 = 0.025 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.975 \xrightarrow{\text{Tabla}} z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{2.7}{\sqrt{n}} < 0.5 \Rightarrow n > \left(1.96 \cdot \frac{2.7}{0.5}\right)^2 = 112.02 \Rightarrow \boxed{n = 113}$$

$$\text{b) } X : \mathcal{N}(\mu, 2.7) \xrightarrow{n=100} \bar{x} = 148.5$$

$$(1) \bar{x} = \frac{147.971 + 149.029}{2} = 148.5$$

$$2E = 149.029 - 147.971 = 1.058$$

$$(2) \bar{x} = \frac{147.871 + 149.129}{2} = 148.5$$

$$2E = 149.129 - 147.871 = 1.258$$

$$(3) \bar{x} = \frac{149.371 + 150.629}{2} = 150 \neq 148.5$$

$$(4) \bar{x} = \frac{148.057 + 148.943}{2} = 148.5$$

$$2E = 148.943 - 148.057 = 0.886$$

- El intervalo (3) no está centrado en la media $\bar{x} = 148.5$ por lo que no puede ser un intervalo de confianza
- Si aumentamos el nivel de confianza $1 - \alpha$, aumentamos $z_{\alpha/2}$ y por tanto el error $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ y la amplitud del intervalo $2E$. Por lo tanto el intervalo de confianza con mayor nivel de confianza será el que tenga mayor amplitud, es decir el (2).

$$2E = 2z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{2.7}{\sqrt{100}} = 1.258 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.33 \xrightarrow{\text{Tabla}} 1 - \alpha/2 = 0.99$$

$$1 - \alpha/2 = 0.99 \Rightarrow \alpha/2 = 0.01 \Rightarrow \alpha = 0.02 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.98 \Rightarrow 98\%$$

————— o —————

Ejercicio 5B (2.5 puntos)

Un banco quiere estimar la proporción de clientes que realizan todas sus gestiones por internet.

- a) (1 punto) Determina el tamaño muestral mínimo necesario para estimar la verdadera proporción de clientes que realizan todas sus gestiones por internet a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de 0.05 y un nivel de confianza del 99 %.
- b) (1 punto) A partir de una muestra aleatoria de 600 clientes se construyó un intervalo de confianza al nivel de confianza del 95 % para estimar la proporción de clientes que realizan todas sus gestiones por internet. El intervalo resultante fue (0.395; 0.475). ¿Cuántos clientes, de los 600 de la muestra, realizaron todas sus gestiones por internet?
- c) (0.5 puntos) Según el intervalo de confianza del apartado anterior, ¿tiene sentido pensar que la verdadera proporción de clientes en la población que realizan todas sus gestiones por internet sea 0.5? Responde intentando medir o estimar de alguna forma cuánto te fías de tu razonamiento.

(Asturias - Matemáticas CCSS - Julio 2025 - Bloque B - Extraordinario)

Solución.

- a) $n = ?$ & $E < 0.05$ & $1 - \alpha = 0.99$ & $\hat{p} = 0.5$ valor que maximiza σ .

$$1 - \alpha = 0.99 \Rightarrow \alpha = 0.01 \Rightarrow \alpha/2 = 0.005 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.995 \xrightarrow{\text{Tabla}} z_{\alpha/2} = 2.58$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 2.58 \cdot \sqrt{\frac{0.5 \cdot 0.5}{n}} < 0.05 \Rightarrow n \geq \left(\frac{2.58}{0.05}\right)^2 \cdot 0.5 \cdot 0.5 = 665.64$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 666}$$

- b) $n = 600$ & $I.C._{95\%}(p) = (0.395; 0.475) \Rightarrow \hat{p} = \frac{0.395 + 0.475}{2} = 0.435$

$$E(X) = np = 600 \cdot 0.435 = 261 \text{ clientes.}$$

- c) Como $0.5 \notin I.C._{95\%}(p)$ no se puede afirmar que, con un nivel de confianza del 95 %, la proporción de clientes que hacen todas sus gestiones por internet sea 0.5.

————— o —————