

MATEMATICAS CCSS EXAMENES RESUELTOS



EVAU JULIO 2025 - Extraordinario -

<https://aprendeconmigomelon.com>

Iñigo Zunzunegui Monterrubio



Julio 2025 (Extraordinario)

Ejercicio 1 (2.5 puntos)

Un agricultor siembra dos tipos de cultivos, maíz y trigo, con beneficios económicos de 800 € y 500 € por hectárea, respectivamente. Por cada hectárea, el maíz requiere 200 kg de fertilizante y el trigo requiere 300 kg de fertilizante. La disponibilidad total de fertilizante es de 6000 kg. Además, el agricultor debe plantar al menos 10 hectáreas entre maíz y trigo, y la superficie de maíz no debe exceder a la superficie de trigo.

- a) (8 puntos) Plantee y resuelva un problema de programación lineal que permita maximizar el beneficio.
- b) (2 puntos) Considerando la región factible definida en el apartado anterior y suponiendo que el beneficio por hectárea de maíz es de 800 € y el de trigo es de 1200 €, justifique si (3, 18) podría ser una solución óptima del nuevo problema de optimización.

(Aragón - Matemáticas CCSS - Julio 2025)

Solución.

	Maíz	Trigo	Restricción
Fertilizante (kg)	200	300	≤ 6000

- Incógnitas: $x \equiv$ "Superficie de maíz (Ha)"
 $y \equiv$ "Superficie de trigo (Ha)"
- Restricciones: Escribimos las restricciones y los puntos para su representación

$$\begin{cases} \textcircled{1} 200x + 300y \leq 6000 & \rightarrow (0, 20) \quad \& \quad (30, 0) \\ \textcircled{2} x \leq y & \rightarrow (0, 0) \quad \& \quad (10, 10) \\ \textcircled{3} x + y \geq 10 & \rightarrow (0, 10) \quad \& \quad (10, 0) \\ x, y \geq 10 \end{cases}$$

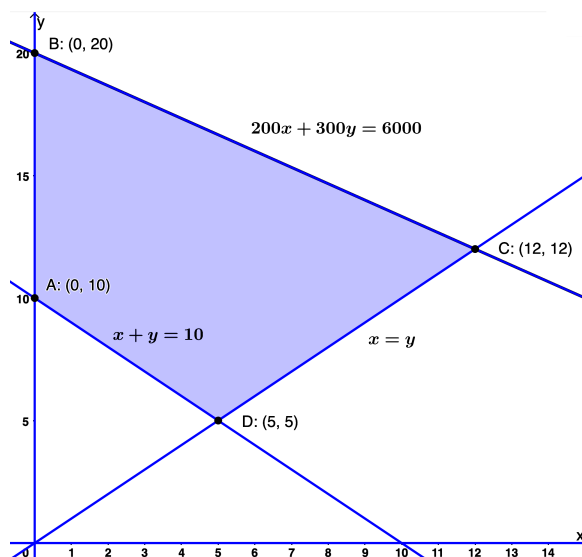
- Función objetivo $f(x, y) = 800x + 500y$ (euros)

- Región factible Representamos la región y calculamos los vértices.

- Optimización de F.O. Evaluamos $f(x, y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x, y)$
A	0	10	5000
B	0	20	10000
C	12	12	15600
D	5	5	6500

El beneficio máximo es de 15600 € cultivando 12 hectáreas de maíz y 12 de trigo.



- b) ■ F. Objetivo: $800x+1200y$ (€) El *beneficio máximo* es de 24000 € y se produce en cualquier punto del segmento que une los puntos $B : (0, 20)$ y $C : (12, 12)$.
- Optimización de F.O. Evaluamos $f(x, y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x, y)$
A	0	10	12000
B	0	20	24000
C	12	12	24000
D	5	5	10000

$$S = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = \frac{60 - 2x}{3}, 0 \leq x \leq 12 \right\}$$

Veamos si el punto $(3, 18) \in S$

$$18 = \frac{60 - 2 \cdot 3}{3} \checkmark$$

Por lo tanto el punto $(3, 18)$ será una solución óptima del problema.

_____ o _____

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 2 (2.5 puntos)

La función

$$B(x) = \begin{cases} 2x \cdot (32 - 4x) & , \text{ si } 0 \leq x \leq 3 \\ -20x + 180 & , \text{ si } 3 < x \leq 9 \end{cases}$$

representa el beneficio mensual de una empresa, en miles de euros, en función del precio unitario (€), x , al que vende su producto.

- a) (4 puntos) Justifique si la función $B(x)$ es continua.
- b) (6 puntos) Calcule el precio unitario al que la empresa debe vender el producto para obtener el máximo beneficio e indique a cuánto asciende dicho valor.

(Aragón - Matemáticas CCSS - Julio 2025)

Solución.

- a) ■ Si $x \neq 3$ el beneficio $B(x)$ es una función continua pues son polinomios.
- Si $x = 3$

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow 3^-} B(x) &= \lim_{x \rightarrow 3^-} 2x \cdot (32 - 4x) = 120 \\ \bullet \lim_{x \rightarrow 3^+} B(x) &= \lim_{x \rightarrow 3^+} (-20x + 180) = 120 \\ \bullet B(3) &= 6 \cdot (32 - 12) = 120 \end{aligned}$$

Como $\lim_{x \rightarrow 3^-} B(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} B(x) = B(3) \implies B(x)$ es continua en $x = 3$.

Por lo tanto la función beneficio $B(x)$ es continua en $[0, 9]$.

$$b) B'(x) = \begin{cases} 64 - 16x = 0 \implies x = 4 & , \text{ si } 0 \leq x < 3 \\ -20 < 0 & , \text{ si } 3 < x \leq 9 \end{cases}$$

	$(0, 3)$	$(3, 9)$
Signo $B'(x)$	+	-
$B(x)$	Creciente ↗	Decreciente ↘

El beneficio es *creciente* en $(0, 3)$ y *decreciente* en $(3, 9)$ y aunque la derivada no se anula en $(0, 9)$, al ser la función continua en $x = 3$, tiene un *máximo relativo*, que es también *absoluto* en $x = 3$ €, siendo el beneficio $B(3) = 120 \implies 120000$ €.

_____ o _____

Ejercicio 3 (2.5 puntos)

En la cafetería de un museo de arte contemporáneo, famosa por sus bebidas personalizadas y su ambiente artístico, los visitantes pueden elegir entre tres tipos de consumiciones preparadas de manera especial: café, té o bebida fría. Entre los jóvenes que frecuentan la cafetería, el 40 % prefieren el café, el 35 % eligen el té y el 25 % optan por una bebida fría. Además, se sabe que, entre quienes prefieren el café, el 50 % lo toman sin azúcar, entre quienes eligen el té, el 80 % lo toman sin azúcar, y entre quienes prefieren una bebida fría, el 40 % la toman sin azúcar.

- a) (4 puntos) Calcule la probabilidad de que un joven elegido al azar haya pedido una bebida fría sin azúcar.
- b) (6 puntos) Se selecciona un joven al azar y sabemos que ha pedido una consumición sin azúcar, calcule la probabilidad de que haya pedido una bebida fría.

(Aragón - Matemáticas CCSS - Julio 2025)

Solución.

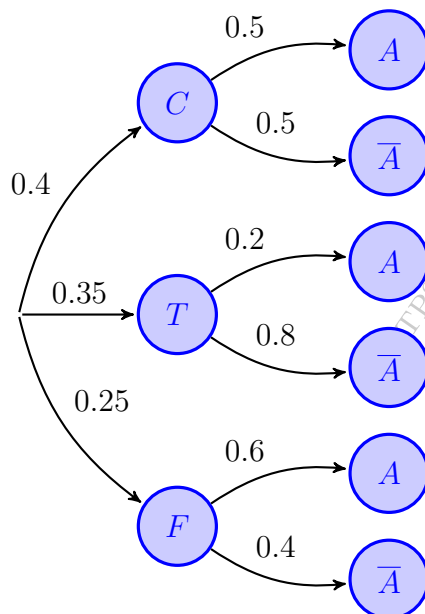
Sean los sucesos:

$C \equiv$ "El visitante toma café"

$T \equiv$ "El visitante toma té"

$F \equiv$ "El visitante toma bebida fría"

$A \equiv$ "La bebida tiene azúcar"



a) $P(F \cap \bar{A}) = P(F) \cdot P(\bar{A} | F) = 0.25 \cdot 0.4 = 0.1$

b)
$$\begin{aligned} P(\bar{A}) &= P((C \cap \bar{A}) \cup (T \cap \bar{A}) \cup (F \cap \bar{A})) \\ &= P(C \cap \bar{A}) + P(T \cap \bar{A}) + P(F \cap \bar{A}) \\ &= P(C) \cdot P(\bar{A} | C) + P(T) \cdot P(\bar{A} | T) \\ &\quad + P(F) \cdot P(\bar{A} | F) = 0.4 \cdot 0.5 \\ &\quad + 0.35 \cdot 0.8 + 0.25 \cdot 0.4 = 0.58 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(F | \bar{A}) &= \frac{P(F \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(F) \cdot P(\bar{A} | F)}{P(\bar{A})} \\ &= \frac{0.25 \cdot 0.4}{0.58} = 0.1724 \end{aligned}$$

Ejercicio 4A (2.5 puntos)

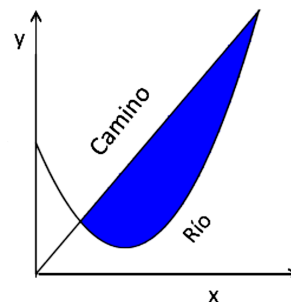
- 1) (5 puntos) Determine el orden de la matriz X para que la ecuación matricial $3AX - B = C$ esté bien planteada, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \& \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -3 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \& \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 \\ 6 & 9 & -6 \end{pmatrix}$$

Resuelva la ecuación matricial despejando previamente X .

- b) (5 puntos) Una finca está delimitada por un río cuyo curso puede describirse mediante la ecuación $y = (x - 2)^2 + 1$ y por un camino que tiene como dirección la ecuación $y = 2x$ (véase la figura para mayor claridad). Suponiendo que tanto el eje x como el eje y se miden en kilómetros, calcule el área de la finca. Sabiendo que en la zona, la hectárea se paga a 3000 €, calcule el precio de la finca.

Nota: $1 \text{ km}^2 = 100 \text{ hectáreas}$



(Aragón - Matemáticas CCSS - Julio 2025)

Solución.

$$\text{I) } 3 \cdot \underbrace{\underbrace{A}_{2 \times 2} \cdot \underbrace{X}_{m \times n}}_{2 \times n} - \underbrace{B}_{2 \times 3} = \underbrace{C}_{2 \times 3} \xrightarrow[n=3]{m=2} X \in \mathcal{M}_{2 \times 3}$$

$$3AX - B = C \implies 3AX = B + C \implies 3 \cdot \underbrace{A^{-1} \cdot A}_I \cdot X = A^{-1} \cdot (B + C)$$

$$\implies 3X = A^{-1} \cdot (B + C) \implies \boxed{X = \frac{1}{3} \cdot A^{-1} \cdot (B + C)}$$

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \left[\begin{pmatrix} 3 & 6 & -3 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 \\ 6 & 9 & -6 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 9 & 3 \\ 9 & 9 & -3 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} -6 & 0 & 6 \\ 15 & 9 & -9 \end{pmatrix} \implies \boxed{X = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 5 & 3 & -3 \end{pmatrix}} \end{aligned}$$

- II) Sean $f(x) = 2x$ el camino y $g(x) = (x - 2)^2 + 1$ el río. Los puntos de corte de ambas funciones son:

$$2x = (x - 2)^2 + 1 \implies 2x = x^2 - 4x + 5 \implies x^2 - 6x + 5 \implies x = \{1, 5\}$$

$$\begin{aligned} \text{Area} &= \int_1^5 [f(x) - g(x)] dx = \int_1^5 (-x^2 + 6x - 5) dx = \left[-\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 5x \right]_1^5 \\ &= \left(-\frac{125}{3} + 75 - 25 \right) - \left(-\frac{1}{3} + 3 - 5 \right) = \frac{32}{3} \text{ km}^2 = \frac{3200}{3} \text{ Ha} \xrightarrow{\times 3000} 3200000 \text{ €} \end{aligned}$$

_____ o _____

Ejercicio 4B (2.5 puntos)

- I) (5 puntos) Justifique la existencia (o ausencia) de asíntotas horizontales, verticales y oblicuas para la función $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 2}$. En caso de que existan, indique sus respectivas ecuaciones.
- II) (5 puntos) Una ONG de Aragón pretende organizar turnos de voluntarios para colaborar con los afectados de una catástrofe. Basándose en experiencias previas, estiman que el 25 % de los aragoneses estarían interesados en participar. No obstante, para tener una estimación más precisa han decidido realizar una encuesta entre la población aragonesa. ¿Cuántas personas deben encuestar como mínimo para estimar la proporción de quienes estarían dispuestos a colaborar con la ONG, con un error máximo del 5 % y con un nivel de confianza del 94 %?

(Aragón - Matemáticas CCSS - Julio 2025)

Solución.

I) ■ Dominio: $x - 2 = 0 \implies x = 2 \implies \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{2\}$

■ A. Vertical: $\exists A.V.$ en $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2}{x - 2} = \left[\frac{6}{0} \right] = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \left[\frac{6}{0^-} \right] = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \left[\frac{6}{0^+} \right] = +\infty \end{cases}$$

■ A. Horizontal: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 2}{x - 2} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \pm\infty \implies \nexists A.H.$

■ A. Oblicua: $\exists A.O.$ en $y = x + 2$

$$\bullet m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2x} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \frac{1}{1} = 1$$

$$\bullet n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^2 + 2}{x - 2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 2 - x^2 + 2x}{x - 2} \\ = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x + 2}{x - 2} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \frac{2}{1} = 2$$

II) $n = ?$ & $\hat{p} = 0.25$ & $\hat{q} = 1 - \hat{p} = 0.75$ & $E < 0.05$ & $1 - \alpha = 0.94$

$$1 - \alpha = 0.94 \implies \alpha = 0.06 \implies \alpha/2 = 0.03 \implies 1 - \alpha/2 = 0.97 \xrightarrow{\text{Tabla}} z_{\alpha/2} = 1.88$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 1.88 \cdot \sqrt{\frac{0.25 \cdot 0.75}{n}} < 0.05 \implies n \geq \left(\frac{1.88}{0.05} \right)^2 \cdot 0.25 \cdot 0.75 = 265.08$$

$$\implies \boxed{n = 266}$$

_____ o _____