



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
306 – MATEMÁTICAS II
EBAU2024 - JULIO

NOTA IMPORTANTE: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las cuatro primeras, en el orden que haya respondido el estudiante. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

- 1: [2,5] Taylor Swift tiene un total de 435 millones de seguidores en las tres siguientes redes sociales: Instagram, X (antiguo Twitter) y YouTube. Si ganara en Instagram tantos seguidores como la mitad de los que tiene en YouTube, el número de sus seguidores en Instagram sería el doble de la suma de los que tiene en X y en YouTube.

Además, si Taylor recibiera cada mes 10 dólares por cada millón de seguidores en Instagram, 20 dólares por cada millón de seguidores en X y 30 dólares por cada millón de seguidores en YouTube, tendría unos ingresos mensuales de 6.500 dólares.

Calcule cuántos seguidores tiene Taylor Swift en cada una de estas redes sociales.

- 2: Se dice que una matriz cuadrada A de orden 2 es una matriz ortogonal si cumple que $A \cdot A^t = I$, donde A^t denota la matriz traspuesta de A e I denota la matriz identidad de orden 2.

- a) [1] Estudie si las siguientes matrices son ortogonales o no:

$$\begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix}.$$

- b) [0,75] Si A es una matriz ortogonal cualquiera de orden 2, calcule razonadamente su determinante.

- c) [0,75] Justifique que si A y B son dos matrices ortogonales cualesquiera de orden 2, entonces el producto $C = A \cdot B$ también lo es.

- 3: Considere la función $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 2x + 3}$, definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$.

- a) [0,5] Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

- b) [1,5] Determine los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento de la función $f(x)$ y calcule sus extremos relativos (máximos y mínimos relativos).

- c) [0,5] Justifique que la función alcanza sus extremos absolutos (máximo y mínimo absolutos) y calcule el valor de dichos extremos absolutos.

- 4: Considere la función $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, definida para todo valor de $x > 0$.

- a) [0,5] Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

- b) [1,5] Calcule la integral indefinida $\int f(x) dx$.

- c) [0,5] Determine el valor de $a > 0$ para el cual se cumple que $\int_1^a f(x) dx = 4$.



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
306 – MATEMÁTICAS II
EBAU2024 - JULIO

- 5:** Considere los planos $x - y + z = 0$ y $x + y - z = 2$ y los puntos $P(1, 2, 3)$ y $Q(1, 1, 3)$.
- a) **[0,75]** Compruebe que ambos planos se cortan en una recta r y calcule la ecuación continua de dicha recta.
 - b) **[1]** Compruebe que el punto P no está en ninguno de los dos planos y calcule la ecuación de la recta que pasa por P y no corta a ninguno de los dos planos.
 - c) **[0,75]** Determine el punto de la recta r que equidista de P y de Q .
- 6:** Considere los planos $x + y + z = -3$ y $x + y - z = 3$ y la recta $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$.
- a) **[0,75]** Compruebe que ambos planos se cortan y calcule el ángulo que forman.
 - b) **[0,75]** Estudie la posición relativa de la recta r con el plano $x + y - z = 3$.
 - c) **[1]** Determine los puntos de la recta r que equidistan de ambos planos.
- 7:** El 60 % de los habitantes de una población consume pan integral, el 40 % consume pan blanco y el 20 % consume ambos tipos de pan.
- a) **[0,5]** ¿Son independientes los sucesos “consumir pan integral” y “consumir pan blanco”?
 - b) **[0,5]** Sabiendo que un habitante consume pan integral, ¿cuál es la probabilidad de que consuma pan blanco?
 - c) **[0,75]** Calcule el porcentaje de la población que no consume ninguno de los dos tipos de pan.
 - d) **[0,75]** Sabiendo que un habitante no consume pan integral, ¿cuál es la probabilidad de que consuma pan blanco?
- 8:** Trabaje con 4 cifras decimales para las probabilidades y con 2 para los porcentajes. Una fábrica de componentes de ordenador produce 2500 microprocesadores al día. Sabiendo que el porcentaje de microprocesadores defectuosos fabricados es del 2 %, responda razonadamente a las siguientes cuestiones:
- a) **[0,5]** ¿Qué distribución sigue la variable aleatoria que cuenta el número de microprocesadores defectuosos fabricados al día?
 - b) **[0,5]** Calcule la media y la desviación típica de esta distribución.
 - c) **[0,75]** ¿Cuál es la probabilidad de que en un día el número de microprocesadores defectuosos fabricados sea menor o igual que 57?
 - d) **[0,75]** ¿Cuál es la probabilidad de que en un día el número de microprocesadores defectuosos fabricados sea exactamente 50?