

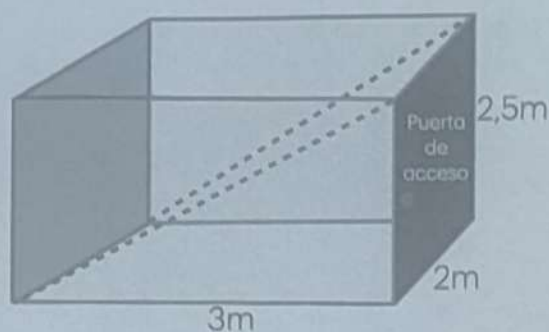


El examen consta de cuatro partes: la primera no tiene diferentes opciones, y las otras tres tienen dos posibles problemas, a contestar solo uno. En caso de contestar dos problemas de una misma parte, solo se evaluará el primero.

Justificad las respuestas utilizando lenguaje matemático y/o no matemático, según corresponda. Se permite el uso de calculadora científica básica, pero NO se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables, ni de dispositivos que puedan transmitir o almacenar información. Se pueden usar reglas y bolígrafos de colores (excepto rojo y verde).

Parte A. Contestad el único problema de esta parte (total 2.5 pt).

Problema A1. — Una empresa de transporte marítimo ha diseñado un nuevo contenedor metálico en forma de prisma rectangular, tal como se muestra en la figura. El contenedor diseñado tiene una base con dimensiones de 3 metros por 2 metros y una altura de 2.5 metros. En el interior del contenedor se colocan un total de dos vigas para reforzar la estructura, las cuales se sitúan sobre la diagonal de cada una de las caras de dimensión 3×2.5 metros, tal y como se muestra en la figura (segmentos discontinuos).



- (a) [1 punto] Escoge un vértice del prisma regular y sobre él determina un sistema de referencia cartesiano, el cual tendrá como origen dicho vértice. Indica, con este sistema de referencia, cuáles son las coordenadas de cada uno de los diferentes vértices del prisma rectangular.
- (b) [1 punto] Calcula la longitud de las dos vigas y determina la ecuación del plano que las contiene. Justifica el proceso.
- (c) [0.5 puntos] Una de las dos caras de dimensión 2×2.5 metros constituye la puerta del contenedor, tal y como se muestra en la figura. ¿Podríamos introducir en ella una lámina de hierro cuadrada muy fina con dimensiones de 2.75×2.75 metros?



Parte B. Escoged un solo problema de esta parte (total 2.5 pt).

Problema B1. — Dado el sistema

$$\begin{cases} kx + y = 1, \\ ky + z = 0, \\ 3x - y - z = 0, \end{cases}$$

donde k es un número real cualquiera.

- (a) [1.5 puntos] Discute, según el parámetro k , el número de soluciones que tiene el sistema.
- (b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea posible.

Problema B2. — Estás gestionando un puesto de comida y bebida en un partido de baloncesto. Vendes perritos calientes, hamburguesas y refrescos. Cada perrito caliente cuesta 3.50€, cada hamburguesa cuesta 4€ y cada refresco cuesta 1.50€. Al final de la noche, te piden informar de cuántos perritos calientes, hamburguesas y refrescos se han vendido.

- (a) [1 punto] ¿Podrías informar de las cantidades sabiendo que has recaudado un total de 328€ y has vendido 132 artículos entre perritos calientes, hamburguesas y refrescos? Justifica la respuesta.
- (b) [1.5 puntos] Si, además, sabemos que se han vendido 20 hamburguesas. ¿Cuántos perritos calientes y cuántos refrescos se han vendido?

Parte C. Escoged un solo problema de esta parte (total 2.5 pt).

Problema C1. — Dada la curva $y(x) = x^2 - 4$.

- (a) [1 punto] Calcula la recta tangente, r , a la curva y en el punto $(2,0)$.
- (b) [1.5 puntos] Calcula el área de la región comprendida entre la curva y , el eje OY y la recta r .

Problema C2. — La concentración (en %) de hidrógeno de un cierto compuesto químico está dada, en función del tiempo ($t \geq 0$), por la función

$$H(t) = \frac{20}{1 + e^{-t}},$$

donde el tiempo está medido en segundos.

- (a) [0.5 puntos] ¿Cuál es la concentración inicial?
- (b) [1 punto] Demuestra que la concentración de hidrógeno es siempre creciente.
- (c) [1 punto] Calcula hacia qué valor tiende la concentración a medida que pasa el tiempo.

Parte D. Escoged un solo problema de esta parte (total 2.5 pt).

Problema D1. — Una empresa de construcción de drones ha realizado un estudio sobre la vida media de sus productos. Se ha detectado que el 45% de sus productos se averían antes de los 5 años. Entre estos productos averiados, el 40% han sufrido un mal uso por parte de los usuarios, mientras que de los productos no averiados, se sabe que el 55% también sufrieron un mal uso por parte de los usuarios.

- (a) [0.75 puntos] Si se selecciona aleatoriamente uno de los productos del estudio, ¿cuál es la probabilidad de obtener un producto que no se hubiera averiado antes de los 5 años?
- (b) [0.75 puntos] Si se selecciona aleatoriamente uno de los productos no averiados antes de los 5 años, ¿cuál es la probabilidad de que haya tenido un buen uso?
- (c) [1 punto] Si se selecciona aleatoriamente un producto del estudio y se sabe que sufrió un mal uso por parte del usuario, ¿cuál es la probabilidad de que no estuviera averiado antes de los 5 años?

Problema D2. — Sean A y B dos eventos de un experimento aleatorio. Sean A' y B' los eventos complementarios de A y B , respectivamente, y sea $A - B$ el conjunto de eventos elementales de A que no pertenecen a B .

Dadas las probabilidades $P(A) = 0.75$, $P(B') = 0.45$ y $P(A - B) = 0.3$, calcula:

- (a) [0.75 puntos] $P(A \cap B)$.
- (b) [0.75 puntos] $P(B - A)$.
- (c) [1 punto] $P(A' \cap B')$.