

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES

- Para obtener la máxima calificación, se debe responder a una tarea de cada apartado/bloque.
- En aquellos apartados/bloques en los que se ofrece la posibilidad de elegir entre varias tareas, se debe responder solo a una de las opciones. Si se realiza más de una opción, se corregirá la primera de ellas, según el orden en que aparecen resueltas en el cuadernillo de examen.
- Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
- Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.

Apartado 1 (Bloque A+D) [2,5 puntos].

Resuelve una de las siguientes tareas (1A o 1B):

1A) Considera las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & a \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{con } a \in \mathbb{R}.$$

- [0,75 puntos] Estudia el rango de AB , en función de los valores de a .
- [0,75 puntos] Estudia el rango de BA , en función de los valores de a .
- [1 punto] Considera $a = 1$. Calcula, si es posible, la matriz X que satisface la siguiente ecuación matricial: $BAX = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

1B) Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} ax + y + z &= 4 \\ (a-1)x - 3z &= 2 \\ y + (a^2 + a + 1)z &= 0 \end{cases}$$

dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$.

- a) [1,5 puntos] Determina los valores de a para los cuales el sistema es compatible.
- b) [0,5 puntos] Considera $a = -1$. Si el sistema es compatible, halla su solución general.
- c) [0,5 puntos] Considera $a = 2$. Si el sistema es compatible, halla su solución general.

Apartado 2 (Bloque B) [2,5 puntos].

Resuelve una de las siguientes cuestiones (2A o 2B):

2A) Considera la siguiente función: $f(x) = e^{-2x} \left(x^2 - 3x + \frac{3}{2} \right)$

- a) [1 punto] Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.
- b) [0,75 puntos] Determina, si existen, los puntos de inflexión de $f(x)$.
- c) [0,75 puntos] Si existen, halla las asíntotas horizontales de $f(x)$.

2B) Considera las siguiente funciones: $f(x) = x^2 - x$ y $g(x) = 1 - x^2$.

- a) [0,5 puntos] Determina los puntos de corte de $g(x)$ con el eje de abscisas OX.
- b) [0,5 puntos] Determina los puntos de corte de $f(x)$ con $g(x)$.
- c) [1,5 puntos] Calcula el área delimitada por $f(x)$, $g(x)$ y las rectas $x = -1$ y $x = 1$.

Apartado 3 (Bloque C) [2,5 puntos].

3) Considera la recta $r : \begin{cases} x - 2z - 2 &= 0 \\ y + z &= 3 \end{cases}$ y el punto $P = (-3, 2, 2)$.

- a) [0,5 puntos] Expresa la recta r en forma continua.
- b) [1 punto] Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por P .
- c) [1 punto] Calcula la distancia entre r y P .

Apartado 4 (Bloque E) [2,5 puntos].

Resuelve una de las siguientes cuestiones (4A o 4B):

4A) Se tienen dos urnas con bolas rojas y bolas verdes. En la urna A hay un total de 3 bolas rojas y 2 bolas verdes. En la urna B hay un total de 4 bolas verdes y 2 bolas rojas.

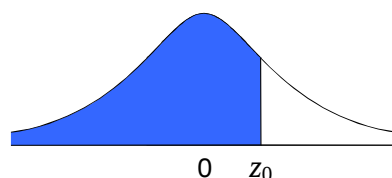
- a) [0,5 puntos] Si se sacan al azar dos bolas de la urna A, a la vez, ¿cuál es la probabilidad de que sean dos bolas rojas?
- b) [0,5 puntos] Si se saca una sola bola de una urna elegida al azar, ¿cuál es la probabilidad de sacar una bola roja?
- c) [1,5 puntos] Si se saca una bola verde de una urna escogida al azar, ¿cuál es la probabilidad de haber elegido la urna A?

4B) En una población, el 85% de las personas son rubias. Además, su altura se distribuye según una distribución normal de media 170 cm y desviación típica de 16 cm.

- a) [0,5 puntos] Calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar mida más de 190 cm.
- b) [1 punto] Calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar mida entre 160 y 190 cm.
- c) [1 punto] Sabiendo que solo el 12% de las personas rubias de la población mide más de 190 cm, calcula la probabilidad de que, escogiendo a una persona al azar, esta sea rubia y mida más de 190 cm.

Tabla de la distribución normal N(0,1)

$$P(z \leq z_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_0} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$



z_0	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	z_0
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900	3,0
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929	3,1
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950	3,2
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965	3,3
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976	3,4
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983	3,5
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989	3,6
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992	3,7
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995	3,8
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997	3,9