

**Instrucciones:**

- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
- Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
- Este examen consta de seis ejercicios distribuidos en una parte con dos ejercicios obligatorios y una parte con dos bloques con dos ejercicios optativos cada uno.
- Deberá resolver los dos ejercicios obligatorios y solamente un ejercicio de cada uno de los dos bloques con optatividad. En caso de responder a dos ejercicios de un bloque optativo, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
- Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos. En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. Se permitirá el uso de regla.

**PARTE OBLIGATORIA.** Resuelve los dos ejercicios siguientes:

**EJERCICIO 1. (2,5 puntos)**

La contaminación por dióxido de nitrógeno,  $\text{NO}_2$ , en cierta estación de medición de una ciudad, durante el pasado mes de abril, se puede modelar por la función:

$$c(t) = 80 - 6t + \frac{23t^2}{20} - \frac{t^3}{30},$$

medido en  $\text{mg}/\text{m}^3$ , donde  $t \in [0, 30]$  representa el tiempo, expresado en días, transcurrido desde las 0 horas del día 1 de abril.

- [0,5 puntos]** ¿Qué nivel de  $\text{NO}_2$  había a las 12 horas del día 10 de abril?
- [1,25 puntos]** ¿En qué momento se alcanzó el máximo nivel de  $\text{NO}_2$ ?, ¿cuál fue ese nivel máximo?
- [0,75 puntos]** Calcula, mediante  $\frac{1}{30} \int_0^{30} c(t) dt$ , el nivel promedio del mes.

**EJERCICIO 2. (2,5 puntos)**

Considera las rectas  $r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-k}{2}$  y  $s \equiv \frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$ .

- [1,5 puntos]** Determina  $k$  sabiendo que ambas se cortan en un punto.
- [1 punto]** Para  $k = 0$ , halla la ecuación general del plano que contiene a  $r$  y es paralelo a  $s$ .



PARTE OPTATIVA.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 3.1 (2,5 puntos)**

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} a & 3 \\ b & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

- a) **[1,5 puntos]** Determina  $a$  y  $b$  para que  $A^2 = 4I$ , donde  $I$  es la matriz identidad de orden 2.
- b) **[1 punto]** Para  $a = -1$  y  $b = 1$ , calcula, si es posible, la matriz  $X$  que cumple  $A^2X = B^t$ .

**EJERCICIO 3.2 (2,5 puntos)**

Considera el sistema  $\begin{pmatrix} 5 & -2 & -3 \\ 2 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

- a) **[1,75 puntos]** Determina los valores de  $m$  para los que el sistema es compatible indeterminado.
- b) **[0,75 puntos]** Resuelve el sistema, si es posible, para  $m = 2$ .

---

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 4.1 (2,5 puntos)**

Considera la función  $f : (-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = \frac{\operatorname{sen}(x)}{\sqrt{1 + \cos(x)}}$ .

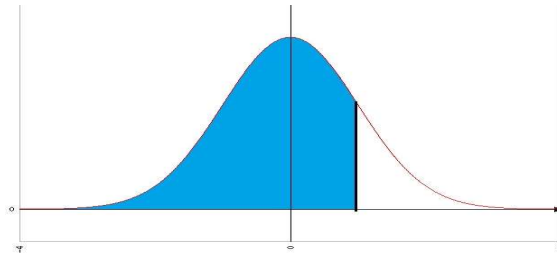
- a) **[2 puntos]** Calcula  $\int_0^\pi f(x) dx$ .
- b) **[0,5 puntos]** Estudia la simetría de la función  $f$  y deduce de ella el valor de  $\int_{-\pi}^\pi f(x) dx$ .

**EJERCICIO 4.2 (2,5 puntos)**

El peso de las manzanas producidas en una granja sigue una distribución normal de media 200 gramos y desviación típica desconocida.

- a) **[1,25 puntos]** Si el 33 % de las manzanas pesan más de 230 gramos, calcula la desviación típica del peso de las manzanas.
- b) **[1,25 puntos]** Si la desviación típica es de 50 gramos, calcula el porcentaje de manzanas que pesan entre 160 y 220 gramos.

## FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN $N(0, 1)$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

**Nota:** En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria  $Z$ , con distribución  $N(0,1)$ , esté por debajo del valor  $z$ .