MATEMATICAS APLICADAS A LAS CCSS
EXAMENES RESUELTOS

EVAU JUNIO 2025
- Ordinario -

https://aprendeconmigomelon.com
Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Junio 2025 (Ordinario)

Ejercicio 1 (2.5 *puntos*)

Una compañía envasa las pastas en cajas de 250 g, 500 g y 1 kg. Cierto día se envasaron 65 cajas en total, haciendo 5 caja más de tamaño pequeño (250 g) que de tamaño mediano (500 g). Sabiendo que el precio del kilo de pastas es de 24 euros y que el importe total de las pastas envasadas ese día asciende a 720 euros. ¿cuántas cajas de cada tipo han envasado ese día?

a) *(1 punto) Plantea el sistema de ecuaciones lineales.*

b) *(1.5 puntos) Resuelva el sistema. Interprete la solución en el contexto del problema.*

(Navarra - Matemáticas CCSS - Junio 2025)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº de cajas de pastas de 250 g”} \longrightarrow 0.25 \cdot 24 = 6 \text{ €/caja} \\ y &\equiv \text{“Nº de cajas de pastas de 500 g”} \longrightarrow 0.5 \cdot 24 = 12 \text{ €/caja} \\ z &\equiv \text{“Nº de cajas de pastas de 1 kg”} \longrightarrow 24 \text{ €/caja} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x + y + z = 65 \\ x = y + 5 \\ 6x + 12y + 24z = 720 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 65 \\ x - y = 5 \\ x + 2y + 4z = 120 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 65 \\ 1 & -1 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 120 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 65 \\ 0 & -2 & -1 & -60 \\ 0 & 1 & 3 & 55 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ 2F_3 + F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 65 \\ 0 & -2 & -1 & -60 \\ 0 & 0 & 5 & 50 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x + 25 + 10 = 65 \\ \Rightarrow -2y - 10 = -60 \\ \Rightarrow 5z = 50 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 30 \\ y = 25 \\ z = 10 \end{array}}$$

Por lo tanto se han envasado 30 cajas de 250 g, 25 de 500 g y 10 de 1 kg.

Ejercicio 2 (2.5 *puntos*)

En un estudio sobre la evolución de una determinada especie animal se ha determinado que la población, en miles de ejemplares, viene dada por la función:

$$P(t) = 6 + \frac{12 \cdot t}{t^2 + 4}$$

donde $t \geq 0$ es el tiempo transcurrido en años. Responda a las siguientes cuestiones:

a) (0.75 puntos) Determine la población a los 6 años y la población a largo plazo. ¿Es la población una función continua del tiempo?

b) (1.25 puntos) ¿Cuándo se alcanza la máxima población? ¿Cuál es su valor? Determine para qué periodos de tiempo la población crece o decrece.

c) (0.5 puntos) Represente gráficamente la función de población.

(Navarra - Matemáticas CCSS - Junio 2025)

Solución.

a) $P(6) = 6 + \dfrac{12 \cdot 6}{6^2 + 4} = \dfrac{39}{5} = 7.8 \implies$ 7800 ejemplares el sexto año.

$\lim\limits_{t \to +\infty} P(t) = \lim\limits_{t \to +\infty} \left(6 + \dfrac{12 \cdot t}{t^2 + 4}\right) = 6 \implies$ 6000 ejemplares a largo plazo.

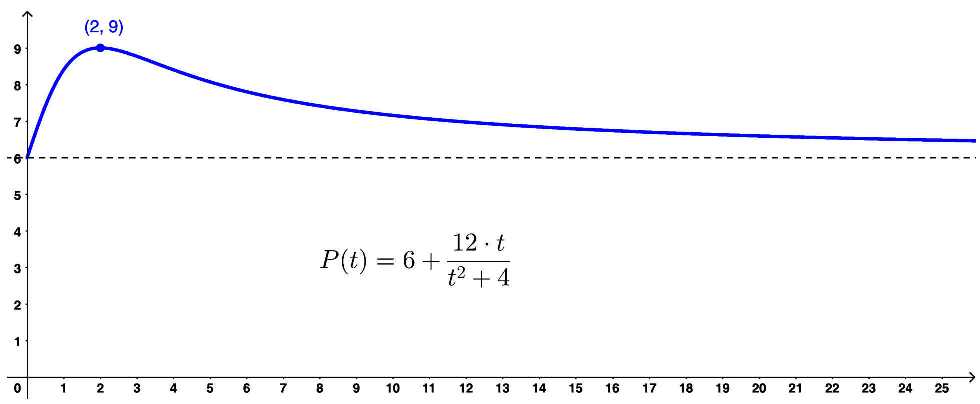
$t^2 + 4 = 0 \Rightarrow \nexists$ Sol. $\Rightarrow \text{Dom}(P) = [0, +\infty) \Rightarrow$ la función es continua en su domino.

b) $P'(t) = \dfrac{12 \cdot (t^2 + 4) - 12t \cdot 2t}{(t^2 + 4)^2} = \dfrac{-12t^2 + 48}{(t^2 + 4)^2} = 0 \implies \cancel{t = -2} \quad \& \quad t = 2$

	$(0, 2)$	$(2, +\infty)$
Signo $P'(t)$	$+$	-
$P(t)$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$

La población $P(t)$ es *creciente* en $(0, 2)$ y *decreciente* en $(2, +\infty)$, y tiene un *máximo* en el año $t = 2$, cuando la población será de $P(2) = 9 \implies$ 9000 individuos.

c) Representamos la función con los datos obtenidos en los apartados anteriores.



Ejercicio 3 (2.5 *puntos*)

El ayuntamiento de una ciudad hace una encuesta a 250 jóvenes (150 mujeres y 100 hombres) sobre sus hábitos de movilidad (transporte público, vehículo propio o caminar). Observaron que 60 mujeres y 40 hombres encuestados prefieren el transporte público, el 16 % de las mujeres y el 10 % de los hombres prefieren usar su propio vehículo, y el resto de las personas prefiere caminar.

a) (1 punto) Se elige un joven al azar. Calcule la probabilidad de que sea mujer, sabiendo que prefiere caminar.

b) (0.75 puntos) Se eligen al azar, de forma independiente, un hombre y una mujer. Calcule la probabilidad de que al menos uno de ellos prefiera utilizar el transporte público.

c) (0.75 puntos) Se eligen al azar tres jóvenes sin reemplazamiento. Calcule la probabilidad de que los tres prefieran usar su propio vehículo.

(Navarra - Matemáticas CCSS - Junio 2025)

Solución.

Sean los sucesos:

$T \equiv$ "El encuestado usa transporte público" $\quad V \equiv$ "El encuestado usa vehículo propio"
$C \equiv$ "El encuestado suele caminar" $\quad H \equiv$ "El encuestado es un hombre"
$M \equiv$ "La encuestada es una mujer"

Del enunciado tenemos:

$$P(M \cap T) = 0.16 \cdot 150 = 24 \qquad \& \qquad P(H \cap T) = 0.1 \cdot 100 = 10$$

Hacemos una tabla de contingencia en donde ponemos los datos (en negro) y la completamos (en azul).

	T	V	C	**Total**
H	40	10	50	100
M	60	24	66	150
Total	100	34	116	250

a) $P(M \mid C) = \dfrac{66}{116} = 0.569$

b) $P\big((T \mid H) \cup (T \mid M)\big)$

$$= 1 - P\big((\overline{T} \mid H) \cap (\overline{T} \mid M)\big) \overset{\text{sucesos}}{\underset{\text{indep.}}{=}} 1 - P(\overline{T} \mid H) \cdot P(\overline{T} \mid M) = 1 - \frac{10+50}{100} \cdot \frac{24+66}{150} = 0.64$$

c) $P(V_1 \cap V_2 \cap V_3) = \dfrac{34}{250} \cdot \dfrac{33}{249} \cdot \dfrac{32}{248} = 0.0023$

Ejercicio 4A (2.5 *puntos*)

a) *(1 punto) Dadas las matrices* $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ & $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, *calcule el valor de* a *y* b *para que se cumpla* $AB = BA$.

b) *(1.5 puntos) Calcule el área del recinto del plano limitado por la función* $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ *y el eje* x.

(Navarra - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción A)

Solución.

a) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -2 \\ 3a & 3b \end{pmatrix}$

$B \cdot A = \begin{pmatrix} a & b \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3b & -2a \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$

$$A{\cdot}B = B{\cdot}A \implies \begin{pmatrix} -8 & -2 \\ 3a & 3b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3b & -2a \\ 3 & -8 \end{pmatrix} \implies \begin{cases} -8 = 3b \implies \boxed{b = -8/3} \\ -2 = -2a \implies \boxed{a = 1} \\ 3a = 3 \implies a = 1 \checkmark \\ 3b = -8 \implies b = -8/3 \checkmark \end{cases}$$

b) Hallamos el corte de $f(x)$ con el eje OX: $f(x) = -x^2 - 2x + 3 = 0 \implies x = \{-3, 1\}$, lo que define un único recinto de integración $A : (-3, 1)$.

$$A = \int_{-3}^{1} f(x)\,dx = \int_{-3}^{1} \left(-x^2 - 2x + 3\right) dx = -\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x \Big]_{-3}^{1} = \left(-\frac{1}{3} - 1 + 3\right)$$
$$- (9 - 9 - 9) = \frac{32}{3}$$

$$\text{Área} = |A| = \frac{32}{3} \simeq 10.67\ u^2$$

Ejercicio 4B (2.5 *puntos*)

a) *(1.25 puntos) Dadas las matrices* $C = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ & $D = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, *despeje y calcule* X *en la ecuación matricial* $X \cdot D - C = I$

b) *(1.25 puntos) En un barrio de una ciudad, el importe mensual (en euros) del alquiler de una vivienda sigue una distribución normal con varianza 22500 euros*^{2}. *Se selecciona una muestra de 74 viviendas en la zona, obteniéndose una media muestral de 738 euros. Calcule un intervalo de confianza al 96 % para el importe medio mensual del alquiler de una vivienda. Interprete la solución en el contexto del problema.*

(Navarra - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción B)

Solución.

a) $X \cdot D - C = I \implies X \cdot D = I + C \implies X \cdot \underbrace{D \cdot D^{-1}}_{I} = (I + C) \cdot D^{-1}$

$$\implies \boxed{X = (I + C) \cdot D^{-1}}$$

$$D^{-1} = \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \qquad \& \qquad I + C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X = (I+C) \cdot D^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} 9 & -3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 & -1/2 \\ -1/6 & 5/6 \end{pmatrix}$$

b) $X \equiv$ “Precio de alquiler de una vivienda (€)” $\xrightarrow[\sigma = \sqrt{\sigma^2}]{\sigma^2 = 22500} X : \mathcal{N}(\mu, 150)$

$X : \mathcal{N}(\mu, 150) \xrightarrow{n=74} \overline{x} = 738 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.96$

$1 - \alpha = 0.96 \implies \alpha = 0.04 \implies \alpha/2 = 0.02 \implies 1 - \alpha/2 = 0.98 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.055$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.055 \cdot \frac{150}{\sqrt{74}} = 35.83$$

$I.C._{96\,\%}(\mu) = (\overline{x} - E; \overline{x} + E) \implies \boxed{I.C._{96\,\%}(\mu) = (702.17; 773.83)}$

Esto significa que si una persona busca un piso de alquiler, el precio medio del mismo estará entre 702.17 € y 773.83 €, con un nivel de confianza del 96 %.