MATEMATICAS APLICADAS A LAS CCSS
EXAMENES RESUELTOS

EVAU MODELO 2026

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Modelo 2025

Ejercicio 1 (2.5 *puntos*)

En la Comunidad Autónoma de Aragón se encuentra la única Denominación de Origen Protegida (DOP) de melocotón, el Melocotón de Calanda *que celebró su 26º aniversario en 2025. El Departamento de Agricultura de Aragón registró comercialmente para la DOP tres variedades tradicionales de este producto,* Jesca, Calante *y* Evaisa. *La DOP exige unas características que deben cumplir sus frutos en cuanto a aspecto, coloración, calibre, dureza, contenido en azúcar, etc.*

a) *(1 punto) La información recogida durante estos años permite indicar que el peso de los melocotones de la variedad Jesca puede ser aproximado por una distribución normal con desviación típica 50 gramos. Determine el número mínimo de melocotones que sería necesario seleccionar en una muestra aleatoria simple para estimar el peso medio de los melocotones de esta variedad de manera que, con un nivel de confianza del 96.8 %, el margen de error en la estimación no supere los 15 gramos.*

b) *(1.5 puntos) Durante los dos últimos meses de crecimiento, los melocotones de la DOP Melocotón de Calanda permanecen embolsados uno a uno en el propio árbol mediante bolsas protectoras que garantizan su pureza y evitan el contacto con productos fitosanitarios. Se calcula que en la última campaña se embolsaron unos 250 millones de melocotones. Pese a ello, las tormentas de verano con granizo pueden dañar un 5 % de los frutos. En una cooperativa de las empresas certificadas se reciben melocotones para su comercialización como DOP y se inspecciona una muestra aleatoria simple de 400 melocotones. Obtenga el número esperado de melocotones no dañados y calcule, aproximando por la distribución normal adecuada, la probabilidad de que al menos 375 melocotones no estén dañados.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2026 - Opción Única)

Solución.

$$X \equiv \text{“Peso de la variedad } \textit{Jesca} \text{ (gr)”} \longrightarrow X : \mathcal{N}(\mu, 50)$$

a) $n = ? \qquad \& \qquad E < 15 \qquad \& \qquad 1-\alpha = 0.968$

$$1-\alpha = 0.9652 \Rightarrow \alpha = 0.0348 \implies \alpha/2 = 0.0174 \implies 1-\alpha/2 = 0.9826 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.145$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.145 \cdot \frac{50}{\sqrt{n}} < 15 \implies n > \left(2.145 \cdot \frac{50}{15}\right)^2 = 51.12 \implies \boxed{n = 52}$$

b) $X \equiv$ “Nº de melocotones no dañados” $\longrightarrow X : \mathcal{B}(400, 0.95)$

$E[X] = np = 400 \cdot 0.95 = 380$ melocotones no dañados.

$$X : \mathcal{B}(400, 0.95) \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} n = 400 > 20 \checkmark \\ np = 380 > 5 \checkmark \\ nq = 20 > 5 \checkmark \end{array} \right\} \longrightarrow Y : \mathcal{N}(np, \sqrt{npq}) = \mathcal{N}(380, 4.36)$$

$$P(X \geq 375) = P(Y \geq 374.5) = P\left(Z \geq \frac{374.5 - 380}{4.36}\right) = P(Z \geq -1.26)$$

$$= P(Z \leq 1.26) = 0.8962$$

Ejercicio 2A (2.5 *puntos*)

Se consideran las matrices A y B dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \qquad \& \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) *(1.5 puntos) Calcule la matriz C tal que $(I + 2C^\top)^{-1} = A$, donde I es la matriz identidad de orden dos.*

b) *(1 punto) Calcule, si es posible, la matriz D tal que $D^\top = \dfrac{B^\top \cdot B}{|B \cdot B^\top|}$*

Nota: *para cualquier matriz M, $M^\top$ indica su matriz traspuesta.*

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2026 - Opción A)

Solución.

a) $(I + 2C^\top)^{-1} = A \implies \left[(I + 2C^\top)^{-1}\right]^{-1} = A^{-1} \implies I + 2C^\top = A^{-1}$

$$\implies C^\top = \frac{1}{2} \cdot (A^{-1} - I) \implies C = \frac{1}{2} \cdot (A^{-1} - I)^\top$$

$$|A| = -1 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-1} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \implies A^{-1} - I = \begin{pmatrix} -6 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \frac{1}{2} \cdot (A^{-1} - I)^\top = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -6 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \implies \boxed{C = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1/2 & 0 \end{pmatrix}}$$

b) $$B^\top \cdot B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot B^\top = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix} \implies \left|B \cdot B^\top\right| = 3$$

$$D^\top = \frac{B^\top \cdot B}{|B \cdot B^\top|} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \implies \boxed{D = \begin{pmatrix} 1/3 & -1/3 & 1/3 \\ -1/3 & 1/3 & -1/3 \\ 1/3 & -1/3 & 1/3 \end{pmatrix}}$$

Ejercicio 2B (2.5 *puntos*)

El azafrán ecológico es una especia culinaria muy apreciada y costosa. Una empresa lo envasa y comercializa en distintos formatos: sobres de papel reciclado, cajas de plástico y cajas de metal. Cada uno de ellos se envasa en una línea de envasado diferente. Se sabe que el total del azafrán pendiente de envasar a última hora de un día determinado se podría distribuir bien en 15 sobres de papel y 4 cajas de plástico, o bien en 4 cajas de plástico y 3 cajas de metal. Por otra parte, el contenido de un sobre de papel más el de una caja de plástico es 5 gramos inferior que el de una caja de metal. Además, si al total del contenido de 5 cajas de plástico se le añade un gramo más de azafrán, se dobla la capacidad conjunta de los otros dos envases. Indique cuántos gramos de azafrán contiene cada uno de los envases en que puede comercializarse el azafrán.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2026 - Opción B)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned}
x &\equiv \text{“Contenido de azafrán en los sobres de papel reciclado (gr)”}\\
y &\equiv \text{“Contenido de azafrán en las cajas de plástico (gr)”}\\
z &\equiv \text{“Contenido de azafrán en las cajas de metal (gr)”}
\end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} 15x + 4y = 4y + 3z \\ x + y + 5 = z \\ 5y + 1 = 2 \cdot (x + z) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 5x - z = 0 \\ x + y - z = -5 \\ 2x - 5y + 2z = 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y - z = -5 \\ 5x - z = 0 \\ 2x - 5y + 2z = 1 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -5 \\ 5 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -5 & 2 & 1 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 - 5F_1 \\ F_3 - 2F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -5 \\ 0 & -5 & 4 & 25 \\ 0 & -7 & 4 & 11 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ 5F_3 - 7F_2 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -5 \\ 0 & -5 & 4 & 25 \\ 0 & 0 & -8 & -120 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x + 7 - 15 = -5 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -5y + 4 \cdot 15 = 25 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -8z = -120 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 3 \\ y = 7 \\ z = 15 \end{array}}$$

Luego cada sobre de papel contiene 3 gr de azafrán, cada caja de plástico 7 gr y cada caja de metal 15 gr.

Ejercicio 3A (2.5 *puntos*)

Dada la función real de variable real definida por la siguiente expresión:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-1}{3-x} & , \text{ si } x < 1 \\ \dfrac{2-x}{3+x} & , \text{ si } x \geq 1 \end{cases}$$

a) (1.3 puntos) Estudie la continuidad de $f(x)$ en el punto $x = 1$ y determine sus asíntotas.

b) (1.2 puntos) Calcule el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de la función $g(x) = (3x^2 + 9x)f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 1$ y $x = 3$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2026 - Opción A)

Solución.

a)
- `Continuidad en` $x = 1$:
  - $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x-1}{3-x} = \dfrac{0}{3} = 0$
  - $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2-x}{3+x} = \dfrac{1}{4}$
  - $f(1) = \dfrac{2-1}{3+1} = \dfrac{1}{4}$

  $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) \implies f(x)$ tiene una discontinuidad inevitable de salto finito en $x = 1$.
- `A. Vertical:` $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$, pues las ramas son funciones racionales cuyo denominador no se anula en la misma $\implies \nexists A.V.$
- `A. Horizontal:`
  - $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x-1}{3-x} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] = \dfrac{-1}{1} = -1 \implies \exists \underset{x\to-\infty}{A.H.}$ en $y = -1$
  - $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2-x}{3+x} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] = \dfrac{-1}{1} = -1 \implies \exists \underset{x\to+\infty}{A.H.}$ en $y = -1$

b) $g(x) = (3x^2 + 9x) \cdot f(x) = 3x \cdot \cancel{(x+3)} \cdot \dfrac{2-x}{\cancel{3+x}}) = 3x \cdot (2-x) = 0 \implies \begin{cases} \cancel{x = 0} \\ x = 2 \end{cases}$

Por lo tanto entre las rectas $x = 1$ y $x = 3$ hay un único punto de corte de la función $g(x)$ con el eje OX, lo que define dos recintos de integración $A_1 : (1, 2)$ y $A_2 : (2, 3)$

$$A_1 = \int_1^2 g(x)\,dx = \int_1^2 (6x - 3x^2)\,dx = 3x^2 - x^3\Big]_1^2 = (12 - 8) - (3 - 1) = 2$$
$$A_2 = \int_2^3 g(x)\,dx = \int_2^3 (6x - 3x^2)\,dx = 3x^2 - x^3\Big]_2^3 = (27 - 27) - (12 - 8) = -4$$

Área $= |A_1| + |A_2| = 2 + 4 = 6\ u^2$

Ejercicio 3B (2.5 *puntos*)

Dada la función real de variable real $f(x) = \dfrac{2x^2 - 3x}{a}$ *donde* $a > 0$ *es un parámetro real.*

a) *(1.2 puntos) Determine los cortes con los ejes de coordenadas, así como los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.*

b) *(1.3 puntos) Determine el valor de* a *para que la función* $f(x)$ *tenga una primitiva,* $F(x)$*, que verifique* $F(0) = 2$ *y* $F(3) = 7$.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2026 - Opción B)

Solución.

a)
- `Cortes con los ejes:`
  - `Eje` OX: $f(x) = \dfrac{2x^2 - 3x}{a} = 0 \implies x \cdot (2x-3) = 0 \implies x = \{0, 3/2\}$
  - `Eje` OY: $x = 0 \implies y = \dfrac{0}{a} = 0$

  Luego los puntos de corte con los ejes son $(0,0)$ y $(3/2, 0)$.
- `Monotonía:`

  $f'(x) = \dfrac{4x-3}{a} = 0 \implies 4x - 3 = 0 \implies x = 3/4$

	$(-\infty, 3/4)$	$(3/4, +\infty)$
Signo $f'(x)$	-	+
$f(x)$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$

La función $f(x)$ es *creciente* en $(3/4, +\infty)$ y *decreciente* en $(-\infty, 3/4)$, y tiene un *mínimo relativo* en $(3/4, -9/8a)$.

b) $F(x) = \displaystyle\int f(x)\,dx = \int \frac{2x^2 - 3x}{a}\,dx = \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right) + C$

$F(0) = C = 2 \implies C = 2$

$F(3) = \dfrac{1}{a} \cdot \left(18 - \dfrac{27}{2} \right) + 2 = 7 \implies \boxed{a = 9/10}$

Ejercicio 4A (2.5 *puntos*)

De dos sucesos A y B se sabe que

$$P(B) = 0.5 \qquad \& \qquad P(A \mid B) = 0.2 \qquad \& \qquad P(A \cup B) = 0.8$$

a) (0.8 puntos) Obtenga la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos.

b) (0.7 puntos) Calcule la probabilidad de que ocurra el suceso B pero no el suceso A.

c) (1 punto) Justifique razonadamente si los sucesos A y B son independientes.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2026 - Opción A)

Solución.

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.8 \implies \boxed{P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.2}$

b) $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(A \cap B)}{0.5} = 0.2 \implies P(A \cap B) = 0.1$

$P(B \cap \overline{A}) = P(B) - P(A \cap B) = 0.5 - 0.1 \implies \boxed{P(B \cap \overline{A}) = 0.4}$

c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \implies 0.8 = P(A) + 0.5 - 0.1 \implies P(A) = 0.4$

$$\begin{cases} P(A \cap B) = 0.1 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.5 \cdot 0.4 = 0.2 \end{cases} \implies \left| \begin{array}{c} P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \\ \text{los sucesos } A \text{ y } B \text{ no son independientes} \end{array} \right.$$

Ejercicio 4B (2.5 *puntos*)

En una comunidad de vecinos se ha realizado una votación para analizar la conveniencia de instalar placas solares como medida de ahorro energético. El 26 % de los propietarios votaron en blanco y el resto se repartieron por igual entre los favorables a esta medida y los que votaron en contra. Un 10 % de los que votaron en blanco son propietarios que tienen la vivienda alquilada. Entre los propietarios favorables a esta medida, un 18 % también la tienen alquilada y sólo un 5 % la tienen alquilada entre los propietarios que votaron en contra. Como no hay voluntarios, el presidente de la Comunidad para el próximo año se elegirá por sorteo entre los propietarios de todas las viviendas.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que el futuro presidente de la comunidad de vecinos tenga la vivienda alquilada?

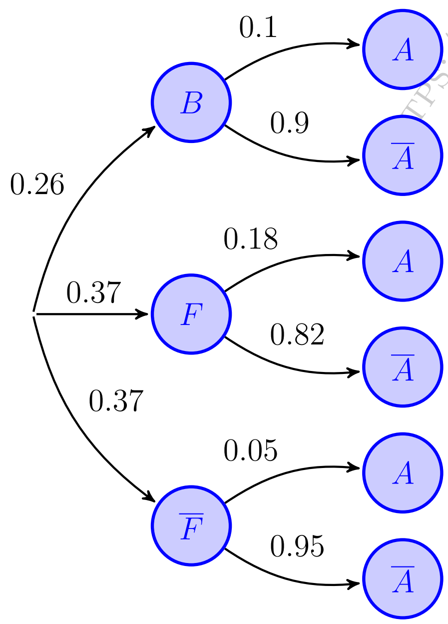
b) (1.5 puntos) Una vez realizado el sorteo, se comprueba que el nuevo presidente no tiene su vivienda alquilada, ¿Cuál es la probabilidad de que estuviera a favor de la instalación de placas solares en la votación realizada?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2026 - Opción B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$B \equiv \text{“El vecino votó en blanco”}$$
$$F \equiv \text{“El vecino es favorable a la instalación”}$$
$$\overline{F} \equiv \text{“El vecino no es favorable a la instalación”}$$
$$A \equiv \text{“El propietario tiene la vivienda alquilada”}$$



a) $$P(A) = P\Big((B\cap A)\cup(F\cap A)\cup(\overline{F}\cap A)\Big)$$
$$= P(B\cap A) + P(F\cap A) + P(\overline{F}\cap A)$$
$$= P(B)\cdot P(A\mid B) + P(F)\cdot P(A\mid F)$$
$$+ P(\overline{F})\cdot P(A\mid \overline{F}) = 0.26\cdot 0.1$$
$$+ 0.37\cdot 0.18 + 0.37\cdot 0.05 = 0.1111$$

b) $$P(A\mid \overline{F}) = \frac{P(A\cap\overline{F})}{P(\overline{F})} = \frac{P(A)\cdot P(\overline{F}\mid A)}{1-P(F)}$$
$$= \frac{0.37\cdot 0.82}{1-0.1111} = 0.3413$$