MATEMATICAS CCSS
EXAMENES RESUELTOS

EVAU JUNIO 2025

- Ordinario -

https://aprendeconmigomelon.com
Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Junio 2025 (Ordinario)

Ejercicio 1 (2.5 *puntos*)

El precio de alquiler, PA, de pisos de dos habitaciones de una gran ciudad sigue una distribución normal.

a) (0.75 puntos) Si, para una muestra de 400 pisos de dos habitaciones, con una confianza del 99 %, se ha obtenido [1174.25; 1225.75] como el intervalo para la media de PA, ¿cuál es la desviación típica de PA?

b) (1 punto) Si los gastos de gestión representan el 10 % del precio de alquiler, usando los datos del apartado anterior, ¿cuál sería el correspondiente intervalo de confianza, al 90 %, para la media de dichos gastos de gestión?

c) (0.75 puntos) Usando la media muestral y la desviación típica obtenidas en a), ¿cuál es la probabilidad de que, para una muestra de 25 pisos de dos habitaciones de la referida ciudad, el precio medio de alquiler sea mayor o igual que 1250 euros?

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción Única)

Solución.

a) $X \equiv$ "Precio del alquiler PA (€)" $\xrightarrow{n=400} I.C._{99\,\%}(\mu) = [1174.25; 1225.75]$

$$1-\alpha = 0.99 \Rightarrow \alpha = 0.01 \Rightarrow \alpha/2 = 0.005 \Rightarrow 1-\alpha/2 = 0.995 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.575$$

$$\overline{x} = \frac{1174.25 + 1225.75}{2} = 1200$$

$$E = \frac{1225.75 - 1174.25}{2} = 25.75$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \implies 25.75 = 2.575 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{400}} \implies \boxed{\sigma = 200}$$

b) $Y \equiv$ "Gastos de gestión (€)" $\xrightarrow{Y=10\,\%X} Y : \mathcal{N}(\mu, 20)$

$$Y : \mathcal{N}(\mu, 20) \xrightarrow{n=400} \overline{y} = 120 \qquad \& \qquad 1-\alpha = 0.9$$

$$1-\alpha = 0.9 \implies \alpha = 0.1 \implies \alpha/2 = 0.05 \implies 1-\alpha/2 = 0.95 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.645$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.645 \cdot \frac{20}{\sqrt{400}} = 1.645$$

$$I.C._{90\,\%}(\mu) = (\overline{x} - E; \overline{x} + E) \implies \boxed{I.C._{90\,\%}(\mu) = (118.355; 121.645)}$$

c) $X : \mathcal{N}(1200, 200) \xrightarrow{n=25} \overline{X} : \mathcal{N}(\mu, \sigma/\sqrt{n}) = \mathcal{N}(1200, 40)$

$$P(\overline{X} \geq 1250) = P\left(Z \geq \frac{1250 - 1200}{40}\right) = P(Z \geq 1.25) = 1 - P(Z \leq 1.25)$$

$$= 1 - 0.8944 = 0.1056$$

Ejercicio 2A (2.5 *puntos*)

Una cadena de supermercados envasa al vacío tres tipos de queso, en las siguientes proporciones: fresco (45 %), semicurado (30 %) y curado (25 %). Parte del queso que recibe es de importación concretamente, el 15 % del queso fresco, el 23 % del semicurado y el 40 % del curado.

a) *(0.5 puntos) Representar, mediante un árbol de probabilidades, la situación descrita.*

b) *(1 punto) Se elige al azar un paquete de queso, ¿cuál es la probabilidad de que no sea de importación?*

c) *(1 punto) Si el queso elegido es de importación, ¿qué probabilidad tiene de ser curado?*

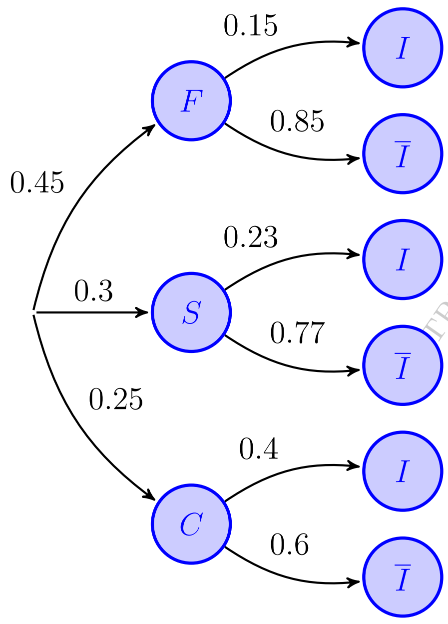
(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$F \equiv$ "El queso es fresco" $\quad$ $S \equiv$ "El queso es semicurado"

$C \equiv$ "El queso es curado" $\quad$ $I \equiv$ "El queso es de importación"



b)
$$\begin{aligned} P(\overline{I}) &= P\big((F\cap\overline{I})\cup(S\cap\overline{I})\cup(C\cap\overline{I})\big)\\ &= P(F\cap\overline{I})+P(S\cap\overline{I})+P(C\cap\overline{I})\\ &= P(F)\cdot P(\overline{I}\mid F)+P(S)\cdot P(\overline{I}\mid S)\\ &+ P(C)\cdot P(\overline{I}\mid C) = 0.45\cdot 0.85\\ &+ 0.3\cdot 0.77+0.25\cdot 0.6 = 0.7635 \end{aligned}$$

c) $P(I) = 1 - P(\overline{I}) = 1 - 0.7635 = 0.2365$

$$P(C\mid I) = \frac{P(C\cap I)}{P(I)} = \frac{P(C)\cdot P(I\mid C)}{P(I)} = \frac{0.25\cdot 0.4}{0.2365} = 0.4228$$

Ejercicio 2B (2.5 *puntos*)

En una cafetería se pretende implementar una aplicación móvil que permita a los clientes escanear un código QR, ubicado en cada mesa, para realizar pedidos, pagar e incluso llamar al camarero. Para conocer la opinión de los usuarios, se encuestó a una muestra aleatoria de 210 clientes, de los cuales 140 consideraron que este nuevo sistema ayudaría a reducir el tiempo de espera.

a) (1 punto) Determinar un intervalo de confianza al 98 %, para estimar la proporción de clientes que opinan que esta aplicación permitiría reducir los tiempos de espera. ¿Cuál sería el error máximo en la estimación?

b) (1 punto) Si, realizando una nueva encuesta, se quisiese estimar la proporción de clientes que opinan que la aplicación reduciría los tiempos de espera, con un error inferior al 4 % y un nivel de confianza del 96 %, ¿a cuántos clientes, como mínimo, se debería preguntar si usamos como estimación inicial de la proporción la obtenida en la muestra anterior?

c) (0.5 puntos) De la muestra inicial se seleccionan 9 clientes para una entrevista personal. ¿Cuál es la probabilidad de que entre esos 9 clientes haya al menos 2 que consideran que la aplicación no reducirá el tiempo de espera?

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción B)

Solución.

a) $n = 210 \quad \& \quad \hat{p} = \dfrac{140}{210} = \dfrac{2}{3} = 0.6667 \quad \& \quad \hat{q} = 1 - \hat{p} = \dfrac{1}{3} \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.98$

$$1 - \alpha = 0.98 \implies \alpha = 0.02 \implies \alpha/2 = 0.01 \implies 1 - \alpha/2 = 0.99 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.325$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 2.325 \cdot \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}}{210}} = 0.0756$$

$$I.C._{98\,\%}(p) = (\hat{p} - E; \hat{p} + E) \implies \boxed{I.C._{98\,\%}(p) = (0.5911; 0.7423)}$$

b) $n = ? \quad \& \quad E < 0.04 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.96$

$$1 - \alpha = 0.96 \implies \alpha = 0.04 \implies \alpha/2 = 0.02 \implies 1 - \alpha/2 = 0.98 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.055$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 2.055 \cdot \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}}{n}} < 0.04 \implies n \geq \left(\frac{2.055}{0.04}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = 586.53$$

$$\implies \boxed{n = 587}$$

c) $X \equiv$ "Nº de clientes que piensan que no reducirá el tiempo" $\longrightarrow X : \mathcal{B}(9, 1/3)$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)]$$

$$= 1 - \left[\binom{9}{0} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^9 + \binom{9}{1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1\right] = 1 - 0.1431 = 0.8569$$

Ejercicio 3A (2.5 *puntos*)

Un psicólogo ha colocado unos electrodos en la cabeza de un ratón para evaluar su actividad cerebral (medida en microvoltios μV) durante un experimento que ha durado 12 horas. La actividad registrada se ajustó a la siguiente función:

$$f(t) = \begin{cases} 24t^2 - 96t + 736 & , \text{ si } 0 \leq t < 4 \\ t^3 - 30t^2 + 288t & , \text{ si } 4 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

siendo t el tiempo en horas (de 0 a 12)

a) *(0.75 puntos) Estudiar la continuidad de $f(t)$. ¿Es $f(t)$ derivable en $t = 4$?*

b) *(1 punto) Usando derivadas, estudiar el crecimiento y decrecimiento de esta función. ¿En qué momento alcanzó el ratón los valores mínimo y máximo de actividad cerebral? ¿Cuáles fueron dichos valores?*

c) *(0.75 puntos) Representar gráficamente la función. ¿Cuál es la actividad cerebral del ratón a las $t = 6$ horas? ¿En qué momentos anteriores la actividad cerebral fue exactamente 200 microvoltios menor?*

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción A)

Solución.

a) `Continuidad de` $f(t)$:

- Si $t \neq 4$, la función $f(t)$ es continua porque son polinomios.
- Si $t = 4$
  - $\lim\limits_{t\to 4^-} f(t) = \lim\limits_{t\to 4}\left(24t^2 - 96t + 736\right) = 736$
  - $\lim\limits_{t\to 4^+} f(t) = \lim\limits_{t\to 4}\left(t^3 - 30t^2 + 288t\right) = 736$
  - $f(4) = 4^3 - 30 \cdot 4^2 + 288 \cdot 4 = 736$

  Como $\lim\limits_{x\to 4^-} f(t) = \lim\limits_{t\to 4^+} f(t) = f(4) \implies f(t)$ es continua en $t = 4$.

Por lo tanto la función $f(t)$ es continua en su dominio $[0, 12]$.

`Derivabilidad de` $f(t)$: $f'(t) = \begin{cases} 48t - 96 & , \text{ si } 0 < t < 4 \\ 3t^2 - 60t + 288 & , \text{ si } 4 < t \leq 12 \end{cases}$

- $f'\left[4^-\right] = \lim\limits_{t\to 4^-} f'(t) = \lim\limits_{t\to 4}(48t - 96) = 96$
- $f'\left[4^+\right] = \lim\limits_{t\to 4^+} f'(t) = \lim\limits_{t\to 4}\left(3t^2 - 60t + 288\right) = 96$

Como $f'[4^-] = f'[4^+] \implies f(x)$ es derivable en $t = 4$, luego es derivable en $(0, 12)$.

b) $f'(t) = \begin{cases} 48t - 96 = 0 \implies t = 2 & , \text{ si } 0 < t < 4 \\ 3t^2 - 60t + 288 = 0 \implies t = 8 \ \& \ \cancel{t = 12} & , \text{ si } 4 < t \leq 12 \end{cases}$

	$(0,2)$	$(2,4)$	$(4,8)$	$(8,12)$
Signo $f'(t)$	-	+	+	-
$f(t)$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$

La actividad cerebral $f(t)$ es *creciente* en $(2,8)$ y *decreciente* en $(0,2)\cup(8,12)$. Teniendo en cuenta:

$$f(0) = 736 \quad \& \quad f(2) = 640 \quad \& \quad f(8) = 896 \quad \& \quad f(12) = 864$$

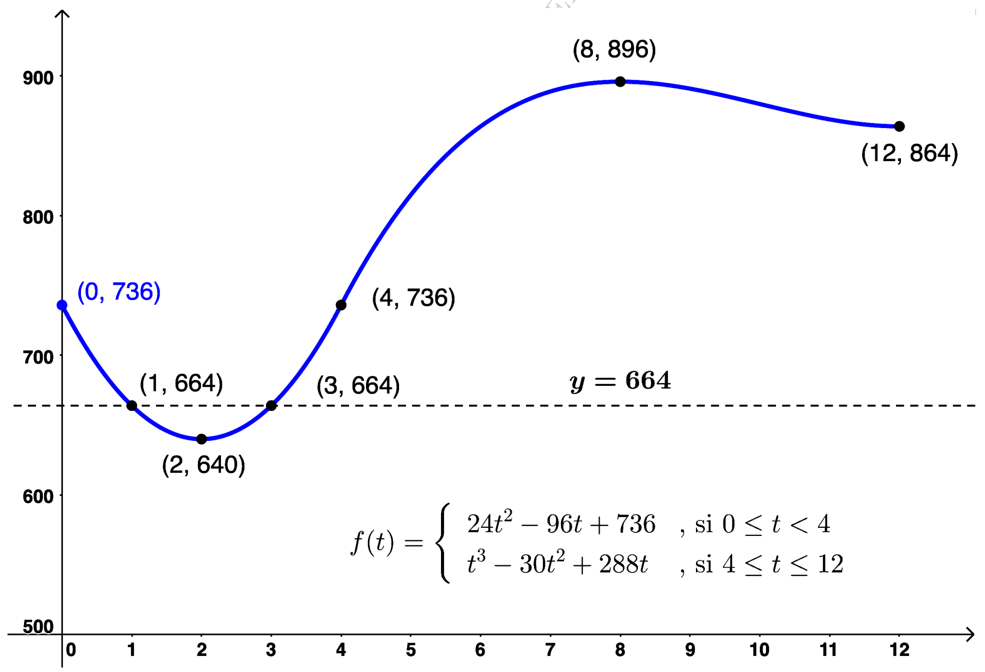
la actividad cerebral es *mínima* en $t = 2$, con un valor de 640 μV y *máxima* en $t = 8$, con un valor de 896 μV.

c) $f(6) = 864 \implies 864 - 200 = 664$

$f_1(t) = 24t^2 - 96t + 736 = 664 \implies t^2 - 4t + 3 = 0 \implies t = \{1, 3\}$, si $0 \leq t < 4$

$f_2(t) > 664 \ \forall t \in [4,12]$, pues $f(4) = 736 > 664$, luego la función crece hasta $f(8) = 896 > 664$ y decrece hasta $f(12) = 864 > 664$

Por lo tanto los únicos momentos en donde la actividad cerebral es 200 μV menos que los que tenía a las 6 horas serán en $t = 1\ h$ y $t = 3\ h$.



Ejercicio 3B (2.5 *puntos*)

En una plaza hay una superficie limitada por las curvas

$$y = 3x^2 - 5x + 3 \qquad \& \qquad y = x + 3$$

con x expresado en metros, donde se quiere hacer un jardín para instalar dentro una estatua conmemorativa.

a) *(0.75 puntos) Representar la superficie que se destina al jardín.*

b) *(1 punto) ¿Cuánto mide dicha superficie?*

c) *(0.75 puntos) La superficie se recubre con césped artificial, con un precio de 25.99 €/m^2. Para colocar el césped requiere material adicional con un coste de 18 €/m^2, siendo además el coste de la mano de obra de 20 €/m^2. A los costes anteriores hay que añadir el impuesto que es un 7 % para el césped y materiales y un 4 % para la mano de obra. ¿Cuál es el coste total de la obra?*

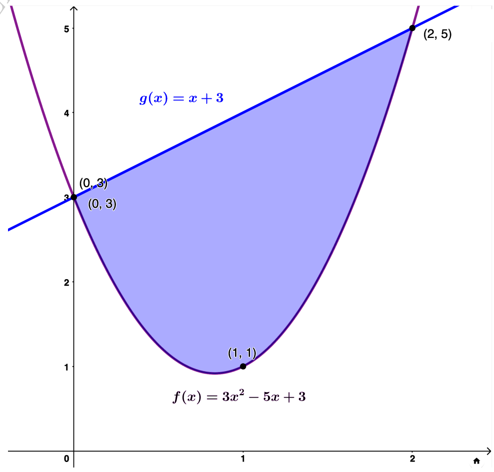
(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción B)

Solución.

a) Llamamos a las funciones:

$$f(x) = 3x^2 - 5x + 3 \quad \& \quad g(x) = x + 3$$

- $f(x) = 3x^2 - 5x + 3 = 0$ es una parábola *convexa* ($\cup$), con vértice en $x = 5/6$ y cortes con los ejes $(0,3)$ (no corta al eje OX)
- $g(x) = x+3$ es una recta *creciente* que corta a los ejes en $(0,3)$ y $(-3,0)$.



b) Hallamos los puntos de corte de ambas funciones.

$$f(x) = g(x) \implies 3x^2 - 5x + 3 = x + 3 \implies 3x^2 - 6x \implies x = \{0, 2\}$$

Lo que define un único recinto de integración $A_1 : (0,2)$. Aprovechando que tenemos representadas ambas funciones calcularemos la integral de $g(x) - f(x)$, que sabemos que nos dará directamente el área al situarse $g(x)$ por encima de $f(x)$.

$$\text{Área} = \int_0^2 [g(x) - f(x)]\,dx = \int_0^2 \left[x - 3 - \left(3x^2 - 5x + 3\right)\right] dx = \int_0^2 \left(-3x^2 + 6x\right) dx$$
$$= -x^3 + 3x^2\Big]_0^2 = (-8 + 12) - 0 = 4\ m^2$$

c) $C_{tot} = C_{\text{césped y materiales}} + C_{\text{mano obra}} = 1.07 \cdot (25.99 + 18) \cdot 4 + 1.04 \cdot 20 \cdot 4 = 271.48$ euros

Ejercicio 4A (2.5 *puntos*)

El Ayuntamiento dispone de un prespuesto de 4000 € para ampliar la capacidad de almacenamiento de su centro de datos, al que se encuentran conectados los 700 ordenadores que dan servicio a la administración. Para ello, el Ayuntamiento puede adquirir discos duros SATA de 9.6 terabytes (Tb) y discos duros SSD de 1.2 Tb de capacidad. Cada disco SATA es capaz de dar servicio a 100 ordenadores y cuesta 200 €. En cambio, los discos SSD pueden dar servicio a un máximo de 50 ordenadores y cuestan 100 € cada uno. De acuerdo con un estudio realizado por los técnicos, para garantizar una adecuada calidad de servicio, será necesario instalar como mínimo 30 discos duros en total, con al menos una unidad de cada tipo de disco.

a) *(1 punto) Formular el correspondiente programa de programación lineal.*

b) *(0.75 puntos) Representar la región factible e indicar cuáles son sus vértices.*

c) *(0.75 puntos) ¿Cuántos aparatos de cada tipo deben instalarse para conseguir la máxima capacidad de almacenamiento? Una vez instalados, ¿cuál es la capacidad media disponible por ordenador?*

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción A)

Solución.

	Discos SATA	Discos SSD	Restricción
Servicio (nº ordenadores)	100	50	≥ 700
Coste (€/disco)	200	100	≤ 4000

- Sean las incógnitas:

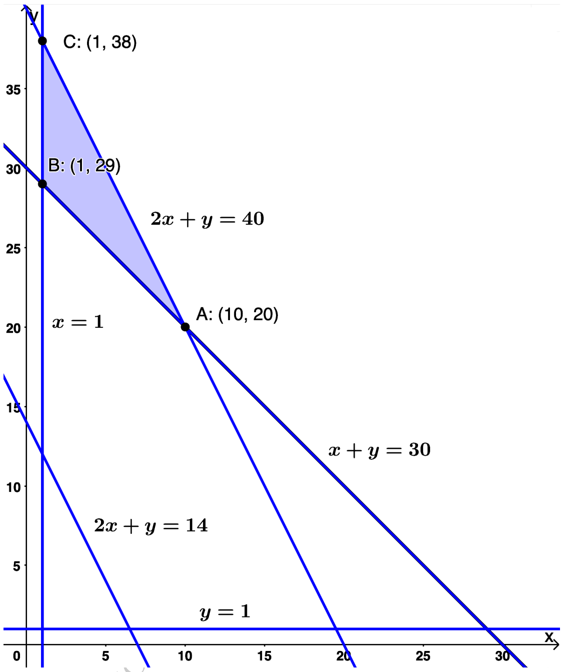
$$x \equiv \text{“Nº de discos SATA”}$$
$$y \equiv \text{“Nº de discos SSD”}$$

- `Restricciones:` Escribimos las restricciones y los puntos necesarios para su representación

$$\begin{cases} ① \; x+y \geq 30 \\ ② \; 100x+50y \geq 700 \\ ③ \; 200x+100y \leq 4000 \\ ④ \; x \geq 1 \\ ⑤ \; y \geq 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} ① \; x+y \geq 30 & \rightarrow (0,30) & \& & (30,0) \\ ② \; 2x+y \geq 14 & \rightarrow (0,14) & \& & (7,0) \\ ③ \; 2x+y \leq 40 & \rightarrow (0,40) & \& & (20,0) \\ ④ \; x \geq 1 & \rightarrow (1,0) & & \\ ⑤ \; y \geq 1 & \rightarrow (0,1) & & \end{cases}$$

- `Función objetivo`

$$f(x,y) = 9.6x + 1.2y \text{ (Tb)}$$



- `Región factible` Representamos la región y calculamos los vértices.

- `Optimización de F.O.` Evaluamos $f(x,y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x,y)$
A	10	20	120
B	1	29	44.4
C	1	38	55.2

La *capacidad máxima* es de 120 Tb, instalando 10 discos SATA y 20 discos SSD.
La capacidad disponible por ordenador es de $\dfrac{120}{700} = 0.1714$ Tb-

Ejercicio 4B (2.5 *puntos*)

> *Los huéspedes de un hotel pueden elegir entre: Solo Alojamiento (SA), Alojamiento y Desayuno (AD), y Todo Incluido (TI). Se sabe que el número de clientes en Todo Incluido es el doble que en Solo Alojamiento y que, por cada tres clientes en Solo Alojamiento, hay dos en Alojamiento y Desayuno. Además, si se marcharan 39 clientes de Todo Incluido, la suma de los que están en los otros dos regímenes sería igual a los que quedan en Todo Incluido.*
>
> *a) (1.5 puntos) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.*
>
> *b) (1 punto) ¿Cuándos clientes hay en cada régimen de alojamiento?*
>
> *(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción B)*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de clientes en régimen de Solo Alojamiento (SA)”} \\ y &\equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de clientes en régimen de Alojamiento y desayuno (AD)”} \\ z &\equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de clientes en régimen de Todo Incluido (TI)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} z = 2x \\ \dfrac{x}{3} = \dfrac{y}{2} \\ x + y = z - 39 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y - z = -39 \\ 2x - z = 0 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -39 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 - 2F_1 \\ F_3 - 2F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & 1 & 78 \\ 0 & -5 & 2 & 78 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ 2F_3 - 5F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -39 \\ 0 & -2 & 1 & 78 \\ 0 & 0 & -1 & -234 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x + 78 - 234 = -39 \\ \Rightarrow -2y + 234 = 78 \\ \Rightarrow -z = -234 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 117 \\ y = 78 \\ z = 234 \end{array}}$$

Por lo tanto hay 117 huéspedes en régimen de Solo Alojamiento, 78 en régimen de Alojamiento y Desayuno y 234 en régimen de Todo Incluido.