MATEMATICAS CCSS
EXAMENES RESUELTOS

EVAU JUNIO 2025

- Ordinario -

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Junio 2025 (Ordinario)

Ejercicio 1A (2 *puntos*)

En la lotería de Navidad, el número ganador del Gordo es un único número de 5 cifras. Todos los números tienen la misma probabilidad de resultar ganadores. Considera los siguientes sucesos:

$$A \equiv \text{“el número ganador la Navidad de 2025 será el 00000”}$$
$$B \equiv \text{“el número ganador la Navidad de 2025 será el 72480”}$$
$$C \equiv \text{“el número ganador la Navidad de 2026 será el 72480”}$$

a) (1 punto) Expresa, con tus propias palabras, qué quieren decir los dos términos siguientes: $P(C \mid B)$ y $P(A \cap B)$.

b) (1 punto) Calcula $P(C \mid B)$ y $P(A \cap B)$.

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción Única)

Solución.

a) $P(C \mid B) \equiv$“Probabilidad de que el número ganador en 2026 sea el 72480, sabiendo que también lo fue en 2025”
$P(A \cap B) \equiv$“Probabilidad de que en 2025 el número ganador sea el 00000 y el 72480” (que son sucesos incompatibles y por tanto $P(A \cap B) = 0$).

b) Como los sucesos C y B son independientes (ya que el sorteo de un año no se ve influenciado por el del año anterior), tenemos que $P(C \mid B) = P(C) = \dfrac{1}{100000} = 0.00001$
Como ya hemos visto los sucesos A y B son incompatibles y por tanto $P(A \cap B) = 0$

Ejercicio 2A (2 *puntos*)

El Instituto Nacional de Estadística (INE) dispone de los datos, para el 2023, sobre la cantidad de habitantes totales y la cantidad de trabajadores por nacionalidad y sexo en España, que son los siguientes:

	Españoles	Extranjeros
Hombres	20.6 millones	3.0 millones
Mujeres	21.2 millones	3.3 millones

Cantidad de habitantes total.

	Españoles	Extranjeros
Hombres	10.8 millones	1.9 millones
Mujeres	9.6 millones	1.7 millones

Cantidad de trabajadores.

a) *(1 punto) Escogiendo a un hombre al azar, ¿cuál es la probabilidad de que trabaje?*

b) *(1 punto) Escogiendo un indiviuo al azar, ¿los sucesos "ser mujer" y "trabajar" son independientes?*

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción 2)

Solución.

Sean los sucesos: $H \equiv$ "El ciudadano es un hombre"

$M \equiv$ "El ciudadano es mujer"

$T \equiv$ "El ciudadano trabaja"

El número total de habitantes es $20.6 + 3.0 + 21.2 + 3.3 = 48.1$

El número total de trabajadores es $10.8 + 1.9 + 9.6 + 1.7 = 24$

a) $P(T \mid H) = \dfrac{P(T \cap H)}{P(H)} = \dfrac{\frac{10.8+1.9}{48.1}}{\frac{20.6+3.0}{48.1}} = 0.5381$

b) $P(M) = \dfrac{21.2 + 3.3}{48.1} = 0.5094 \qquad \& \qquad P(T) = \dfrac{24}{48.1} = 0.499$

$$\left.\begin{array}{l} P(M \cap T) = \dfrac{9.6 + 1.7}{48.1} = 0.2349 \\ P(M) \cdot P(T) = 0.5094 \cdot 0.499 = 0.2541 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left| \begin{array}{c} \text{Los sucesos } M \text{ y } T \\ \text{no son independientes} \end{array}\right.$$

Ejercicio 3A (2 *puntos*)

Después de una formación académica determinada, el tiempo que tardan los titulados en encontrar trabajo le podemos aproximar mediante una variable aleatoria X que sigue una distribución normal de media poblacional μ desconocida y desviación típica $\sigma = 30$ días. Respecto de los 22 titulados de este año, el número medio de días que han tardado en encontrar trabajo ha sido de 86.
Calcula un intervalo de confianza para la media poblacional μ con un nivel de confianza del 80 %.

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción 3)

Solución.

$$X \equiv \text{“Tiempo en encontrar trabajo (días)”} \longrightarrow X : \mathcal{N}(\mu, 30)$$

$X : \mathcal{N}(\mu, 30) \xrightarrow{n=22} \overline{x} = 86 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.80$

$1 - \alpha = 0.8 \implies \alpha = 0.2 \implies \alpha/2 = 0.1 \implies 1 - \alpha/2 = 0.9 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.285$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.285 \cdot \frac{30}{\sqrt{22}} = 8.22$$

$$I.C._{80\,\%}(\mu) = (\overline{x} - E; \overline{x} + E) \implies \boxed{I.C._{80\,\%}(\mu) = (77.78; 94.22)}$$

Ejercicio 1B (3 *puntos*)

Considera:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \& \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -5 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad \& \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

a) (1 punto) ¿Es cierto que $A = B^{-1}$? ¿Es cierto que $B = A^{-1}$?

b) (1 punto) Calcula x tal que $Ax = v$.

c) (1 punto) Con el valor de x del apartado anterior, calcular y tal que $B^2y = x$.

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción 1)

Solución.

a) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -5 & -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I$

Por lo tanto $A = B^{-1}$ y $B = A^{-1}$.

b) $Ax = v \implies \underbrace{A^{-1} \cdot A}_{I} x = A^{-1} \cdot v \implies x = A^{-1} \cdot v \implies \boxed{x = B \cdot v}$

$$x = B \cdot v = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -5 & -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \implies \boxed{x = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 18 \end{pmatrix}}$$

c) $B^2y = x \implies \underbrace{\left(B^2\right)^{-1} \cdot B^2}_{I} y = (B^2)^{-1} \cdot x = (B^{-1})^2 \cdot x = A^2x \implies \boxed{y = A^2x}$

$$y = A^2x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}^2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 30 & 19 & 5 \\ 25 & 15 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 18 \end{pmatrix} \implies \boxed{y = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}}$$

Ejercicio 2B (3 *puntos*)

Para organizar un evento social, queremos contratar el transporte con una empresa que nos ofrece autocares y minibuses.

- *Cada autocar tiene una capacidad de* 50 *viajeros y tiene un precio de* 100 €.
- *Cada minibús tiene una capacidad de* 30 *viajeros y tiene un precio de* 55 €.

Podemos contratar tantos autocares como queramos y hasta 8 *minibuses. Por limitaciones en el número de conductores, tan solo podemos contratar* 11 *vehículos. Si queremos asegurar el transporte para al menos* 450 *personas, ¿cuál es la combinación más ventajosa y su coste?*

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción 2)

Solución.

	Autocares	Minibuses	Restricción
Nº de viajeros	50	30	≥ 450
Precio (€/vehículo)	100	55	

- `Incógnitas:` $x \equiv$ "Nº de autocares a contratar"
  $y \equiv$ "Nº de minibuses a contratar"

- `Restricciones:` Escribimos las restricciones y los puntos necesarios para su representación

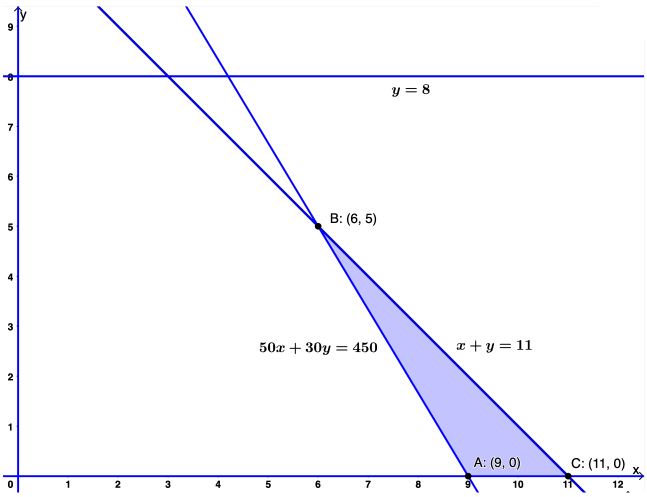
$$\begin{cases} 1 \; x + y \leq 11 & \to (0,11) \quad \& \quad (11,0) \\ 2 \; 50x + 30y \geq 450 & \to (0,15) \quad \& \quad (9,0) \\ 3 \; y \leq 8 & \to (0,8) \\ x \geq 0 & \end{cases}$$

- `Función objetivo` $f(x,y) = 100x + 55y$ (euros)

- `Región factible` Representamos la región y calculamos los vértices.

- `Optimización de F.O.` Evaluamos $f(x,y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x,y)$
A	9	0	900
B	6	5	875
C	11	0	1100



El *mínimo coste* es de 875 euros, contratando 6 autocares y 9 minibuses.

Ejercicio 1C (3 *puntos*)

Considera la función $f(x) = x^3 - 3x^2$, para $x \in [-1, \infty)$.

a) *(2 puntos) Haz una gráfica esquemática de la función $f(x)$. Calcula o justifica e indica sobre la gráfica el valor de la función en los extremos del dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos relativos y absolutos.*

b) *(1 punto) Sobre la misma gráfica, traza la recta tangente a la función en el punto $x = 1$. ¿Cuál es el valor de su pendiente?*

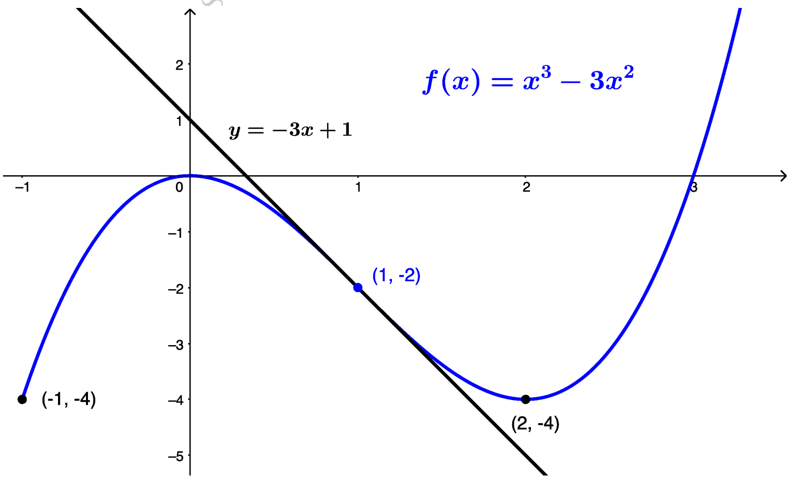
(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción 1)

Solución.

a)
- `Dominio:` $\text{Dom}(f) = [-1, \infty)$, ya que es un polinomio
- Valores en los extremos del dominio.
  - $f(-1) = -4$
  - $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(x^3 - 3x^2\right) = +\infty$
- `Monotonía:`
  $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x \cdot (x - 2) = 0 \implies x = \{0, 2\}$

	$(-1, 0)$	$(0, 2)$	$(2, +\infty)$
Signo $f'(x)$	$+$	-	$+$
$f(x)$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$

La función $f(x)$ es *creciente* en $(-1, 0) \cup (2, +\infty)$ y *decreciente* en $(0, 2)$, y tiene un *mínimo relativo* en $(2, -4)$ y un *máximo relativo* en $(0, 0)$.



b) $x_0 = 1 \implies y_0 = f(x_0) = f(1) = -2 \implies (x_0, y_0) = (1, -2)$

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

$m_r = f'(x_0) = f'(1) = -3$

$r \equiv y - y_0 = m_r \cdot (x - x_0) \implies y + 2 = -3 \cdot (x - 1) \implies \boxed{r \equiv y = -3x + 1}$

Ejercicio 2C (3 *puntos*)

En psicología, la siguiente función modela cómo las personas valoran recompensas en un instante de tiempo futuro, t:

$$V(t) = \frac{1}{(1+r)^t}, \quad t \in [0, +\infty)$$

donde r es una constante positiva, y t se mide en días.

a) (1 punto) Si $r = 0.01$, ¿qué vale la función $V(t)$ en $t = 50$?

b) (1 punto) ¿Para qué valor de r, la función $V(t)$ vale 0.75 en $t = 50$?

c) (1 punto) Si $r = 0.03$, ¿a qué valor tiende la valoración de una recompensa en un futuro muy lejano?

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción 2)

Solución.

a) Si $r = 0.01 \implies V(t) = \dfrac{1}{(1+0.01)^t} \implies V(50) = \dfrac{1}{1.01^{50}} = 0.608$

b) $V(50) = \dfrac{1}{(1+r)^{50}} = 0.75 \implies (1+r)^{50} = \dfrac{4}{3} \implies 1+r = \sqrt[50]{4/3} \implies r = \sqrt[50]{4/3} - 1$

$\implies \boxed{r = 0.00577}$

c) $\lim\limits_{t \to +\infty} V(t) = \lim\limits_{t \to \infty} \dfrac{1}{(1+0.03)^t} = \lim\limits_{t \to +\infty} \dfrac{1}{1.03^t} = \left[\dfrac{1}{\infty}\right] = 0$