

No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables, ni de dispositivos que puedan transmitir o almacenar información. Se pueden usar reglas y bolígrafos de colores (excepto rojo y verde).

**Parte A.** Conteste el problema A1, y conteste también un problema a escoger entre el problema A2 y el problema A3 (total 4 pt).

**Problema A1 (obligatorio).** — En la lotería de Navidad, el número ganador del Gordo es un único número de 5 cifras. Todos los números tienen la misma probabilidad de resultar ganadores. Considera los siguientes sucesos:

- A: el número ganador la Navidad de 2025 será el 00000.
- B: el número ganador la Navidad de 2025 será el 72480.
- C: el número ganador la Navidad de 2026 será el 72480.

- a) Expresa, con tus propias palabras, que quieren decir los dos términos siguientes:  $P(C / B)$  , y  $P(A \cap B)$ . (1 pt)
- b) Calcula  $P(C / B)$  y  $P(A \cap B)$ . (1 pt)

**Problema A2.** — El Instituto Nacional de Estadística (INE) dispone de los datos, para el 2023, sobre la cantidad de habitantes totales y la cantidad de trabajadores por nacionalidad y sexo en España, que son los siguientes:

	Españoles	Extranjeros
Hombres	20.6 millones	3.0 millones
Mujeres	21.2 millones	3.3 millones
Cantidad de habitantes total.		

	Españoles	Extranjeros
Hombres	10.8 millones	1.9 millones
Mujeres	9.6 millones	1.7 millones
Cantidad de trabajadores.		

- a) Escogiendo a un hombre al azar, ¿cuál es la probabilidad de que trabaje? (1 pt)
- b) Escogiendo un individuo al azar, ¿los sucesos “ser mujer” y “trabajar” son independientes? (1 pt)

**Problema A3.** — Despues de una formación académica determinada, el tiempo que tardan los titulados en encontrar trabajo le podemos aproximar mediante una variable aleatoria X que sigue una distribución normal de media poblacional  $\mu$  desconocida, y desviación típica  $\sigma = 30$  días. Respecto de los 22 titulados de este año, el número medio de días que han tardado en encontrar trabajo ha sido de 86.

Calcula un intervalo de confianza para la media poblacional  $\mu$  con un nivel de confianza del 80%. (2 pt)

**Parte B.** Escoja sólo un problema de esta parte (total 3 pt).**Problema B1.** — Considera:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -5 & -3 & 4 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- a) ¿Es cierto que  $A = B^{-1}$ ? ¿Es cierto que  $B = A^{-1}$ ? **(1 pt)**  
b) Calcula  $x$  tal que  $Ax = v$ . **(1 pt)**  
c) Con el valor de  $x$  del apartado anterior, calcula  $y$  tal que  $B^2y = x$ . **(1 pt)**

**Problema B2.** — Para organizar un evento social, queremos contratar el transporte con una empresa que nos ofrece autocares y minibuses.

- Cada autocar tiene una capacidad de 50 viajeros y tiene un precio de 100 €.
- Cada minibús tiene una capacidad de 30 viajeros y tiene un precio de 55 €.

Podemos contratar tantos autocares como queramos, y hasta 8 minibuses. Por limitaciones en el número de conductores, tan solo podemos contratar 11 vehículos. Si queremos asegurar el transporte para al menos 450 personas, ¿cuál es la combinación más ventajosa y su coste?

**(3 pt)**

**Parte C.** Escoja sólo un problema de esta parte (total 3 pt).

**Problema C1.** — Considera la función  $f(x) = x^3 - 3x^2$ , para  $x \in [-1, \infty)$ .

- a) Haz una gráfica esquemática de la función  $f(x)$ . Calcula o justifica e indica sobre la gráfica el valor de la función en los extremos del dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos relativos y absolutos. **(2 pt)**
- b) Sobre la misma gráfica, traza la recta tangente a la función en el punto  $x=1$ . ¿Cuál es el valor de su pendiente? **(1 pt)**

**Problema C2.** — En psicología, la siguiente función modela cómo las personas valoran recompensas en un instante de tiempo futuro,  $t$ :

$$V(t) = \frac{1}{(1+r)^t}, \quad t \in [0, +\infty)$$

donde  $r$  es una constante positiva, y  $t$  se mide en días.

- a) Si  $r = 0.01$ , ¿qué vale la función  $V(t)$  en  $t = 50$ ? **(1 pt)**
- b) ¿Para qué valor de  $r$ , la función  $V(t)$  vale 0.75 en  $t = 50$ ? **(1 pt)**
- c) Si  $r = 0.03$ , ¿a qué valor tiende la valoración de una recompensa en un futuro muy lejano? **(1 pt)**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Tabla de la distribución normal N(0, 1)