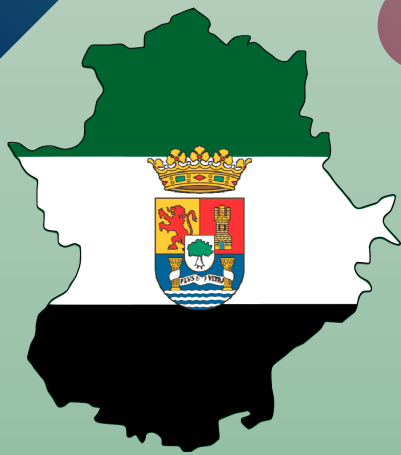
MATEMATICAS CCSS
EXAMENES RESUELTOS



EVAU JUNIO 2025
- Ordinario -

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Junio 2025 (Ordinario)

Ejercicio 1A (4 *puntos*)

El servicio de atención al cliente de una compañía telefónica decide realizar un estudio sobre el tipo de reclamaciones que recibe.

A.1) *En este servicio se reciben 1500 llamadaas al día, de las cuales 700 son consultas técnicas, 600 consultas financieras y el resto son reclamaciones. El cliente queda satisfecho en el 50 % de las consultas técnicas, en el 40 % de las consultas financieras y en el 10 % de las reclamaciones. Se pide:*

a) *(1 punto) Calcular la probabilidad de que un cliente presente una reclamación y no quede satisfecho con el resultado de la misma.*

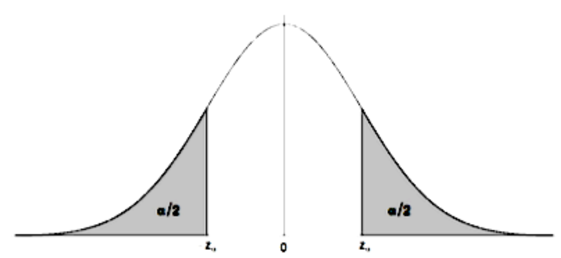
b) *(1 punto) Calcular la probabilidad de que un cliente atendido por dicho servicio quede satisfecho con la atención recibida.*

A.2) *De las 200 reclamaciones recibidas telefónicamente cierto día, se resolvieron favorablemente para el cliente 64. Se pide, justificando las respuestas:*

a) *(1.5 puntos) Hallar un intervalo de confianza al nivel de confianza del 95 % para la proporción de reclamaciones telefónicas favorables al cliente.*

b) *(0.5 puntos) En base a dicho intervalo, ¿podemos decir que el porcentaje de reclamaciones favorables al cliente supera el 20 %?*

α	z_α
0.01	2.576
0.02	2.326
0.03	2.170
0.04	2.054
0.05	1.960
0.06	1.881
0.07	1.812
0.08	1.751
0.09	1.695
0.1	1.645



(Extremadura - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción Única)

Solución.

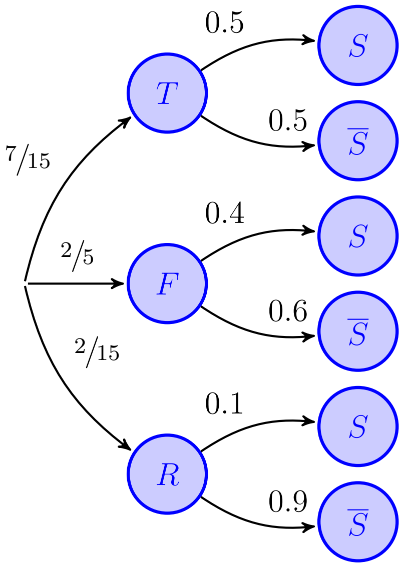
A.1) Sean los sucesos:

$T \equiv$ "La consulta es técnica" $\qquad F \equiv$ "La consulta es financiera"

$R \equiv$ "La consulta es una reclamación" $\qquad S \equiv$ "El cliente queda satisfecho"

Del enunciado tenemos:

$$P(T) = \frac{700}{1500} = \frac{7}{15} \qquad \& \qquad P(F) = \frac{600}{1500} = \frac{2}{5} \qquad \& \qquad P(R) = \frac{200}{1500} = \frac{2}{15}$$



a) $P(R \cap \overline{S}) = P(R) \cdot P(\overline{S} \mid R) = \dfrac{2}{15} \cdot 0.9 = 0.12$

b) $P(S) = P\Big((T \cap S) \cup (F \cap S) \cup (R \cap S)\Big)$
$= P(T \cap S) + P(F \cap S) + P(R \cap S)$
$= P(T) \cdot P(S \mid T) + P(F) \cdot P(S \mid F)$
$+ P(R) \cdot P(S \mid R) = \dfrac{7}{15} \cdot 0.5 + \dfrac{2}{5} \cdot 0.4$
$+ \dfrac{2}{15} \cdot 0.1 = 0.4067$

A.2) a) $n = 200 \quad \& \quad \hat{p} = \dfrac{64}{200} = 0.32 \quad \& \quad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 0.68 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.95$

$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow {}^{\alpha}/_{2} = 0.025 \Longrightarrow 1 - {}^{\alpha}/_{2} = 0.975 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.96$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 1.96 \cdot \sqrt{\dfrac{0.32 \cdot 0.68}{200}} = 0.0647$

$I.C._{95\,\%}(p) = (\hat{p} - E; \hat{p} + E) \Longrightarrow \boxed{I.C._{95\,\%}(p) = (0.2553; 0.3847)}$

b) Como $0.2 < I.C._{95\,\%}(\hat{p})$ podremos asegurar que con un nivel de confianza del 95 %, el porcentaje de reclamaciones favorables al cliente será superior al 20 %.

Ejercicio 1B (3 *puntos*)

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 5x & 4 \\ -x & 0 \end{pmatrix} \quad \& \quad B = \begin{pmatrix} 3 & y \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \quad \& \quad C = \begin{pmatrix} z & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \& \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) (2 puntos) Calcular, justificando la respuesta, los valores de x, y, z para que se verifique la igualdad $I + A^\top = B \cdot C$, siendo $A^\top$ la matriz traspuesta de A.

b) (1 punto) Tomando $x = 1$, determinar los valores de y para los que $A \cdot B$ tiene inversa.

(Extremadura - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción 1)

Solución.

a) $I + A^\top = B \cdot C \implies \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5x & -x \\ 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & y \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

$$\implies \begin{pmatrix} 5x+1 & -x \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3z+2y & -3 \\ 8-z & 1 \end{pmatrix}$$

$$\implies \begin{cases} 5x+1 = 3z+2y \xrightarrow[z=4]{x=3} 15+1 = 12+2y \implies \boxed{y=2} \\ -x = -3 \implies \boxed{x=3} \\ 4 = 8-z \implies \boxed{z=4} \\ 1 = 1 \ \checkmark \end{cases}$$

b) Si $x = 1 \implies A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & y \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 5y+16 \\ -3 & -y \end{pmatrix}$

$|A \cdot B| = -11y + 3 \cdot (5y+16) = 4y + 48 \neq 0 \implies y \neq -12 \implies \exists (A \cdot B)^{-1} \ \forall y \neq -12$

Ejercicio 2B (3 *puntos*)

Una granja produce dos tipos de cultivos, maíz y trigo, generando un beneficio de 50 euros por hectárea de maíz y 40 euros por hectárea de trigo. La granja dispone de 120 hectáreas para cultivar y de 300 depósitos de agua. Cada hectárea de maíz requiere 3 depósitos de agua y cada hectárea de trigo requiere 2. Además, la granja debe dedicar al menos 20 hectáreas al maíz y 15 hectáreas al trigo. Determinar el número de hectáreas que se deben dedicar a cada cultivo para obtener los beneficios máximos y calcular dichos beneficios.

(Extremadura - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción 2)

Solución.

- `Incógnitas:` $x \equiv$ "Nº de hectáreas de maíz"
  $y \equiv$ "Nº de hectáreas de trigo"

- `Restricciones:` Escribimos las restricciones y los puntos necesarios para su representación

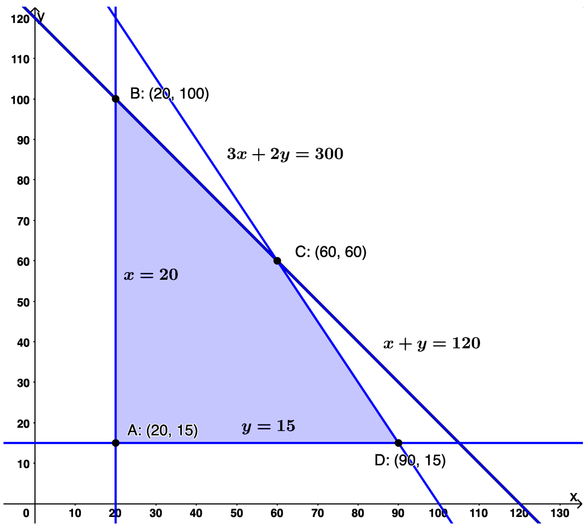
-
$$\begin{cases} (1)\ x + y \leq 120 & \rightarrow (0, 120) \quad \& \quad (120, 0) \\ (2)\ 3x + 2y \leq 300 & \rightarrow (0, 150) \quad \& \quad (100, 0) \\ (3)\ x \geq 20 & \rightarrow (20, 0) \\ (4)\ y \geq 15 & \rightarrow (0, 15) \end{cases}$$

- `Función objetivo` $f(x, y) = 50x + 40y$ (euros)

- `Región factible` Representamos la región y calculamos los vértices.

- `Optimización de F.O.` Evaluamos $f(x, y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x,y)$
A	20	15	1600
B	20	100	5000
C	60	60	5400
D	90	15	5100



El *máximo beneficio* es de 5400 euros dedicando 60 hectáreas al cultivo de maíz y otras 60 al de trigo.

Ejercicio 1C (3 *puntos*)

La temperatura de una bodega oscila entre los 6 y los 14 grados y la cantidad de vino que se estropea, $C(x)$ en litros, depende de su temperatura de conservación, x en grados, de acuerdo con la siguiente función:

$$C(x) = 1000 - 231x + 27x^2 - x^3 \quad 6 \leq x \leq 14$$

Determinar razonando las respuestas:

a) *(1.5 puntos) El crecimiento y decrecimiento de la cantidad de vino que se estropea dependiendo de la temperatura de conservación.*

b) *(1 punto) Las tempraturas de la bodega que hacen que se estropee la cantidad máxima y mínima de vino y los valores de estas cantidades.*

c) *(0.5 puntos) La diferencia, en cuanto a cantidad de vino estropeada, entre mantener la bodega a 8 y a 10 grados.*

(Extremadura - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción 1)

Solución.

a) $C'(x) = -231 + 54x - 3x^2 = 0 \implies x = \{7, 11\}$

	$(6, 7)$	$(7, 11)$	$(11, 14)$
Signo $C'(x)$	-	+	-
$C(x)$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$

La cantidad de vino que se estropea $C(x)$ es *creciente* entre las temperaturas $(7, 11)$ y *decreciente* entre $(6, 7) \cup (11, 14)$.

b) Teniendo en cuenta que:

$$C(6) = 370 \quad \& \quad C(7) = 363 \quad \& \quad C(11) = 395 \quad \& \quad C(14) = 314$$

la cantidad de vino estropeado es *máxima* a 11° y vale $C(11) = 395$ litros, y *mínima* a 14° y vale $C(14) = 314$ litros.

c) $C(10) - C(8) = 390 - 368 = 22$ litros de diferencia entre los 8° y los 10°..

Ejercicio 2C (3 *puntos*)

Consideramos la parábola $p(x) = Ax^2 + Bx - 30$. Se pide:

a) (1.5 puntos) Determinar los valores de A y B para que el valor de la parábola en $x = 1$ sea -32 y su derivada en $x = 2$ sea igual a 4.

b) (1.5 puntos) Para $A = 1$ y $B = -1$, hallar el área encerrada por $p(x)$ y el eje OX entre $x = 5$ y $x = 7$.

(Extremadura - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Opción 2)

Solución.

a) $p(x) = Ax^2 + Bx - 30 \qquad \& \qquad p'(x) = 2Ax + B$

$$\left.\begin{array}{l} p(1) = -32 \implies A + B - 30 = -32 \\ p'(2) = 4 \implies 4A + B = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{c} A = 2 \\ B = -4 \end{array}} \implies p(x) = 2x^2 - 4x - 30$$

b) Para $A = 1$ y $B = -1 \implies p(x) = x^2 - x - 30 = 0 \implies x = \{-5, 6\}$. La parábola corta al eje OX en $x = -5$ y $x = 6$. Por lo tanto entre las rectas $x = 5$ y $x = 7$, se definen dos recintos de integración $A_1 : (5, 6)$ y $A_2 : (6, 7)$.

$$A_1 = \int_5^6 p(x)\,dx = \int_5^6 \left(x^2 - x - 30\right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 30x\Big]_5^6 = (72 - 18 - 180)$$
$$- \left(\frac{125}{3} - \frac{25}{2} - 150\right) = -\frac{31}{6}$$
$$A_2 = \int_6^7 p(x)\,dx = \int_6^7 \left(x^2 - x - 30\right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 30x\Big]_6^7 = \left(\frac{343}{3} - \frac{49}{2} - 210\right)$$
$$- (72 - 18 - 180) = \frac{35}{6}$$
$$\text{Área} = |A_1| + |A_2| = \frac{31}{6} + \frac{35}{6} = 11\ u^2$$