CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAU** **Convocatoria ordinaria 2025** **MATEMÁTICAS II**	**CÓDIGO 20**

El examen consta de **4 preguntas de respuesta obligatoria, puntuadas cada una con 2,5 puntos**: la primera sin apartados optativos y las tres siguientes con posibilidad de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. (2,5 puntos)

CONTEXTO

Las cafeterías universitarias son espacios en los que, además de poder consumir alimentos y bebidas, en numerosas ocasiones se emplean como puntos de encuentro para otros eventos. Según los datos recogidos por la dirección de la cafetería de una facultad, el 65% de sus clientes son estudiantes, el 25% personal de la universidad y el 10% restante son personas ajenas a la universidad.

Con el objetivo de estudiar si es necesario realizar modificaciones en la cafetería, sus responsables han analizado datos sobre el tiempo de espera hasta que un cliente ha sido atendido y sobre la forma de realizar los pagos. Puede suponerse que el tiempo de espera hasta que un cliente es atendido sigue una distribución aproximadamente normal, con media igual a 5 minutos y de tal modo que el 90% de los clientes son atendidos antes de 8 minutos. Por los datos recogidos, han llegado a la conclusión de que el 30% de los estudiantes efectúan los pagos en efectivo, siendo este porcentaje igual al 70% para el personal de la universidad, mientras que el 80% de los pagos realizados por personas ajenas a la universidad se hacen en efectivo.

Responda estos tres apartados: 1.1., 1.2. y 1.3.

1.1. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente sea atendido antes de 4 minutos?

1.2. Calcular la probabilidad de que un pago en esta cafetería no haya sido realizado en efectivo.

1.3. Si un pago se hizo en efectivo, ¿qué es más probable, que haya sido realizado por estudiantes o por personal de la universidad?

PREGUNTA 2. NÚMEROS Y ÁLGEBRA. (2,5 puntos). Responda uno de estos dos apartados: 2.1. o 2.2.

2.1. Responda a las dos cuestiones siguientes:

2.1.1. Si $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, halle $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tales que $A^2 + \alpha A + \beta I = 0$, donde I y 0 son las matrices identidad y cero, respectivamente.

2.1.2. Calcule la matriz cuadrada X tal que $XA = B$, si $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. ¿Son iguales XA y AX?

2.2. Discuta, según los valores del parámetro m, el sistema $\begin{cases} x + y + mz = 1, \\ x + my + z = 1, \\ mx + y + z = 1. \end{cases}$

PREGUNTA 3. ANÁLISIS. (2,5 puntos). Responda uno de estos dos apartados: 3.1. o 3.2.

3.1. Dada la función $f(x) = \begin{cases} kx^2 + 2x & \text{si} \quad x \leq 1, \\ x^2 - m & \text{si} \quad x > 1, \end{cases}$ se pide responder a las siguientes cuestiones:

3.1.1. ¿Qué condición deben cumplir k y m para que f sea continua en $x = 1$?

3.1.2. ¿Para qué valores de k y m es f derivable en $x = 1$?

3.2. Dibuje la región encerrada por la gráfica de $f(x) = \sqrt{2x+1}$, el eje X y las rectas $x = 0$, $x = 4$. Luego, calcule su área.

PREGUNTA 4. GEOMETRÍA. (2,5 puntos). Responda uno de estos dos apartados: 4.1. o 4.2.

4.1. Determine el valor que debe tomar k para que los planos

$$\pi_1 : kx + y + \tfrac{1}{4}z + 2 = 0 \qquad \text{y} \qquad \pi_2 : 3x + 4y + z + 3 = 0$$

sean paralelos. Calcule también el valor de k que hace que esos mismos planos sean perpendiculares.

4.2. Considérense el punto $P(0,1,0)$ y la recta $r: (x, y, z) = (2,0,3) + \lambda(1,2,3)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

4.2.1. Determine la ecuación continua de la recta s que es paralela a r y pasa por el punto P.

4.2.2. Obtenga la ecuación implícita o general del plano π que pasa por P y es perpendicular a r.