

Matemáticas II

INDICACIONES

- Para obtener la máxima calificación, se debe responder a una cuestión de cada apartado/bloque.
- En aquellos apartados/bloques en los que se ofrece la posibilidad de elegir entre varias tareas, se debe responder solo a una de las opciones. Si se realiza más de una opción, se corregirá la primera de ellas, según el orden en que aparecen resueltas en el cuadernillo de examen.
- Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
- Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.

APARTADO 1 (Bloque A+D) [2,5 puntos].

Resuelve una de las siguientes cuestiones (1A o 1B):

Cuestión 1A. Considera las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ 1 & a+3 & 1 \\ 1 & 1 & a+1 \end{pmatrix}, \text{ con } a \in \mathbb{R}; \text{ y } B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 0 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Tarea a, [1 punto]. Halla los valores del parámetro a para los cuales la matriz A tiene inversa.

Tarea b, [1 punto]. Considera $a = -3$. Calcula, si es posible, la matriz inversa de A .

Tarea c, [0,5 puntos]. Considera $a = -3$. Halla, si es posible, la matriz X que satisface la siguiente ecuación matricial: $AX = B$.

Cuestión 1B. Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} ax + y - z & = & 1 \\ (a^2 - 2)y + 2z & = & -2 \\ -x + z & = & 0 \end{cases}$$

dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$.

Tarea a, [1,5 puntos]. Halla los valores de a para los cuales el sistema es compatible.

Tarea b, [1 punto]. Considera $a = 0$. Si el sistema es compatible, halla su solución general.

APARTADO 2, (Bloque B) [2,5 puntos].

Resuelve una de las siguientes cuestiones (2A o 2B):

Cuestión 2A. Considera la siguiente función definida a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}, & \text{si } x \neq 2 \\ e^k, & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

con $k \in \mathbb{R}$ un parámetro a determinar.

Tarea a, [0,75 puntos]. Determina el valor del parámetro k para que $f(x)$ sea continua en $x = 2$.

Tarea b, [1 punto]. Si existen, halla las asíntotas de $f(x)$ y especifica de qué tipo son.

Tarea c, [0, 75 puntos]. Obtén la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en $x = 1$.

Cuestión 2B. Considera la siguiente función: $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$.

Tarea a, [0,5 puntos]. Halla los puntos de corte de $f(x)$ con el eje de abscisas OX y los puntos de corte de $f(x)$ con el eje de ordenadas OY.

Tarea b, [1 punto]. Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

Tarea c, [1 punto]. Calcula el área comprendida entre la curva $y = f(x)$, el eje OX y las rectas $x = -2$ y $x = 1$.

APARTADO 3 (Bloque C) [2,5 puntos].

Considera la recta $r : \begin{cases} 2x - y = 3 \\ y - 2z = 1 \end{cases}$ y el punto $P = (1, 1, 1)$.

Tarea a, [1 punto]. Determina los puntos de r que están a una distancia de $\sqrt{14}$ unidades de P .

Tarea b, [0,75 puntos]. Obtén la ecuación del plano que contiene a r y P .

Tarea c, [0,75 puntos]. Calcula la distancia entre r y P .

APARTADO 4 (Bloque E) [2,5 puntos].

Resuelve una de las siguientes cuestiones (4A o 4B):

Cuestión 4A. En un colegio se ofrecen solo atletismo y baloncesto como actividades deportivas extraescolares. En base a los datos de otros años, los docentes determinan que la probabilidad de que un alumno se matricule en atletismo es $P(A) = 0,40$; y que la probabilidad de que un estudiante se matricule en baloncesto es $P(B) = 0,65$. Además, solo un 10 % del alumnado no se matricula en ningún deporte.

Tarea a, [1 punto]. Calcula la probabilidad de que un alumno se matricule en los dos deportes.

Tarea b, [1,5 puntos]. Calcula las siguientes probabilidades: $P(A/B)$, $P(B/A)$ y $P(A/B^c)$, donde B^c representa el suceso contrario a B .

Cuestión 4B. Solo dos sedes de una empresa fabrican el mismo modelo de aspiradora. La sede A suministra el 60 % de la producción total. Un 0,15 % de las aspiradoras fabricadas en la sede A y un 0,1 % de las aspiradoras fabricadas en la sede B falla durante el primer año.

Tarea a, [0,75 puntos]. Calcula la probabilidad de que una aspiradora fabricada en la sede B no falle durante el primer año.

Tarea b, [0,75 puntos]. Calcula la probabilidad de que una aspiradora elegida al azar falle durante el primer año.

Tarea c, [1 punto]. Si una aspiradora elegida al azar no falla durante el primer año, calcula la probabilidad de que haya sido fabricada en la sede A.