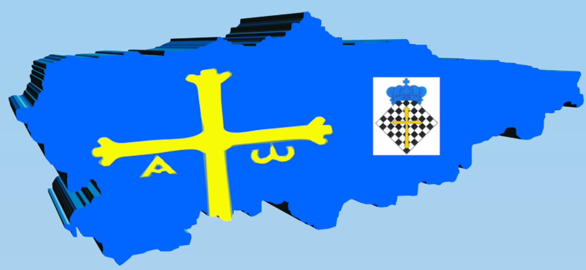
MATEMATICAS CCSS

EXAMENES RESUELTOS



EVAU JUNIO 2025

- Ordinario -

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Junio 2025 (Ordinario)

Ejercicio 1A (2.5 *puntos*)

La velocidad de una montañna rusa, medida en km/h, durante los 20 primeros segundos del recorrido se puede aproximar por la siguiente función:

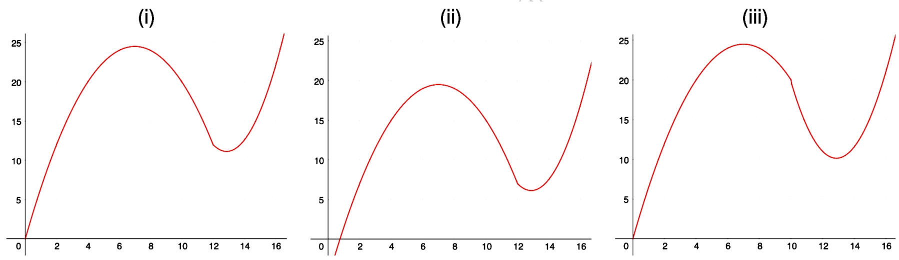
$$f(x)=\begin{cases} -\dfrac{1}{2}x^2+7x & ,\ si\ 0\leq x\leq 12 \\ \dfrac{-1}{108}x^3+\dfrac{3}{2}x^2-34x+220 & ,\ si\ 12<x\leq 20 \end{cases}$$

donde x representa el tiempo (en segundos) desde la salida.

a) (1 punto) ¿En qué intervalos de tiempo la velocidad aumenta y en cuáles decrece?

b) (1 punto) Tras el segundo 1 y antes del segundo 20, ¿la velocidad es inferior a 5 km/h en algún momento? ¿Supera los 70 km/h en algún momento? En caso afirmativo, indica cuándo.

c) (0.5 puntos) Explica cuál de las siguientes figuras se corresponde con la gráfica de la función f.



(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque A)

Solución.

a) $$f(x)=\begin{cases} -x+7=0 \implies x=7 & ,\ \text{si } 0<x<12 \\ \dfrac{-1}{36}x^2+3x-34=0 \implies \begin{cases} x=54-6\sqrt{47}\simeq 12.87 \\ \cancel{x=54+6\sqrt{47}\simeq 95.13} \end{cases} & ,\ \text{si } 12<x<20 \end{cases}$$

	$(0,7)$	$(7,12)$	$(12,12.87)$	$(12.87,20)$
Signo $f'(x)$	$+$	-	-	$+$
$f(x)$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$

La velocidad $f(x)$ es *creciente* en $(0,7)\cup(12.87,20,)$ y *decreciente* en $(7,12.87)$.

b) La velocidad $f(x)$ tiene un *mínimo relativo* en $(12.87,11.13)$ y un *máximo relativo* en $(7,24.5)$ y además $f(1)=6.5 \quad \& \quad f(20)=65.93$. Por lo tanto entre el segundo 1 y el 20 la velocidad no bajará de 6.5 km/h ni superará los 24.5 km/h.

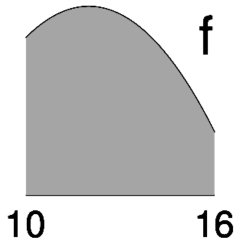
c) La gráfica válida es la (i). La (ii) no vale pues $f(1)=0\neq 6.5$ y la (iii) tampoco pues $f(12.68)\neq 11.13$.

Ejercicio 1B (2.5 *puntos*)

Dada la función $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 6x - 30$:

a) *(1 punto) Encuentra la primitiva* F *de* f *para la que se verifica que* $F(2) = 2$.

b) *(1.5 puntos) La función* f *determina, entre* x*=10 m y* $x = 16$ *m, el recorrido de una montaña rusa. Se quiere pintar de color gris la superficie bajo el recorrido en ese intervalo. Cada bote contiene pintura para 15* m^2 *de superficie. ¿Cuántos botes serán necesarios para pintar toda esa superficie?*



(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque B)

Solución.

a) $F(x) = \int f(x)\,dx = \int \left(-\frac{1}{4}x^2 + 6x - 30\right) dx = -\frac{x^3}{12} + 3x^2 - 30x + C$

$$F(2) = 2 \implies -\frac{2}{3} + 12 - 60 + C = 2 \xRightarrow{C={}^{152}/_{3}} \boxed{F(x) = -\frac{x^3}{12} + 3x^2 - 30x + \frac{152}{3}}$$

b) Área $= \int_{10}^{16} f(x) = F(16) - F(10) = -\frac{8}{3} - \left(-\frac{98}{3}\right) = 30\ m^3$

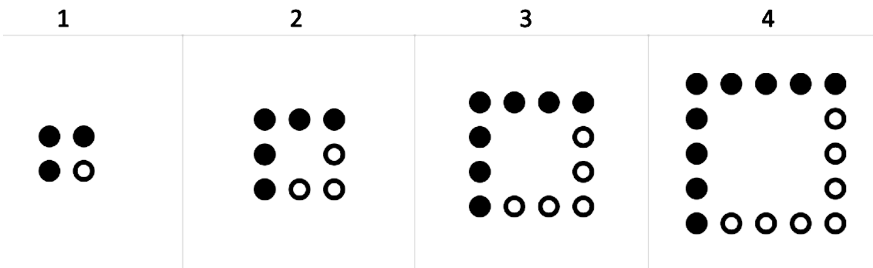
$$\frac{30\ m^2}{15\ m^2/bote} = 2 \implies \text{se necesitan 2 botes para pintar la montaña rusa.}$$

Ejercicio 2A (2.5 *puntos*)

En una caseta de feria proponen un reto, a partir de las siguientes figuras.

a) *(2 puntos) El reto consiste en adivinar cuántos puntos en total (negros y blancos) habrá en la figura número 17 y, además, decir cuántos de ellos serán puntos negros y cuántos blancos. Para quienes han superado este reto, se plantea uno más complicado: ¿eres capaz de encontrar una fórmula que relacione el número de figura con el número de puntos negros para una figura cualquiera? Explica cómo has llegado a ella, indicando qué representa cada símbolo que uses (por ejemplo: "n es el número de figura").*

b) *(0.5 puntos) Dos clientes de la caseta, tras observar detenidamente el reto, tienen opiniones encontradas: una dice que no es posible que haya una figura que tenga un número par de puntos negros y otro dice que sí lo es. ¿A quién le das la razón? ¿Qué argumentos puedes utilizar para convencerlos?*



(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque A)

Solución.

a) Sea las progresiones aritméticas:

$$a_i \equiv \text{"N}^{\underline{o}}\text{ de puntos negros en la figura } i\text{"} \implies a_n = \{3, 5, 7, 9, \ldots\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} a_1 = 3 \\ d = 2 \end{array} \right\}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d = 3 + (n-1)\cdot 2 \implies \boxed{a_n = 2n+1}$$

$$b_i \equiv \text{"N}^{\underline{o}}\text{ de puntos blancos en la figura } i\text{"} \implies b_n = \{1, 3, 5, 7, \ldots\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} b_1 = 1 \\ d = 2 \end{array} \right\}$$

$$b_n = b_1 + (n-1)\cdot d = 1 + (n-1)\cdot 2 \implies b_n = 2n-1$$

El número total de puntos negros y blancos en la figura 17 será:

$$N_{17} = a_{17} + b_{17} = [2\cdot 17 + 1] + [2\cdot 17 - 1] = 35 + 33 = 68 \text{ puntos}$$

También podríamos haber razonado diciendo que el número total de puntos es:

$$N_n = a_n + b_n = (2n+1) + (2n-1) = 4n \implies N_{17} = 4\cdot 17 = 68$$

b) El número de puntos negros en la figura i es $a_n = 2n+1$ que es un número impar por lo tanto no es posible que haya una figura con un número par de puntos.

Ejercicio 2B (2.5 *puntos*)

En un parque de atracciones quedan 2 horas para el cierre. Una persona quiere repartir ese tiempo entre sus dos atracciones favoritas: dragón rojo y gran loop. Cada viaje en el dragón rojo se estima que dura 6 minutos. Cada viaje en gran loop dura unos 8 minutos. Quiere hacer al menos 1 viaje en el gran loop y que el número de viajes en el dragón rojo sea a lo sumo, el doble que el número de viajes en el gran loop.

a) (1 punto) Si se sube 8 veces en el dragón rojo, ¿cuántos viajes puede hacer en el gran loop? ¿Puede subir 6 veces a cada atracción?

b) (1 punto) Siendo x el número de viajes en el dragón rojo e y el número de viajes en el gran loop, a partir de la imagen, indica cuál es la región factible para el problema que consiste en resolver cuántas veces puede subir esta persona a cada atracción. Señala los vértices (p. ej. B, D, F y G) y justifica tu respuesta.

c) (0.5 puntos) Si los viajes en el dragón rojo cuestan 5 euros y en el gran loop 3 euros, ¿cuánto dinero puede llegar a gastar, como máximo? ¿Y cuánto puede gastar, como mínimo?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque B)

Solución.

Resolveremos el problema de programación lineal que optimiza el coste. Posteriormente responderemos a las preguntas del ejercicio.

	Dragón rojo	Gran loop	Restricción
Duración viaje (min)	6	8	≤ 120
Coste (€)	5	3	

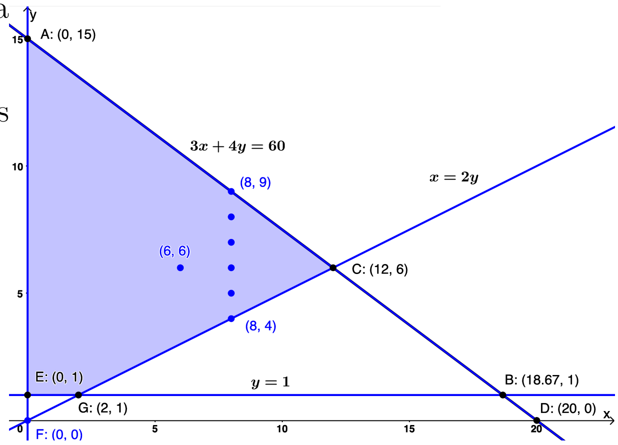
- `Incógnitas:` $x \equiv$ "Nº de viajes en dragón rojo"
  $y \equiv$ "Nº de viajes en gran loop"

- `Restricciones:` Escribimos las restricciones y los puntos necesarios para su representación

$$\begin{cases} 1 \quad 6x + 8y \leq 120 \\ 2 \quad y \geq 1 \\ 3 \quad x \leq 2y \\ x \geq 0 \end{cases} \implies \begin{cases} 1 \quad 3x + 4y \leq 60 & \rightarrow (0,15) \quad \& \quad (20,0) \\ 2 \quad y \geq 1 & \rightarrow (0,1) \\ 3 \quad x \leq 2y & \rightarrow (0,0) \quad \& \quad (20,10) \\ x \geq 0 \end{cases}$$

- `Función objetivo` $f(x, y) = 5x + 3y$ (€)

- `Región factible` Representamos la región y calculamos los vértices.



- `Optimización de F.O.` Evaluamos $f(x, y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x, y)$
A	0	15	45
C	12	6	78
E	0	1	3
G	2	1	13

a) Si sube 8 veces en dragón rojo ($x = 8$), para cumplir las restricciones el punto debe estar dentro de la región factible, lo que supone que el número de viajes que puede hacer en gran loop sean al menos 4 y a lo sumo 9 (los puntos están marcados en la figura).
Podría subir 6 veces a cada atracción pues el punto $(6, 6)$ está dentro de la región factible.

b) La región factible es la limitada por los puntos E, A, C y G.

c) El *coste mínimo* de montar en las atracciones será de 3 €, haciendo un único viaje en gran loop. Por otra parte el *coste máximo* sería de 78 € si montamos 12 veces en dragón rojo y 6 en gran loop.

Ejercicio 3A (2.5 *puntos*)

En una de las atracciones hay dos tipos de pases, el pase VIP y el normal, sus precios son, respectivamente, x e y. Un grupo de personas pagó, en total, 90 € cuando compró un pase VIP y tres pases normales, mientras que otro grupo de personas pagó $15m$ € por comprar dos pases VIP y m pases normales. Para determinar el precio de cada pase, se utiliza el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 3y = 90 \\ 2x + my = 15m \end{cases}$$

a) *(1 punto) Si $m = 15$, ¿cuál fue el precio de cada tipo de pase?*

b) *(1 punto) Proporciona un valor de m para el cual el sistema tenga solución, pero esa solución carezca de sentido en el contexto del problema. Justifica tu respuesta.*

c) *(0.5 puntos) ¿Para qué valor de m el sistema no tiene solución? Justifica tu respuesta.*

(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque A)

Solución.

a) Si $m = 15$ el sistema es: $\begin{cases} x + 3y = 90 \\ 2x + 15y = 225 \end{cases}$ que resolvemos por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 90 \\ 2 & 15 & 225 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 2F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 90 \\ 0 & 9 & 45 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x + 3 \cdot 5 = 90 \Rightarrow \\ \Rightarrow 9y = 45 \qquad\quad \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 75 \\ y = 5 \end{array}}$$

Por lo tanto el precio de cada pase VIP será de 75 €, mientras que el de cada pase normal será de 5 €.

b) Vamos a discutir el sistema para responder este apartado:

- $|A| = m - 6 = 0 \Longrightarrow m = 6$
- Si $m \neq 6 \Longrightarrow |A| \neq 0 \Longrightarrow \text{ran}(A) = 2 = \text{ran}(A^*) = \text{nº incóg.} \xrightarrow{Rouche}$ SIST. COMP. DET. (Solución única)
- si $m = 6 \Longrightarrow |A| = 0 \Longrightarrow \text{ran}(A) = 1$ y como $\begin{vmatrix} 1 & 90 \\ 2 & 90 \end{vmatrix} = -90 \neq 0 \Longrightarrow$ $\text{ran}(A^*) = 2 \neq \text{ran}(A) = 1 \xrightarrow{Rouche}$ SIST. INCOMPATRIBLE ($\nexists$ solución).

Por lo tanto si $m = 0.3$ el sistema tendría solución única pues es un valor distinto de 6, pero esto querría decir que hemos comprado 0.3 entradas normales lo cual es absurdo.
Otra opción sería elegir un valor negativo $m = -2 \neq 6$. En este caso el sistema también tendría solución pero parece que comprar un número negativo de entradas no tiene sentido.

c) Como hemos visto en la discusión, si $m = 6$ el sistema es incompatible y no tiene mucho solución.

Ejercicio 3B (2.5 *puntos*)

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -m \\ 3 & -8-m \end{pmatrix} \quad \& \quad B = \begin{pmatrix} m & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \& \quad C = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 4 \\ 6m-8 \end{pmatrix} \quad \& \quad E = \begin{pmatrix} 0 \\ -2m \end{pmatrix}$$

a) (1.5 puntos) Si $A \cdot B \cdot C = \frac{1}{2}D + E$*, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por* x *e* y*) en función del parámetro* m*.*

b) (1 punto) Encuentra un valor de m *para el cual el sistema tenga infinitas soluciones.*

(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque B)

Solución.

a) $A \cdot B \cdot C = \begin{pmatrix} -1 & -m \\ 3 & -8-m \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2m & 3 \\ 2m-8 & -9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

$\frac{1}{2}D + E = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 6m-8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -2m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ m-4 \end{pmatrix}$

$A/A^* = \left(\begin{array}{cc|c} -2m & 3 & 2 \\ 2m-8 & -9 & m-4 \end{array} \right) \Longrightarrow \begin{cases} -2mx + 3y = 2 \\ (2m-8) \cdot x - 9y = m-4 \end{cases}$

b) $|A| = 12m + 24 = 0 \implies m = -2$

- Si $m \neq -2 \implies \text{ran}(A) = 2 = \text{ran}(A^*) = \text{n}^{\text{o}}$ incóg $\xRightarrow{Rouche}$ Sist. Comp. Det.
- Si $m = -2 \implies |A| = 0 \implies \text{ran}(A) = 1$, y como $\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -12 & -6 \end{vmatrix} = 0 \implies \text{ran}(A^*) = 1 = \text{ran}(A) \neq \text{n}^{\text{o}}$ incóg $\xRightarrow{Rouche}$ Sist. Comp. Ind. (∞ Soluciones)

Por lo tanto el sistema tiene infinitas soluciones si $m = -2$.

Ejercicio 4A (2.5 *puntos*)

En la tómbola de un parque de atracciones se puede elegir entre 70 sobres, 40 son rojos y 30 son verdes. De los sobres rojos solo dos tienen el premio del peluche gigante, el 75 % tienen "siga jugando" y el resto tienen otro tipo de premios. Entre los sobres verdes, tres contienen peluches gigantes, 23 tienen "siga jugando" y el resto, otros premios.

a) (1.5 puntos) ¿Es más probable conseguir un peluche gigante si se elige un sobre verde o uno rojo? Si se elige un sobre al azar, ¿cuál es la probabilidad de ganar un peluche gigante?

b) (1 punto) Si al elegir un sobre, sin poder ver el color, el premio no fue el peluche gigante y tampoco tenía "siga jugando", ¿cuál es la probabilidad de que el sobre haya sido verde?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque A)

Solución.

Sean los sucesos:

$R \equiv$ "El sobre elegido es Rojo" $\qquad$ $V \equiv$ "El sobre elegido es Verde"

$P \equiv$ "En el sobre está el peluche" $\qquad$ $S \equiv$ "El sobe dice siga jugando"

$O \equiv$ "El sobe tiene otro premio"

Del enunciado tenemos:

$$P(R) = \frac{40}{70} = \frac{4}{7} \quad \& \quad P(V) = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$$

$$P(P \mid R) = \frac{2}{40} = 0.05 \quad \& \quad P(S \mid R) = 0.75 \quad \& \quad P(O \mid R) = 1 - (0.05 + 0.75) = 0.2$$

$$P(P \mid V) = \frac{3}{30} = 0.1 \quad \& \quad P(S \mid V) = \frac{23}{30} \quad \& \quad P(O \mid V) = \frac{4}{30} = \frac{1}{15}$$

a) $P(P \mid R) = 0.05 < P(P \mid V) = 0.1 \implies$ es más probable obtener el peluche si se tiene un sobre verde que si se tiene uno rojo.

$P(P) = \dfrac{5}{70} = 0.0714$ pues hay cinco peluches en total de los 70 sobres.

b) $P(O) = P\big((R \cap O) \cup (V \cap O)\big) = P(R \cap O) + P(V \cap O)$

$$= P(R) \cdot P(O \mid R) + P(V) \cdot P(O \mid V) = \frac{4}{7} \cdot 0.2 + \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{15} = \frac{6}{35} = 0.1714$$

$$P(V \mid O) = \frac{P(V \cap O)}{P(O)} = \frac{P(V) \cdot P(O \mid V)}{P(O)} = \frac{\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{15}}{\frac{6}{35}} = \frac{1}{3} = 0.3333$$

Ejercicio 4B (2.5 *puntos*)

El 80 % de las personas que trabajan en un parque de atracciones son menores de 30 años. De ellas, el 60 % combinan este trabajo con estudios. De las 200 personas que trabajan en el parque, hay 120 personas que compaginan el trabajo con los estudios.

a) (1 punto) ¿Cuántas personas de las que trabajan en el parque tienen menos de 30 años y no estudian?

b) (1 punto) Si se elige una persona al azar de entre las que compaginan trabajo y estudios, ¿qué probabilidad hay de que tenga menos de 30 años?

c) (0.5 puntos) ¿Es independiente, entre el personal de la empresa, estudiar y ser menor de 30 años? ¿Por qué?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque B)

Solución.

Sean los sucesos:

$$T \equiv \text{“El trabajador tiene menos de 30 años”}$$
$$E \equiv \text{“El trabajador compagina el trabajo y los estudios”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(T) = 0.8 \qquad \& \qquad P(E \mid T) = 0.6 \qquad \& \qquad P(E) = \frac{120}{200} = 0.6$$

a) $P(E \mid T) = \dfrac{P(E \cap T)}{P(T)} = \dfrac{P(E \cap T)}{0.8} = 0.6 \implies P(E \cap T) = 0.48$

$P(T \cap \overline{E}) = P(T) - P(T \cap E) = 0.8 - 0.48 = 0.32$

b) $P(T \mid E) = \dfrac{P(E \cap T)}{P(E)} = \dfrac{0.48}{0.6} = 0.8$

c) $\begin{cases} P(E) \cdot P(T) = 0.6 \cdot 0.8 = 0.48 \\ P(E \cap T) = 0.48 \end{cases} \xRightarrow{P(E \cap T) = P(E) \cdot P(T)} E \text{ y } T \text{ son independientes}$

Ejercicio 5A (2.5 *puntos*)

El gasto por visitante en una atracción se puede asumir que sigue distribución normal con desviación 8 euros.

a) *(1 punto) ¿Cuál es el tamaño de muestra n mínimo para estimar el gasto medio por visitante en esta atracción mediante un intervalo de confianza al nivel de confianza del 90 % con un error de estimación inferior a 2 €? Si, con el mismo nivel de confianza, se quisiese obtener un intervalo con menos error, ¿habría que aumentar o reducir el tamaño muestral mínimo obtenido?*

b) *(0.5 puntos) Para una muestra de n visitantes se ha obtenido el siguiente intervalo de confianza al 95 % de confianza (en euros) para el gasto medio por visitante:* $(11.0947; 12.9053)$ *¿Cuál fue el gasto medio por visitante en esa muestra? ¿Cuál fue el tamaño muestral n considerado? ¿Cuál es el error de estimación en este caso?*

c) *(1 punto) Partiendo del intervalo del apartado b), empareja las situaciones y los intervalos siguientes y justifica tu elección:*

(I) *Intervalo a partir de la misma muestra pero a un nivel de confianza mayor.*

(II) *Intervalo con la misma media muestral y nivel de confianza, pero obtenido a partir de una muestra de mayor tamaño.*

(III) *Intervalo con nivel de confianza obtenido a partir de una muestra con el mismo tamaño pero con una media muestral diferente.*

(A) $(10.0947; 11.9053)$ *(B)* $(10.9238; 13.0762)$ *(C)* $(11.216; 12.784)$

(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque A)

Solución.

$$X \equiv \text{“Gasto por visitante en la atracción (€)”} \longrightarrow X : \mathcal{N}(\mu, 8)$$

a) $n = ? \qquad \& \qquad E < 2 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.9$

$$1 - \alpha = 0.9 \implies \alpha = 0.1 \implies \alpha/2 = 0.05 \implies 1 - \alpha/2 = 0.95 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.645$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.645 \cdot \frac{8}{\sqrt{n}} < 2 \implies n > \left(1.645 \cdot \frac{8}{2}\right)^2 = 43.29 \implies \boxed{n = 44}$$

Como el error $E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ es inversamente proporcional al tamaño de la muestra, si queremos reducir aquel tendríamos que aumentar el tamaño de la muestra n.

b) $I.C._{95\,\%}(\mu) = (11.0947; 12.9053)$

$$1-\alpha = 0.95 \implies \alpha = 0.05 \implies \alpha/2 = 0.025 \implies 1-\alpha/2 = 0.975 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$\overline{x} = \frac{11.0947 + 12.9053}{2} \implies \boxed{\overline{x} = 12}$$

$$E = \frac{12.9053 - 11.0947}{2} \implies \boxed{E = 0.9053}$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sim}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{8}{\sqrt{n}} = 0.9053 \implies \boxed{n \simeq 300}$$

c) (I) $\longrightarrow$ (B) pues si el nivel de confianza es mayor, el error también lo será y tenemos que $E_{(B)} = \dfrac{13.0762 - 10.9238}{2} = 1.0762 > 0.9053$

(II) $\longrightarrow$ (C) Pues si aumentamos el tamaño de la muestra el error disminuye y tenemos que $E_{(C)} = \dfrac{12.784 - 11.216}{2} = 0.784 < 0.9053$

(III) $\longrightarrow$ (A) pues el $I.C._{(A)}$ tiene una media de $\overline{x}_{(A)} = \dfrac{10.0947 + 11.9053}{2} = 11 \neq 12$

———— ∘ ————

Ejercicio 5B (2.5 *puntos*)

Para estimar el porcentaje de visitantes que realiza alguna compra en la tienda de un parque de atracciones se tomaron dos muestras del mismo tamaño n. En la primera muestra se obtuvo una proporción muestral (de visitantes que compran en la tienda) de 0.7 y, a partir de ella, se construyeron dos intervalos de confianza para la proporción poblacional de visitantes que realizan alguna compra en la tienda, uno al 90 % y otro al 95 %. A partir de la segunda muestra se obtuvo un tercer intervalo al 95 % de confianza. Los tres intervalos obtenidos (no necesariamente por este orden) fueron: (0.6102; 0.7898), (0.5565; 0.7435) y (0.6248; 0.7752).

a) (1.5 puntos) Razona qué dos intervalos de estos tres corresponden a la primera muestra. ¿Cuál de esos dos es el correspondiente al 90 % de confianza?

b) (1 punto) Respecto a la segunda muestra, teniendo en cuenta el intervalo obtenido, ¿cuál fue el tamaño muestral n? ¿Cuál fue el número de visitantes en esa muestra que realizó alguna compra en la tienda?

(Asturias - Matemáticas CCSS - Junio 2025 - Bloque B)

Solución.

a) $\hat{p}_1 = \dfrac{0.6102 + 0.7898}{2} = 0.7 \quad \& \quad E_1 = \dfrac{0.7898 - 0.6102}{2} = 0.0898$

$\hat{p}_2 = \frac{0.5565+0.7435}{2} = 0.65 \quad \& \quad E_2 = \dfrac{0.7435 - 0.5565}{2} = 0.0935$

$\hat{p}_3 = \dfrac{0.6248 + 0.7752}{2} = 0.7 E_3 = \dfrac{0.7752 - 0.6248}{2} = 0.0752$

Los dos intervalos de la primera muestra han de tener la misma proporción muestral, por lo que se trata del primero y el tercer intervalo.

El intervalo que tenga mayor nivel de confianza será también el que tenga mayor error, por lo tanto $I_{90\,\%} = (0.6248; 0.752) \quad \& \quad I_{95\,\%} = (0.6102; 0.7898)$

b) $n = ? \quad \& \quad \hat{p}_2 = 0.65 \implies \hat{q} = 1 - \hat{p} = 0.35 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.95$

$1-\alpha = 0.95 \implies \alpha = 0.05 \implies {}^{\alpha}/_{2} = 0.025 \implies 1-{}^{\alpha}/_{2} = 0.975 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.96$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} \Rightarrow 0.0935 = 1.96 \cdot \sqrt{\dfrac{0.65 \cdot 0.35}{n}} \Rightarrow n = 0.7 \cdot 0.3 \cdot \left(\dfrac{1.96}{0.0935}\right)^2 = 99.97$

Por lo tanto el tamaño de la muestra es $n = 100$ y por tanto el número de visitantes que realizó alguna copra fue $n\hat{p} = 65$ visitantes.

———— ∘ ————