

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

JULIO 2024

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES

- Debe escoger solo cuatro ejercicios entre los ocho de los que consta el examen.
- Si realiza más de cuatro ejercicios solo se corregirán los cuatro primeros, según el orden que aparecen resueltos en el cuadernillo de examen.
- Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
- Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & a & 3 \end{pmatrix}$$

en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$. Razone cuál es el rango de A .

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

Considere la función $f(x) = \begin{cases} x^3 - 10x^2 + 25x, & \text{si } x \leq 5 \\ \ln(x^2 - 25), & \text{si } x > 5. \end{cases}$

- 1) [1,25 PUNTOS] Determine si $f(x)$ tiene asíntota(s). En caso afirmativo, calcúlela(s).
- 2) [1,25 PUNTOS] Determine si $f(x)$ tiene punto(s) de inflexión. En caso afirmativo, calcúlelo(s).

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

Sean $A = (0, 0, 0)$, $B = (0, 0, 1)$, $C = (a, 4, 1)$ y $D = (a, 4, 0)$ los vértices consecutivos de un rectángulo en función de una constante $a \geq 0$.

- 1) [1,25 PUNTOS] Calcule la constante de forma que el área del rectángulo sea 5 u^2 .
- 2) [1,25 PUNTOS] Calcule las ecuaciones paramétricas de las rectas de los lados del rectángulo para $a = 3$.

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

Se ha desarrollado un test para detectar un tipo particular de artritis en personas de alrededor de 50 años. Calcule la probabilidad de que una persona esté enferma si al hacerle el test este sale positivo. Conocemos por un estudio previo que:

- La probabilidad de que las personas sobre 50 años tengan este tipo de artritis es de 0,10.
- La probabilidad de que el test salga positivo a personas sobre 50 años con la artritis estudiada es de 0,85.
- La probabilidad de que el test salga positivo a personas sobre 50 años sin la artritis estudiada es de 0,04.

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

Considere el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x - 3y + 2z = -1 \\ -2x + 4z = -6 \\ x - 2y + \lambda z = 0 \end{cases}$$

en función del parámetro $\lambda \in \mathbb{R}$.

- 1) [0,75 PUNTOS] Razone si el sistema puede ser incompatible. En caso afirmativo, determine cuándo lo es.
- 2) [0,75 PUNTOS] Razone si el sistema puede ser compatible determinado. En caso afirmativo, determine cuándo lo es.
- 3) [0,75 PUNTOS] Razone si el sistema puede ser compatible indeterminado. En caso afirmativo, determine cuándo lo es.
- 4) [0,25 PUNTOS] Razone si el sistema tiene solución única para $\lambda = 1$. En caso afirmativo, calcule dicha solución.

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

Considere la función $f(x) = ax + \sin(x)$, en función de la constante real a , con $x \in [0, 2\pi]$.

- 1) [0,5 PUNTOS] Determine la constante para que la función valga 0 cuando $x = \pi/2$.
- 2) [1 PUNTO] Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ para el valor de a calculado.
- 3) [1 PUNTO] Calcule una primitiva de $f(x)$.

Ejercicio 7 [2,5 PUNTOS]

Sean $A = (0, 3, 2)$, $B = (4, 1, 3)$, $C = (2, 3, 4)$ y $D = (0, 1, 2)$ los vértices de un tetraedro.

- 1) [1,25 PUNTOS] Obtenga la ecuación vectorial del plano determinada por los puntos A , B y C .
- 2) [1,25 PUNTOS] Calcule el volumen del tetraedro.

Ejercicio 8 [2,5 PUNTOS]

Las alturas de hombres de 17 años sigue una distribución normal de media 175 centímetros y desviación estándar 7,41 centímetros. Sea A el suceso formado por los hombres de 17 años que miden más de 170 centímetros y B el suceso de las personas de 17 años que realizan la EBAU en una región determinada. Tenemos que $P(B^c) = 0,35$, donde B^c denota el suceso contrario de B .

- 1) [1 PUNTO] Calcule $P(A)$.
- 2) [0,5 PUNTOS] Calcule $P(B)$.
- 3) [0,5 PUNTOS] Calcule $P(A \cap B^c)$.
- 4) [0,5 PUNTOS] Calcule $P(A \cup B)$.