MATEMATICAS CCSS
EXAMENES RESUELTOS

EVAU MODELO 2025

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Modelo 2025

Ejercicio 1 (2.5 *puntos*)

En una determinada ciudad, el precio de alquiler mensual de pisos de dos habitaciones, sigue una distribución normal de media 725 *euros con una desviación típica de* 50 *euros.*

a) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que alquilar uno de estos pisos cueste cada mes, a lo sumo, 700 *euros?*

b) (0.75 puntos) En un determinado mes, una agencia inmobiliaria alquila 25 *de los pisos anteriormente mencionados. ¿Cuál es la probabilidad de que el precio medio de alquiler mensual supere los* 730 *euros?*

c) (1 punto) De los 25 *pisos alquilados por la agencia en ese mes, ¿cuántos se puede esperar que cuesten menos de* 710 *euros cada mes?*

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque Obligatorio)

Solución.

$$X \equiv \text{“Precio de alquiler de los pisos (€)”} \longrightarrow X : \mathcal{N}(725, 50)$$

a) $P(X \leq 700) = P\left(Z \leq \dfrac{700-725}{50}\right) = P(Z \leq -0.5) = P(Z \geq 0.5)$

$= 1 - P(Z \leq 0.5) = 1 - 0.6915 = 0.3085$

b) $X : \mathcal{N}(725, 50) \xrightarrow{n=25} \overline{X} : \mathcal{N}\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \mathcal{N}(725, 10)$

$P(\overline{X} \geq 730) = P\left(Z \geq \dfrac{730-725}{10}\right) = P(Z \geq 0.5) = 1 - P(Z \leq 0.5)$

$= 1 - 0.6915 = 0.3085$

c) $P(X \leq 710) = P\left(Z \leq \dfrac{710-725}{50}\right) = P(Z \leq -0.3) = P(Z \geq 0.3)$

$= 1 - P(Z \leq 0.3) = 1 - 0.6179 = 0.3821$

$E[X \leq 710] = n \cdot P(X \leq 710) = 25 \cdot 0.3821 = 9.55$

Por lo tanto se puede esperar que, de los 25 pisos alquilados, entre 9 y 10 pisos cuesten menos de 710 euros.

Ejercicio 2A (2.5 *puntos*)

Dos agricultores de medianías producen manzanas de tres variedades: reineta, fuji y golden. De las manzanas producidas por el agricultor A, el 70 % son reinetas, el 20 % fuji y el resto golden; de las producidas por el agricultor B, un 50 % son reinetas, un 30 % golden y el resto fuji. Un supermercado de la zona vende manzanas solamente de estos agricultores. El 60 % de las manzanas las adquiere del agricultor A y el 40 % restante del B.

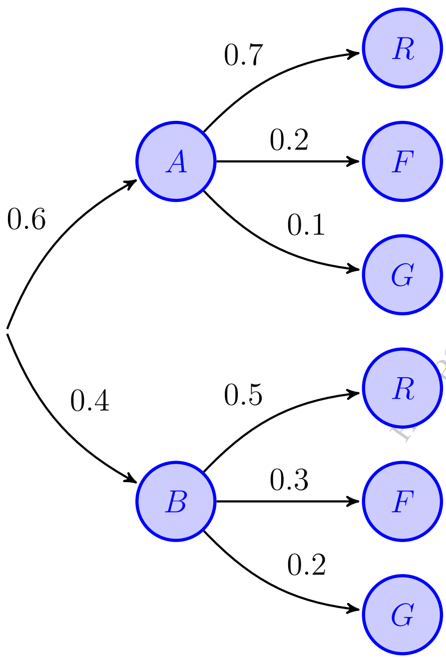
a) (0.5 puntos) Dibuja el árbol de probabilidades correspondiente a la situación descrita.

b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que la manzana elegida al azar por un cliente sea de la variedad reineta?

c) (1 punto) Si la manzana elegida no es de la variedad reineta ¿cuál es la probabilidad de que haya sido producida por el agicultor A?

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque A)

Solución.



Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El agricultor es el A"
$B \equiv$ "El agricultor es el B"
$R \equiv$ "Produce manzanas reineta"
$F \equiv$ "Produce manzanas fuji"
$G \equiv$ "Produce manzanas golden"

b)
$$\begin{aligned} P(R) &= P\big((A\cap R)\cup(B\cap R)\big) \\ &= P(A\cap R) + P(B\cap R) \\ &= P(A)\cdot P(R \mid A) + P(B)\cdot P(R\mid B) \\ &= 0.6\cdot 0.7 + 0.4\cdot 0.5 = 0.62 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} P(A\mid \overline{R}) &= \frac{P(A\cap \overline{R})}{P(\overline{R})} = \frac{P(A)\cdot P(\overline{R}\mid A)}{1-P(R)} \\ &= \frac{0.6\cdot 0.3}{1-0.62} = 0.4737 \end{aligned}$$

Ejercicio 2B (2.5 *puntos*)

Una empresa de reparto de comida a domicilio, quiere estudiar el tiempo que tardan sus repartidores en entregar los pedidos. Se estudió una muestra de 200 *pedidos y se obtuvo el intervalo de confianza* $[16.84; 18.16]$ *para el tiempo medio en minutos, que tardan los repartidores en entregar la comida desde el momento en que la recogen en los locales. Sabiendo que la desviación típica es* 4 *minutos, calcula:*

a) (1.25 puntos) ¿Cuál fue el tiempo medio obtenido en la muestra? ¿Cuál fue el error de estimación cometido? ¿Cuál fue el nivel de confianza con el que se obtuvo el intervalo?

b) (1.25 puntos) Si un día se hicieron 425 *repartos, utilizando la estimación puntual obtenida en el apartado anterior para la media, calcula la probabilidad de que el tiempo medio de entrega de los pedidos sea superior a* 18 *minutos.*

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque B)

Solución.

$$X \equiv \text{“Tiempo de entrega del pedidoi (minutos)”} \longrightarrow X : \mathcal{N}(\mu, 4)$$

a) $X : \mathcal{N}(\mu, 4) \xrightarrow{n=200} I.C. = [16.84; 18.16]$

$$\overline{x} = \frac{16.84 + 18.16}{2} = 17.5$$

$$E = \frac{18.16 - 16.84}{2} = 0.66 \implies E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{4}{\sqrt{200}} = 0.66 \implies z_{\alpha/2} = 2.33$$

$$z_{\alpha/2} = 2.33 \xrightarrow{Tabla} 1 - \alpha/2 = 0.9901 \Rightarrow \alpha/2 = 0.0099 \Rightarrow \alpha \simeq 0.02 \implies \boxed{1 - \alpha = 0.98}$$

b) $X : \mathcal{N}(17.5, 4) \xrightarrow{n=425} \overline{X} : \mathcal{N}\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \mathcal{N}(17.5, 0.194)$

$$P(\overline{X} \geq 18) = P\left(Z \geq \frac{18 - 17.5}{0.194}\right) = P(Z \geq 2.58) = 1 - P(Z \leq 2.58) = 1 - 0.9951$$
$$= 0.0049$$

Ejercicio 3A (2.5 *puntos*)

La rentabilidad (en %) de un fondo de inversión inmobiliario, se obtiene mediante la función:

$$R(t) = \begin{cases} -\dfrac{1}{2}t^2 + 3t + 1 & , \text{ si } t \leq 4 \\ \dfrac{t+111}{5t+3} & , \text{ si } t > 4 \end{cases}$$

donde t es el tiempo (en años) que el dinero permanece invertido en el fondo.

a) *(0.75 puntos) ¿Es continua la función de rentabilidad? Justifica la respuesta.*

b) *(1.25 puntos) ¿Cuándo crece y cuándo decrece esta función? Justifica la respuesta. ¿Para qué valor de t se alcanza la rentabilidad máxima? ¿Cuánto vale dicha rentabilidad?*

c) *(0.5 puntos) El fondo de inversión garantiza que, para tiempos superiores a 25 años, la inversión siempre tendrá un retorno superior al 0.2 %. ¿Es cierta la afirmación del fondo? Justifica la respuesta.*

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque A)

Solución.

a) `Continuidad de` $R(t)$

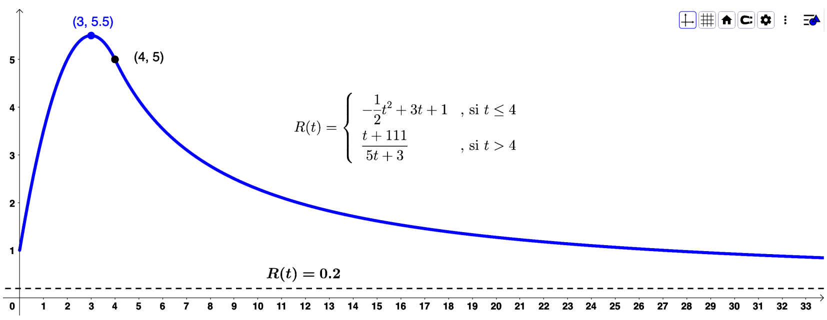
- Si $t \neq 4$ $\quad R(t)$ es continua pues $R_1(t)$ es un polinomio y $R_2(t)$ una función racional que no se anula en esa rama.
- Si $t = 4$ $\quad \lim\limits_{t\to 4^-} R(t) = \lim\limits_{t\to 4^+} R(t) = R(4) = 5 \implies R(t)$ es continua en $t = 4$.

Por lo tanto la rentabilidad es continua en su dominio $[0, +\infty)$

b) $R'(t) = \begin{cases} -t + 3 = 0 \implies t = 3 \in [0.4) \\ -\dfrac{552}{(5t+3)^2} < 0 \; \forall t > 4 \end{cases}$

	$(0,3)$	$(3,4)$	$(4,+\infty)$
Signo $R'(t)$	$+$	-	-
$R(t)$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$	Decreciente $\searrow$

La función $R(t)$ es *creciente* en $(0,3)$ y *decreciente* en $(3,+\infty)$, y tiene un *máximo relativo*, que es también absoluto, en $t = 3$ años, momento en el que la rentabilidad será de $R(3) = 5.5\,\%$.



c) $\lim\limits_{t \to +\infty} R(t) = \lim\limits_{t \to +\infty} \dfrac{t+111}{5t+3} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] = \dfrac{1}{5} = 0.2$

Como la rentabilidad es decreciente para $t > 3$ y tiene una asíntota horizontal en $R(t) = 0.2$, podemos afirmar que la rentabilidad siempre se situará por encima del $0.2\,\%$ a partir del año 25.

Ejercicio 3B (2.5 *puntos*)

A principios de 2024, tras más de dos años y medio después de la erupción del volcán Tajogaite, se han comenzado a sembrar las primeras fincas de plátanos sobre las coladas de dicho volcán. Una de las fincas replantadas sobre la colada tiene una superficie, en hectáreas, limitada por las funciones $f(x) = (x-2)^2$ y $g(x) = -x+4$.

a) (0.75 puntos) Representa la superficie de la finca.

b) (1 punto) Calcula el área.

c) (0.75 puntos) Si la finca produce anualmente 45000 kg de plátanos por hectárea y la Unión Europea aporta una ayuda de 0.33 euros por kilo producido ¿cuál sería el importe a recibir cada año en ayudas de la UE sabiendo que aproximadamente el $1.5\,\%$ de la producción, se desecha antes de recibir las ayudas?

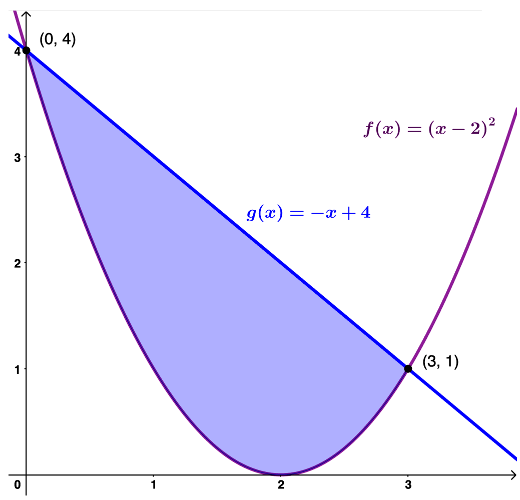
(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque B)

Solución.

a)
- La función $f(x) = (x-2)^2$ es una parábola convexa ($\cup$) con vértice en $(2,0)$ y corte con el eje de ordenadas $(0,4)$.
- La función $g(x) = -x+4$ es una recta decreciente que corta al de ordenadas en $(0,4)$.
- La intersección de ambas funciones será:

  $f(x) = g(x) \implies (x-2)^2 = -x+4$

  $\implies x^2 - 3x = 0 \implies x = \{0, 3\}$



b) $$\text{Área} = \int_0^3 [g(x) - f(x)]\,dx = \int_0^3 \left[-x+4-(x-2)^2\right] dx = \int_0^3 \left(-x^2+3x\right) dx$$

$$= -\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}\Bigg]_0^3 = \left(-9 + \frac{27}{2}\right) - 0 = \frac{9}{2} = 4.5 \text{ hectáreas}$$

c) $C_{ayudas} = 0.985 \cdot 4.5\,ha \cdot 45000\,\frac{kg}{ha} \cdot 0.33\,\frac{€}{kg} = 65822.625$ €

Ejercicio 4A (2.5 *puntos*)

En una tienda de electrónica, se venden teléfonos móviles, tablets y ordenadores portátiles. El precio de un teléfono móvil es de 300 €*, el precio de una tablet es de* 400 € *y el precio de un ordenador portátil es de* 800 €*. En una semana, se ha ingresado un total de* 28000 € *en ventas de estos aparatos. El número de teléfonos móviles vendidos ha sido el doble del número de tablets vendidas, y por cada dos tablets se ha vendido un ordenador portátil*

a) (1.5 puntos) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.

b) (1 punto) ¿Cuántos dispositivos de cada tipo se vendieron en la tienda?

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque A)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº de teléfonos móviles vendidos”} \\ y &\equiv \text{“Nº de tablets vendidos”} \\ z &\equiv \text{“Nº de ordenadores vendidos”} \end{aligned}$$

“”

$$\begin{cases} 300x + 400y + 800z = 28000 \\ x = 2y \\ \dfrac{y}{2} = \dfrac{z}{1} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x - 2y = 0 \\ y - 2z = 0 \\ 3x + 4y + 8z = 280 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 4 & 8 & 28 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - 3F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 10 & 8 & 280 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - 10F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 28 & 280 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x - 2 \cdot 20 = 0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow y - 2 \cdot 10 = 0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 28z = 280 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 40 \\ y = 20 \\ z = 10 \end{array}}$$

Por lo tanto se han vendido 40 teléfonos móviles, 20 tablets y 10 ordenadores portátiles.

Ejercicio 4B (2.5 *puntos*)

> *Una finca dispone de 1500 kg de frutas y 1755 kilogramos de verduras para vender. Como estrategia comercial, oferta dos lotes: el lote. A, que consiste en 2 kg de frutas y 3 kg de verduras, a 18 euros; el lote B, que consiste en 3 kg de frutas y 3 de verduras, a 20 euros. Si ha de vender al menos 150 lotes del tipo A y al menos 180 del B:*
>
> a) *(0.75 puntos) Plantear el correspondiente problema de programación lineal.*
>
> b) *(1 punto) Dibujar la región factible e indicar cuáles son sus vértices.*
>
> c) *(0.75 puntos) Para maximizar la recaudación, ¿cuántos lotes se han de vender de cada tipo? ¿Cuál sería la recaudación máxima?*
>
> *(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque B)*

Solución.

	Lote A	Lote B	Restricción
Frutas (kg/ud)	2	3	≤ 1500
Verduras (kg/ud)	3	3	≤ 1755
Precio (€/ud)	18	20	

- `Incógnitas:` $x \equiv$ "Nº de lotes del tipo A"
  $y \equiv$ "Nº de lotes del tipo B"

- `Restricciones:` Escribimos las restricciones y los puntos para su representación

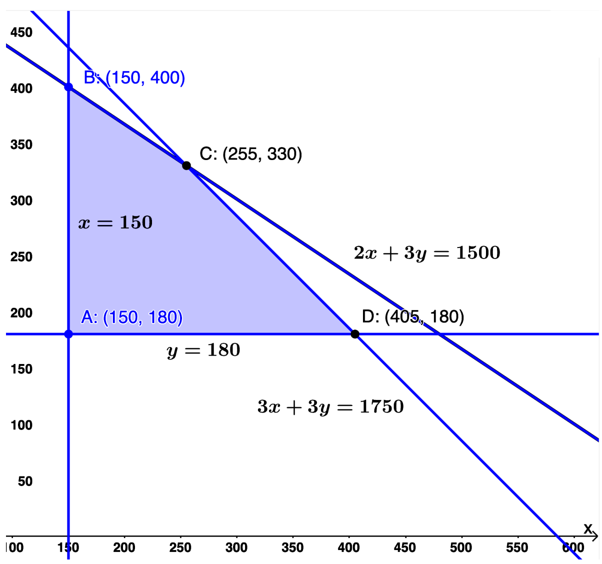
$$\begin{cases} (1)\ 2x + 3y \leq 1500 & \to (0, 500) \quad \& \quad (750, 0) \\ (2)\ 3x + 3y \leq 1755 & \to (0, 585) \quad \& \quad (585, 0) \\ (3)\ x \geq 150 & \to (150, 0) \\ (4)\ y \geq 180 & \to (0, 180) \end{cases}$$

- `Función objetivo` $f(x, y) = 18x + 20y$ (euros)

- `Región factible` Representamos la región y calculamos los vértices.

- `Optimización de F.O.` Evaluamos $f(x, y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x, y)$
A	150	180	6300
B	150	400	10700
C	255	330	11190
D	405	180	10890



La *máxima recaudación* es de 11190 € vendiendo 255 lotes de tipo A y 330 de tipo B.