MATEMATICAS CCSS
EXAMENES RESUELTOS

EVAU MODELO 2025

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Modelo 2025

Ejercicio 1A (2 *puntos*)

En una navegación marítima, considera los sucesos:

$A \equiv$ *"hemos avistado algún albatros", y* $B \equiv$ *"hemos avistado alguna ballena"*

Sabemos que $P(A) = 0.75$ *y que* $P(A \cup B) = 0.77$.

a) (1 punto) Dados los valores de $P(A)$ *y* $P(A \cup B)$ *indicados arriba, es imposible que* $P(B) = 0.01$. *Justifícalo.*

b) (1 punto) Teniendo en cuenta que $0 \leq P(A \cap B) \leq 1$, *¿cuál es la máxima y la mínima probabilidad de avistar ballenas en esta situación?*

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción A)

Solución.

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \implies \left\{ \begin{array}{l} P(A) = 0.75 \\ P(B) = 0.01 \\ P(A \cup B) = 0.77 \end{array} \right\}$

$\implies P(A \cap B) = 0.75 + 0.01 - 0.77 = -0.01 < 0$ (imposible) luego $P(B) \neq 0.01$

b) $P(A \cap B) \geq 0 \implies P(A) + P(B) - P(A \cup B) \geq 0 \implies 0.75 + P(B) - 0.77 \geq 0$

$\implies \boxed{P(B) \geq 0.2}$

$P(B) \leq P(A \cup B) \implies \boxed{P(B) \leq 0.77}$

Ejercicio 1B (2 *puntos*)

Una empresa que fabrica componentes electrónicos realiza un estudio sobre la vida útil de sus productos. Con una muestra aleatoria de 50 componentes electrónicos, el tiempo medio de vida útil es de 507 horas. Supongamos que el tiempo de vida útil sigue una distribución normal y que su desviación típica es conocida e igual a 150 horas.
Calcula un intervalo de confianza para la media poblacional de la vida útil de los componentes con un nivel de confianza del 75 %.

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción B)

Solución.

$X : \mathcal{N}(\mu, 150) \xrightarrow{n=50} \overline{x} = 507 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.75$

$1 - \alpha = 0.75 \implies \alpha = 0.25 \implies \alpha/2 = 0.125 \implies 1 - \alpha/2 = 0.875 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.15$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.15 \cdot \frac{150}{\sqrt{50}} = 24.4$$

$I.C._{75\,\%}(\mu) = (\overline{x} - E; \overline{x} + E) \implies \boxed{I.C._{75\,\%}(\mu) = (482.6; 531.4)}$

Ejercicio 1C (2 *puntos*)

Un estudio de mercado indica que unos clientes determinados tienen un 7 % de probabilidades de comprar un producto A , y un 10 % de probabilidades de comprar un producto B.

a) *(1 punto) Si la probabilidad de "comprar A y no comprar B" es de un 6 %, ¿son los sucesos "comprar A" y "comprar B" independientes?*

b) *(1 punto) Si los sucesos "comprar A" y "comprar B" fuesen independientes, ¿qué sería mayor: la probabilidad de "no comprar A"; o la probabilidad de "no comprar A, sabiendo que se ha comprado B"?*

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción C)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{"El cliente compra el producto } A\text{"}$$
$$B \equiv \text{"El cliente compra el producto } B\text{"}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(A) = 0.07 \qquad \& \qquad P(B) = 0.1$$

a) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.07 - P(A \cap B) = 0.06 \implies P(A \cap B) = 0.01$

$P(A) \cdot P(B) = 0.07 \cdot 0.1 = 0.007 \neq 0.01 \implies$ los sucesos A y B no son independientes

b) Dado que A y B son independientes $P(\overline{A}) = P(\overline{A} \mid B)$. Vamos a comprobarlo:

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.07 \cdot 0.1 = 0.007$

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.07 = 0.93$

$$P(\overline{A} \mid B) = \frac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.1 - 0.007}{0.1} = 0.93$$

Ejercicio 2A (3 *puntos*)

Considera las matrices siguientes:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \& \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} \quad \& \quad B = \begin{pmatrix} x & -3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \quad \& \quad C = \begin{pmatrix} y & z \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$$

a) (1 punto) Sabemos que existe un valor x tal que B es la inversa de A. ¿Cuál es este valor x?

b) (1 punto) Para el valor x del apartado anterior, calcula

$$(A + I) \cdot (B - I) + (A - I) \cdot (B + I)$$

c) (1 punto) ¿Existen algunos valores para y, z de manera que C sea la inversa de A?

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción A)

Solución.

a) Si $B = A^{-1} \Rightarrow A \cdot B = I \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & -3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x-15 & 0 \\ 5x-40 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 2x - 15 = 1 \implies \boxed{x = 8} \\ 5x - 40 = 0 \implies x = 8 \checkmark \end{cases}$$

b) $(A + I) \cdot (B - I) + (A - I) \cdot (B + I) = AB - \cancel{A} + \cancel{B} - I + AB + \cancel{A} - \cancel{B} - I$

$= 2AB - 2I \overset{AB=I}{=} 2I - 2I = \mathcal{O} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

c) $C = A^{-1} \Rightarrow A \cdot C = I \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y & z \\ 7 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2y+21 & 2z-3 \\ 5y+56 & 5z-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 2y + 21 = 1 \implies y = -10 \\ 5y + 56 = 0 \implies 5 \cdot (-10) + 56 = 6 \neq 0 \end{cases} \implies \nexists\ y,\, z \in \mathbb{R} \mid C = A^{-1}$$

Ejercicio 2B (3 *puntos*)

> *Una empresa produce dos tipos de productos: aspiradoras y baterías eléctricas.*
>
> - *Para producir una aspiradora, necesitamos 5 h de operario y 4 kg de materias primas.*
> - *Para producir una batería, necesitamos 1 h de operario y 1 kg de materias primas.*
>
> *Cada aspiradora se vende por 100 € y cada batería por 22 €. Disponemos de un máximo de 110 horas de operarios y de 100 kg de materias primas. Supondremos que venderemos toda la producción. ¿Cuántas unidades de cada tipo tenemos que producir para maximizar los ingresos?*
>
> *(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción B)*

Solución.

- `Incógnitas:` $x \equiv$ "Nº de aspiradoras"
  $y \equiv$ "Nº de baterías eléctricas"

- `Restricciones:` Escribimos las restricciones y los puntos para su representación

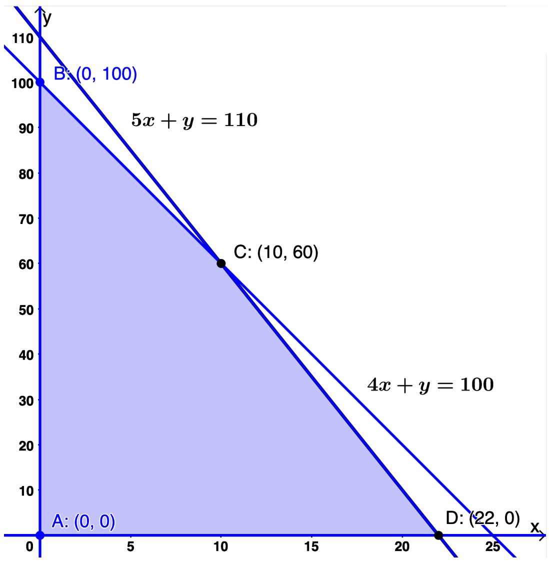
$$\begin{cases} (1)\ 5x + y \leq 110 & \to (0,110) \quad \& \quad (22,0) \\ (2)\ 4x + y \leq 100 & \to (0,100) \quad \& \quad (25,0) \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

- `Función objetivo` $\quad f(x,y) = 100x + 22y$ (euros)

- `Región factible` Representamos la región y calculamos los vértices.

- `Optimización de F.O.` Evaluamos $f(x,y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x,y)$
A	0	0	0
B	0	100	2200
C	10	60	2320
D	22	0	2200



El *beneficio máximo* es de 2320 €, vendiendo 10 aspiradoras y 60 baterías eléctricas.

Ejercicio 3A (3 *puntos*)

Considera la función $f(x) = e^x - e^{-x}$, para $x \geq 0$.

a) (1 punto) Calcula el valor de la función en los extremos del dominio.

b) (1 punto) Calcula $f'(x)$ y $f''(x)$.

c) (1 punto) Calcula $\int_0^1 f(x)\,dx$.

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción A)

Solución.

a) $f(0) = e^0 - e^0 = 1 - 1 = 0 \qquad \& \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(e^x - e^{-x}\right) = \infty - 0 = +\infty$

b) $f'(x) = e^x + e^{-x} \qquad \& \qquad f''(x) = e^x - e^{-x} = f(x)$

c) $\int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 \left(e^x - e^{-x}\right) dx = e^x + e^{-x}\Big]_0^1 = \left(e + \frac{1}{e}\right) - (1+1)$

$= \frac{e^2 - 2e + 1}{e} \simeq 1.0862$

Ejercicio 3B (3 *puntos*)

Según un estudio de mercado, la cantidad de gente que asistirá a un espectáculo, g (en número de personas), en función del precio de la entrada, p (en €), será la siguiente:

$$g(p) = \begin{cases} 500 & , \text{ para } p = 0 \\ 300 - 3p & , \text{ para } 0 < p < 100 \\ 0 & , \text{ para } p = 100 \end{cases}$$

a) (1 punto) Según el estudio de mercado, si asisten un total de 240 personas, ¿cuál habrá sido el precio de la entrada?

b) (2 puntos) Los ingresos son el producto del precio por la cantidad de gente que asistirá. Según el estudio, ¿qué precio maximiza los ingresos?

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción B)

Solución.

a) $g(p) = 240 \implies 300 - 3p = 240 \implies p = 20$ €

b) $I(p) = g(p)\cdot p = (300 - 3p)\cdot p = 300p - 3p^2$ con $p \in (0, 100)$

$I'(p) = 300 - 6p = 0 \implies p = 50$

$I''(p) = -6 \implies I''(50) = -6 < 0 \xRightarrow{(\cap)}$ Máximo en $p = 50$

Por lo tanto el ingreso máximo se produce con un precio de la entrada de 50 €, y ascienden a $I(50) = 7500$ €
