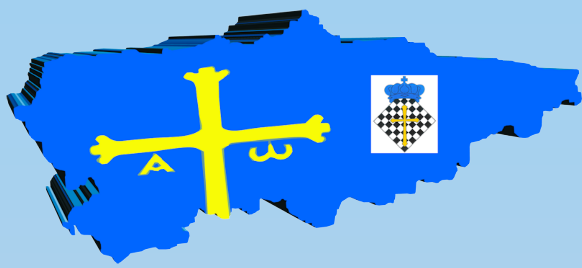
MATEMATICAS CCSS
EXAMENES RESUELTOS



EVAU MODELO 2025

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Modelo 2025

Ejercicio 1A (2.5 *puntos*)

Tras ingerir cierta cantidad de alcohol en ayunas, el nivel de etanol en sangre (medido en mg/dl) de una persona se ajusta aproximadamente, durante las 5 horas siguientes a la ingesta, a la función:

$$f(x) = \begin{cases} -(60x+160)x & , \text{ si } 0 \le x \le 2 \\ \dfrac{10}{3} \cdot (x^2 - 14x + 48) & , \text{ si } 2 < x \le 5 \end{cases}$$

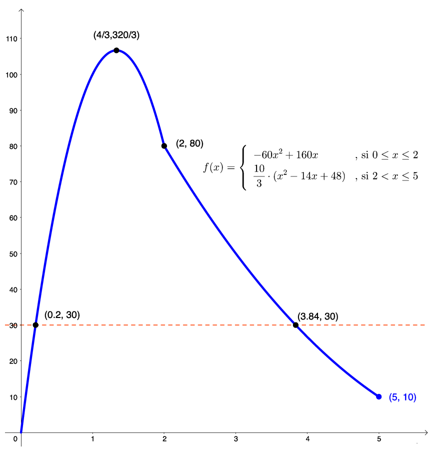
donde x representa el tiempo (en horas) transcurrido desde la ingesta.

a) (2 puntos) *Entre las 0 y las 5 horas ¿el nivel de etanol en sangre se comporta de manera continua? ¿En algún momento el nivel de etanol es nulo? ¿El nivel de etanol aumenta siempre en ese intervalo? ¿En qué momento se alcanza el nivel máximo de etanol? ¿Y el nivel mínimo?*

b) (0.5 puntos) *Si la persona es un conductor novel y el límite de alcohol en sangre permitido a un conductor novel es de 30 mg/dl, ¿podría esta persona conducir 1 horas después de la ingesta? ¿Y a las 5 horas?, Razona tu respuesta*

(Asturias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque A)

Solución.



- $f_1(x) = -60x^2 + 160x$ es una parábola *cóncava* ($\cap$) con vértice en $x = 4/3$ y que corta al eje OX en $(0,0)$ y $(8/3, 0)$
- $f_2(x) = \dfrac{10}{3} \cdot (x^2 - 14x + 48)$ es una parábola *convexa* ($\cup$) con vértice en $(7, -10/3)$ y que corta al eje OX en $(6,0)$ y $(8,0)$.
- $f(2) = 80 \quad \& \quad f(4/3) = 320/3 \quad \& \quad f(5) = 10$
- $\lim\limits_{x\to 2^-} [-(6x+160)\cdot x] = \lim\limits_{x \to 2^+} 10x = \cdot(x^2 - 14x + 48) = f(2) = 80$

  $\Longrightarrow$ $f(x)$ es continua en $x = 2$, y por lo tanto continua en $[0,5]$.
- $f_1(x) = -(60x+169)\cdot x = 0 \Longrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 60x + 160 = 0 \Rightarrow x = -8/3 \notin \{0, 2\} \end{cases}$
- $f_2(x) = \dfrac{10}{3} \cdot (x^2 - 14 + 48) = 0 \Longrightarrow \begin{cases} x = 6 \notin (2,5] \\ x = 8 \notin (2,5] \end{cases}$
- Luego el único momento en el que el nivel de etanol es nulo es el inicial
- El nivel de etanol es *creciente* en $(0, 4/3)$ y *decreciente* en $(4/3, 5)$ y tiene un máximo en $(4/3, 320/3)$ y un *mínimo* (si no tenemos en cuenta el momento inicial) en $(5, 10)$

b) $f(x) = \begin{cases} -60x^2 + 160x = 30 \Rightarrow 6x^2 - 16x + 3 = 0 \Rightarrow x \simeq 0.2 & \text{, si } 0 \leq x \leq 2 \\ \dfrac{10}{3} \cdot (x^2 - 14x + 48) = 30 \Rightarrow x \simeq 3.84 & \text{, si } 2 < x \leq 5 \end{cases}$

La tasa de etanol de 30 mg/dl se alcanza a las 0.2 horas de la ingesta y ésta no baja por debajo de ese nivel hasta las 3.84 horas. Por lo tanto no podrá conducir a las 1 horas mientras que a las 5 horas sí que podrá hacerlo, momento en el que el nivel de etanol en sangre será de 10 mg/dl

——————— ◦ ———————

Ejercicio 1B (2.5 *puntos*)

Dada la función $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$

a) (0.5 puntos) Encuentra la primitiva F de f para la que se cumple que pasa por el punto $(2, 0)$.

b) (2 puntos) Entre los puntos $x = 0$ y $x = 1$ la función f ¿toma siempre valores positivos, siempre negativos o valores tanto positivos como negativos? Si la función toma siempre valores del mismo signo entre $x = 0$ y $x = 1$, calcula el área delimitada por la función f y el eje X en ese intervalo.

(Asturias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque B)

Solución.

a) $F = \displaystyle\int f(x)\,dx = \int \left(x^3 - 2x^2 - 3x\right) dx = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + C$

$$F(2) = 0 \implies 4 - \frac{16}{3} - 6 + C = 0 \xrightarrow{C = 22/3} \boxed{F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{22}{3}}$$

b) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x = x \cdot (x^2 - 2x - 3) = 0 \implies x = \{-1, 0, 3\}$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 3)$	$(3, +\infty)$
Signo $f(x)$	-	+	-	+

Entre los puntos $x = 0$ y $x = 1$ la función es negativa, y al estar el área por debajo del eje X, la integral $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ será negativa.

$$A_1 = \int_0^1 f(x)\,dx = F(1) - F(0) = \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3} - \frac{3}{2} + \frac{22}{3}\right) - \frac{22}{3} = -\frac{23}{12}$$

$$\text{Área} = |A_1| = \frac{23}{12} \approx 1.92\ u^2$$

——————— ◦ ———————

Ejercicio 2A (2.5 *puntos*)

Observa las siguientes figuras:

a) *(2 puntos) ¿Cuántos hexágonos rojos y cuántos verdes habrá en la figura número 10? Encuentra una fórmula que permita determinar el número de hexágonos de cada color a partir del número de la figura.*

b) *(0.5 puntos) ¿Puede existir una figura con 152 hexágonos verdes? En caso afirmativo, ¿qué número de figuras sería? Si no es posible, explica por qué.*

(Asturias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque A)

Solución.

a) Si llamamos n al número de figura nos damos cuenta que los hexágonos rojos comienzan con uno y aumenta en 1 cada nueva figura, mientras que los verdes comienzan en 6 y aumentan en 4 cada nueva figura. De esta manera tenemos que:

$$N_{rojos} = n \qquad \& \qquad N_{verdes} = 6 + 4 \cdot (n-1) = 4n + 2$$

Por lo tanto en la figura 10 habrá $N_{rojos} = 10$ y $N_{verdes} = 4 \cdot 10 + 2 = 42$

b) $4n + 2 = 152 \implies n = 37.5 \notin \mathbb{N} \implies$ no hay ninguna figura con 152 hexágonos verdes

Ejercicio 2B (2.5 *puntos*)

Un artesano teje gorros y bufandas. Cada gorro lleva 50 metros de lana de color blanco y 40 m de color negro. Cada bufanda lleva 100 m de color blanco y 100 m de color negro. Dispone de 2200 m de lana de color blanco y 2000 m de color negro y el número de gorros debe ser, a lo sumo, el doble que el de bufandas.

a) *(1 punto) Explica cuál de las dos siguientes figuras sirve para representar el conjunto de posibles soluciones a la pregunta* ¿Cuántos gorros y bufandas puede tejer? *¿Es válido como solución al probema cualquier punto dentro de la región factible? ¿Por qué?*

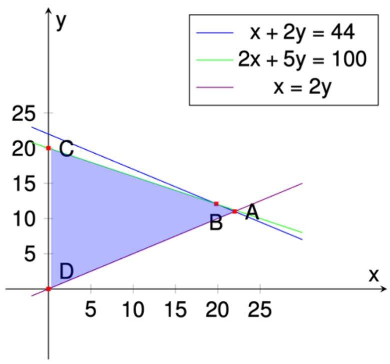


Figura 1: Región factible.

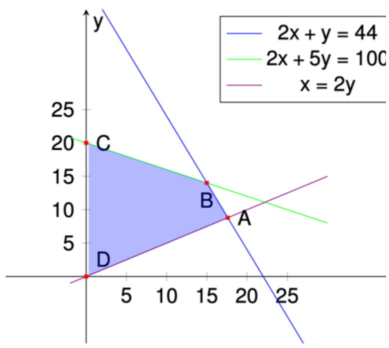


Figura 2: Región factible.

b) *(1.5 puntos) ¿Puede tejer 12 gorros y 8 bufandas? Si vende cada gorro a 12 euros y cada bufanda a 18 euros, ¿cuántos gorros y bufandas debe tejer para maximizar los ingresos?*

(Asturias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque B)

Solución.

	Gorros	Bujandas	Restricción
Lana blanca (m/ud)	50	100	≤ 2200
Lana negra (m/ud)	40	100	≤ 2000

- `Incógnitas:` $x \equiv$ "Nº de gorros"
  $y \equiv$ "Nº de bufandas"

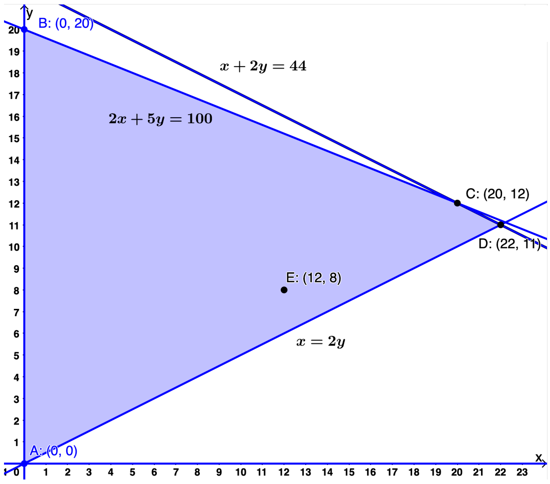
- `Restricciones:` Escribimos las restricciones y los puntos para su representación

$$\begin{cases} ① \ 50x + 100y \leq 2200 \\ ② \ 40x + 100y \leq 2000 \\ ③ \ x \leq 2y \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} ① \ x + 2y \leq 44 & \to (0, 22) \quad \& \quad (44, 0) \\ ② \ 2x + 5y \leq 100 & \to (0, 20) \quad \& \quad (50, 0) \\ ③ \ x \leq 2y & \to (0, 0) \quad \& \quad (40, 20) \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

- `Función objetivo` $\quad f(x, y) = 12x + 18y$ (euros)

- `Región factible` Representamos la región y calculamos los vértices.
- `Optimización de F.O.` Evaluamos $f(x, y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x,y)$
A	0	0	0
B	0	20	360
C	20	12	456
D	22	11	462



a) A *figura* 1 representa el conjunto de posibles soluciones (región factible)
Cualquier punto con coordenadas enteras que pertenezca a la región factible puede ser solución del problema, ya que cumple las restricciones del mismo.
Pero en un problema de *Programación Lineal* buscamos la solución óptima, que hay que buscarla en los puntos de la frontera de la región factible.

b) El punto $E : (12, 8)$ se encuentra dentro de la región factible, luego cumple las restricciones, pero al no ser un vértice de la misma no sería una solución óptima.
Con los precios del gorro y la bufanda la función objetivo sería $f(x, y) = 12x + 19y$, y en el *beneficio máximo* sería de 462 €, tejiendo 22 gorros y 11 bufandas.

Ejercicio 3A (2.5 *puntos*)

Dado el sistema:

$$\begin{cases} (m-1)x + (m-4)y = 6 \\ 2x - y = 2m \end{cases}$$

a) *(1.5 puntos) Selecciona un valor de m para el que el sistema tenga solución única y encuentra la solución en ese caso.*

b) *(1 punto) Para $m = 3$, ¿pueden ser $(x, y) = (3, 0)$ y $(x, y) = (2, -2)$ soluciones de ese sistema? ¿Podría tener otras soluciones para $m = 3$? ¿Cuántas? Explica tu respuesta.*

(Asturias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque A)

Solución.

a) Escribimos el sistema en forma matricial:

$$A/A^* = \left(\begin{array}{cc:c} m-1 & m-4 & 6 \\ 2 & -1 & 2m \end{array}\right)$$

Hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A.

$$|A| = 9 - 3m = 0 \implies m = 3$$

- Si $m \neq 3 \quad |A| \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 3 = \text{ran}(A^*) = \text{n}^{\text{o}} \text{ incóg.} \xRightarrow{Rouche}$ Sistema Compatible Determinado (Solución única).

- Resolvemos el sistema para $m \neq 3$ por el método de Cramer.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 6 & m-4 \\ 2m & -1 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{-2m^2 + 8m - 6}{9 - 3m} = \frac{-2(m-1) \cdot \cancel{(m-3)}}{-3 \cdot \cancel{(m-3)}} \Rightarrow \boxed{x = \frac{2m-2}{3}}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} m-1 & 6 \\ 2 & 2m \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{2m^2 - 2m - 12}{9 - 3m} = \frac{2(m+2) \cdot \cancel{(m-3)}}{-3 \cdot \cancel{(m-3)}} \Rightarrow \boxed{y = -\frac{2m+4}{3}}$$

b) Resolvemos el sistema para $m = 3$, teniendo en cuenta que se trata de un S.C.I.

$$\left(\begin{array}{cc:c} 2 & -1 & 6 \\ 2 & -1 & 6 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - F_1 \end{array} \right] \sim \left(\begin{array}{cc:c} 2 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x = \lambda \\ \Rightarrow 2\lambda - y = 6 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = \lambda \\ y = -6 + 2\lambda \end{array}}$$

- Si $(x, y) = (3, 0) \implies x = 3 = \lambda \implies y = -6 + 2 \cdot 3 = 0 \implies (3, 0)$ es solución
- Si $(x, y) = (2, -2) \implies x = 2 = \lambda \implies y = -6 + 2 \cdot 2 = -2 \implies (2, -2)$ es solución
- Como el sistema es S.C.I. tiene las infinitas soluciones dadas en la resolución.

Ejercicio 3B (2.5 *puntos*)

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -m & m-2 \\ 2m & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2m \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} m & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$$

a) *(1.5 puntos) Si* $\frac{1}{3} \cdot (A + B \cdot C) \cdot D = E$*, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por* x *e* y*) en función del parámetro* m*.*

b) *(1 punto) Encuentra un valor de* m *para el cual el sistema tenga infinitas soluciones.*

(Asturias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque B)

Solución.

a) $$\frac{1}{3} \cdot (A + B \cdot C) = \frac{1}{3} \cdot \left[\begin{pmatrix} -m & m-2 \\ 2m & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2m \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right]$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \left[\begin{pmatrix} -m & m-2 \\ 2m & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m+1 & 2 \\ -m & 2 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & m \\ m & 4 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{3} \cdot (A + B \cdot C) = D \implies \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & m \\ m & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix} \implies \begin{pmatrix} 1 & m \\ m & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3m \end{pmatrix}$$

$$\implies \begin{cases} x + my = 3 \\ mx + 4y = 3m \end{cases}$$

b) Escribimos el sistema en forma matricial: $\quad A/A^* = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & m & 3 \\ m & 4 & 3m \end{array} \right)$

Hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A.

$$|A| = 4 - m^2 = 0 \implies m = \{-2, 2\}$$

- Si $m \neq \{-2, 2\}$ $\quad |A| \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 3 = \text{ran}(A^*) = \text{n}^{\text{o}}$ incóg. $\xrightarrow{\textit{Rouche}}$ Sistema Compatible Determinado (Solución única).

- Si $m = -2 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 4 & -6 \end{array} \right)$

  $|A| = 0 \implies \text{ran}(A) = 1$

  $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -6 \end{vmatrix} = 0 \implies \text{ran}(A^*) = 1$

  $\text{ran}(A) = 1 = \text{ran}(A^*) \neq \text{n}^{\text{o}}$ incóg. $= 2 \xrightarrow{\textit{Rouche}}$ Sist. Comp. Indet. (∞ Sol.)

- Si $m = 2 \implies A/A^* = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{array} \right)$

  $|A| = 0 \implies \text{ran}(A) = 1$

  $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 0 \implies \text{ran}(A^*) = 1$

  $\text{ran}(A) = 1 = \text{ran}(A^*) \neq \text{n}^{\text{o}}$ incóg. $= 2 \xrightarrow{\textit{Rouche}}$ Sist. Comp. Indet. (∞ Sol.)

Ejercicio 4A (2.5 *puntos*)

Una empresa comercializa cromos de unos dibujos animados. El 60 % de los cromos son de personales del "Reino Rosa" y el resto de personajes del "Reino Gris". Por otro lado, uno de cada tres cromos del "Reino Rosa" y uno de cada cinco del "Reino Gris" tienen el borde dorado.

a) (1.25 puntos) Elegido un cromo al azar ¿cuál es la probabilidad de que tenga el borde dorado?

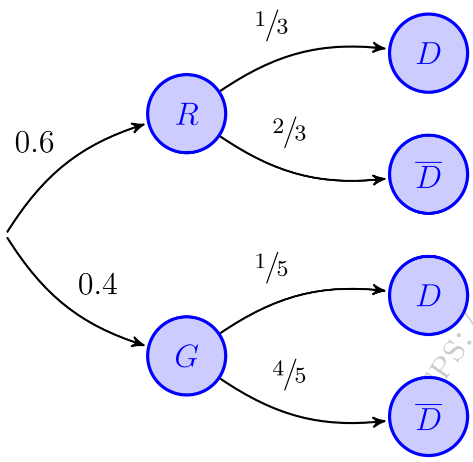
b) (1.25 puntos) Si se elige al azar un cromo entre los que no tienen el borde dorado, ¿cuál es la probabilidad de que sea del Reino Rosa*?*

(Asturias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$R \equiv \text{“Los cromos son de personajes de } \textit{Reino Rosa}\text{”}$$
$$G \equiv \text{“Los cromos son de personajes de } \textit{Reino Gris}\text{”}$$
$$D \equiv \text{“Los cromos tienen el borde dorado”}$$



a) $$P(D) = P\big((R \cap D) \cup (G \cap D)\big) = P(R \cap D) + P(G \cap D) = P(R) \cdot P(D \mid R) + P(G) \cdot P(D \mid G) = 0.6 \cdot \frac{1}{3} + 0.4 \cdot \frac{1}{5} = 0.28$$

b) $$P(R \mid \overline{D}) = \frac{P(R \cap \overline{D})}{P(\overline{D})} = \frac{P(R) \cdot P(\overline{D} \mid R)}{1 - P(D)} = \frac{0.6 \cdot \frac{2}{3}}{1 - 0.28} = 0.5555$$

Ejercicio 4B (2.5 *puntos*)

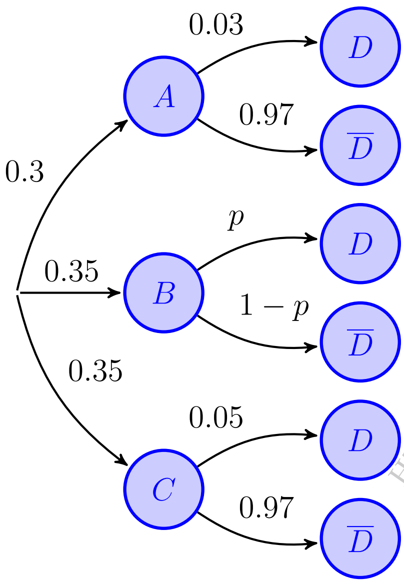
> *Una marca de bolsos comercializó tres modelos la pasada primavera. El 3 % del total de bolsos fabricados salieron defectuosos. Por otra parte, el 30 % de todos los bolsos fabricados eran de tipo A; el 35 %, de tipo B y el resto, de tipo C. Además, se sabe que el 3 % de los de tipo A y el 5 % de los de tipo C salieron defectuosos.*
>
> *a) (1.25 puntos) Elegido al azar un bolso entre los de tipo B, ¿cuál es la probabilidad dee que sea defectuoso?*
>
> *b) (1.25 puntos) Elegido un bolso al azar entre los defectuosos, ¿cál es la probabilidad de que sea de tipo B?*
>
> *(Asturias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque B)*

Solución.

Sean los sucesos:

$A \equiv$ "El bolso es de tipo A" $\qquad$ $B \equiv$ "El bolso es de tipo B"

$C \equiv$ "El bolso es de tipo C" $\qquad$ $D \equiv$ "El bolso es defectuoso"



a) $P(D) = P\big((A \cap D) \cup (B \cap D) \cup (C \cap D)\big)$

$= P(A \cap D) + P(B \cap D) + P(C \cap D)$

$= P(A) \cdot P(D \mid A) + P(B) \cdot P(D \mid B)$

$+ P(C) \cdot P(C \mid A) = 0.3 \cdot 0.03 + 0.35p$

$+ 0.35 \cdot 0.05 = 0.0265 + 0.35p \xRightarrow{P(D)=0.03}$

$0.0265{+}0.35p = 0.03 \Rightarrow \boxed{p = P(D \mid B) = 0.01}$

b) $P(B \mid D) = \dfrac{P(B \cap D)}{P(D)} = \dfrac{P(B) \cdot P(D \mid B)}{P(D)}$

$= \dfrac{0.35 \cdot 0.01}{0.03} = 0.1165$

Ejercicio 5A (2.5 *puntos*)

Una fábrica hace un control de calidad para determinar la proporción de tabletas de chocolate que realmente contienen la cantidad de leche que indican en el envoltorio.

a) *(1 punto) ¿Cuál debería ser el tamaño muestral mínimo para determinar la verdadera proporción de tabletas con el contenido en leche indicado a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de* 0.05 *y un nivel de confianza del* 95 %*?*

b) *(1 punto)1 Finalmente, se decidió analizar* 300 *tabletas. Si la proporción muestral y el nivel de confianza son los mismos, ¿se obtendrá un intervalo más amplio con* 300 *tabletas o con el número de tabletas obtenido en el apartado anterior?*

c) *(0.5 puntos) Si a partir de la misma muestra de tamaño* 300 *se quisiera obtener un intervalo de confianza al* 99 % *de confianza, ¿este último intervalo sería más amplio o menos? ¿Por qué?*

(Asturias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque A)

Solución.

a) Como el valor de p es desconocido tendremos en cuenta el caso más desfavorable $\hat{p} = \hat{q} = 0.5$ pues en este caso la desviación típica sería la mayor posible.

$n = ? \quad \& \quad E < 0.05 \quad \& \quad \hat{p} = 0.5 \quad \& \quad \hat{q} = 0.5 \quad \& \quad 1-\alpha = 0.95$

$1-\alpha = 0.95 \implies \alpha = 0.05 \implies \alpha/2 = 0.025 \implies 1-\alpha/2 = 0.975 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.96$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}} = 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.5\cdot 0.5}{n}} < 0.05 \implies n \geq \left(\frac{1.96}{0.05}\right)^2 \cdot 0.5 \cdot 0.5 = 384.16$$

$$\implies \boxed{n = 385}$$

b) Si el tamaño muestral disminuye de 385 a 300 el error $E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}$ aumentará y por tanto la amplitud del intervalo $2E$ aumentará.

c) Si aumenta el nivel de confianza del 95 % al 99 % aumenta $z_{\alpha/2}$ y por tanto el error $E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}$ también lo hará, luego la amplitud del intervalo $2E$ se verá incrementada.

Ejercicio 5B (2.5 *puntos*)

El nivel de cierta hormona en sangre sigue distribución normal con desviación típica 1.2 *Ul/l. Para una muestra de* 200 *personas se obtuvo, con un nivel de confianza al* 90 %*, el intervalo de confianza* $(8.5608; 8.8392)$ *para estimar el nivel medio de esa hormona en la sangre de las personas en la muestra.*

a) (1 punto) ¿Cuál fue el nivel medio de la hormona en la sangre en esas 200 personas?

b) (0.75 puntos) En el intervalo anterior, ¿cuánto vale el error de estimación?

c) (0.75 puntos) Uno de los dos intervalos $(8.5681; 8.8319)$ *y* $(8.5514; 8.8486)$ *se obtuvo a partir de la misma muestra al* 88 % *de confianza. Razona adecuadamente cuál de los dos corresponde al nivel de confianza del* 88 %*.*

**Nota: Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media* 0 *y desviación típica* 1*:*

$F(1.28) = 0.90 \quad F(1.64) = 0.95 \quad F(1.96) = 0.975 \quad F(2.33) = 0.99 \quad F(2.57) = 0.995$

(Asturias - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Bloque B)

Solución.

$$X \equiv \text{“Hormona en sangre (Ul/l)”} \longrightarrow X : \mathcal{N}(\mu, 1.2) \quad \& \quad I.C._{90\,\%}(\mu) = (8.5608; 8.8392)$$

a) $\overline{x} = \dfrac{8.5608 + 8.8392}{2} = 8.7$

b) $E = \dfrac{8.8392 - 8.5608}{2} = 0.1392$

$$X : \mathcal{N}(\mu, 1.2) \xrightarrow{n=200} \overline{x} = 8.7 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.9$$

$$1 - \alpha = 0.9 \implies \alpha = 0.1 \implies \alpha/2 = 0.05 \implies 1 - \alpha/2 = 0.95 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.645$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.645 \cdot \frac{1.2}{\sqrt{200}} = 0.1396$$

$$I.C._{90\,\%}(\mu) = (\overline{x} - E; \overline{x} + E) \implies \boxed{I.C._{90\,\%}(\mu) = (8.56; 8.84)}$$

c) Si el nivel de confianza disminuye del 90 % al 88 %, el error E y por tanto la amplitud del intervalo $2E$ también disminuyen

$$E_1 = \frac{8.8319 - 8.5681}{2} = 0.1319 < E_{90\,\%} \quad \& \quad E_2 = \frac{8.8486 - 8.5514}{2} = 0.1486 > E_{90\,\%}$$

Por lo que $I.C._{88\,\%}(\mu) = (8.5681; 8.8319)$