MATEMATICAS II
EXAMENES RESUELTOS

EVAU MODELO 2025

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Modelo 2025

Ejercicio 1 (2.5 *puntos*)

El trabajo de Gema y Fernando, sobre la evolución de la contaminación acústica de su ciudad ha sido seleccionado como el mejor de su instituto. Además del reconocimiento, les han premiado con dos entradas para un partido del Casademont femenino. A ambos les gustaría ir juntos, pero les da vergüenza reconocerlo. Así que deciden sortear quién se las queda. Inicialmente proponen tirar una moneda tres veces cada uno. Quien obtenga más caras gana las dos entradas. En caso de empate, no gana nadie y se irán juntos al partido. Fernando piensa que, como hay tres situaciones posibles, la probabilidad de que empaten es un tercio.

a) (0.75 puntos) ¿Tiene razón Fernando al pensar que la probabilidad de empate con el sorteo de la moneda sería un tercio? En caso de no tener razón ¿en cuánto se equivoca?

Así que decide proponer un sorteo más elaborado con idea de aumentar la probabilidad de empate. Cada uno de ellos pensará una función y tirará un dado de seis caras no trucado tres veces. Si el valor de la derivada de su función evaluada en el valor que saque el dado, es mayor o igual a cero, consigue un punto. Quien más puntos obtenga con sus tres tiradas, gana. En caso de empate, se van juntos al partido. A Gema le encantan las matemáticas, así que acepta inmediatamente. Ella escribe en su papel su función, $g(x) = e^x$ pensando que Fernando también elegirá una función cuya derivada sea siempre positiva. Para su sorpresa, la función de Fernando es. $f(x) = \cos(2x)$. Así que rápidamente, para obtener la máxima probabilidad de empate, cambia su función por otra, cuya derivada toma un valor negativo en solo uno de los seis valores posibles del dado.

b) (0.5 puntos) Propón una función que cumpla las características que busca Gema una vez que conoce la función propuesta por Fernando.

c) (0.75 puntos) ¿Ha conseguido Fernando su propósito de aumentar la probabilidad de empate?

d) (0.5 puntos) Si Fernando hubiera visto la función $g(x)$ que tenía pensada Gema inicialmente, ¿cómo tendría que haber elegido su función para lograr la máxima probabilidad de empate?

(Aragón - Matemáticas II - Modelo 2025)

Solución.

a) Sean los sucesos: $X \equiv$ "Nº caras que saca Gema" $\longrightarrow X : \mathcal{B}(3, 0.5)$

$Y \equiv$ "Nº caras que saca Fernando" $\longrightarrow Y : \mathcal{B}(3, 0.5)$

La probabilidad de empatar (E) será:

$$P(E) = P\Big((X = 0 \cap Y = 0) \cup (X = 1 \cap Y = 1) \cup (X = 2 \cap Y = 2) \cup (X = 3 \cap Y = 3)\Big)$$
$$= P(X = 0 \cap Y = 0) + P(X = 1 \cap Y = 1) + P(X = 2 \cap Y = 2)$$
$$+ P(X = 3 \cap Y = 3) = \left[\binom{3}{0} \cdot 0.5^0 \cdot 0.5^3\right]^2 + \left[\binom{3}{1} \cdot 0.5^1 \cdot 0.5^2\right]^2$$

$$+\left[\binom{3}{2}\cdot 0.5^2\cdot 0.5^1\right]^2+\left[\binom{3}{3}\cdot 0.5^3\cdot 0.5^0\right]^2=0.125^2+0.375^2+0.375^2+0.125^2$$

$$=0.3125\neq\frac{1}{3}$$

Por lo tanto Fernando no tiene razon al pensar que la probabilidad de empate sea un tercio. El error de apreciación sería de $\frac{1}{3}-0.3125=0.02083$

b) Vamos a diseñar una función $h(x)$ para Gema, cuya derivada sea negativa solo en $h'(6)$ por ejemplo $h'(x)=5.5-x$ y la función buscada es la primitiva de aquella:

$$h(x)=\int h'(x)\,dx=\int(5.5-x)\,dx=5.5x-\frac{x^2}{2}+C\overset{C=0}{\Longrightarrow}\boxed{h(x)=5.5x-\frac{x^2}{2}}$$

c) Como hemos visto la función de Gema obtiene 5 puntos al ser positiva para los valores del dado $x=1,\ldots,5$

Veamos qué pasa con la función de Fernando:

$$f(x)=\cos(2x)\Rightarrow f'(x)=-2\operatorname{sen}(2x)\implies\begin{cases}f'(1)=-1.82<0 & f'(2)=1.51>0\\ f'(3)=0.56>0 & f'(4)=-1.98<0\\ f'(5)=1.09>0 & f'(6)=1.07>0\end{cases}$$

Sean los sucesos: $X\equiv$ "Nº $h'(x)>0$ que saca Gema" $\longrightarrow X:\mathcal{B}(3,{}^5\!/\!_6)$

$Y\equiv$ "Nº $f'(x)>0$ que saca Fernando" $\longrightarrow Y:\mathcal{B}(3,{}^4\!/\!_6)$

$$P(E)=P\Big((X=0\cap Y=0)\cup(X=1\cap Y=1)\cup(X=2\cap Y=2)\cup(X=3\cap Y=3)\Big)$$

$$=P(X=0\cap Y=0)+P(X=1\cap Y=1)+P(X=2\cap Y=2)$$

$$+P(X=3\cap Y=3)=\left[\binom{3}{0}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\right]\cdot\left[\binom{3}{0}\cdot\left(\frac{4}{6}\right)^0\cdot\left(\frac{2}{6}\right)^3\right]$$

$$+\left[\binom{3}{1}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\right]\cdot\left[\binom{3}{1}\cdot\left(\frac{4}{6}\right)^1\cdot\left(\frac{2}{6}\right)^2\right]$$

$$+\left[\binom{3}{2}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^1\right]\cdot\left[\binom{3}{2}\cdot\left(\frac{4}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{6}\right)^1\right]$$

$$+\left[\binom{3}{3}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^0\right]\cdot\left[\binom{3}{3}\cdot\left(\frac{4}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{6}\right)^0\right]$$

$$=0.0002+0.0154+0.1543+0.1715=0.3414$$

La probabilidad de empate en este caso ha subido de 0.3125 a 0.3414, por lo que podemos decir que Fernando ha logrado su objetivo.

d) Teniendo en cuenta que la función de Gema $g(x)=e^x\implies g'(x)=e^x>0\,\forall x\in\mathbb{R}$, Fernando tendría que haber pensado una función cuya derivada fuese positiva en todos los casos. Proponemos $f'(x)=2+\cos x>0\,\forall x\in\mathbb{R}$:

$$f(x)=\int f'(x)\,dx=\int(2+\cos x)\,dx=2x+\operatorname{sen}x+C\overset{C=0}{\Longrightarrow}\boxed{f(x)=2x+\operatorname{sen}x}$$

Ejercicio 2A (2.5 *puntos*)

Sean $A(1,2,3)$, $B(1,0,-1)$ y $C(2,2,2)$ tres puntos del espacio y $\vec{v}_1$ el vector que va de A a B; $\vec{v}_2$ el vector que va de B a C y $\vec{v}_3$ el vector que va de C a A.

a) (1.25 puntos) Estudia si los vectores $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ y $\vec{v}_3$ son linealmente independientes.

b) (1.25 puntos) Calcula el área del triángulo cuyos vértices son A, B, C.

(Aragón - Matemáticas II - Modelo 2025 - Opción A)

Solución.

a) $\vec{v}_1 = \overrightarrow{AB} = (0,-2,-4) \quad \& \quad \vec{v}_2 = \overrightarrow{BC} = (1,2,3) \quad \& \quad \vec{v}_3 = \overrightarrow{CA} = (-1,0,1)$

$$[\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3] = \begin{vmatrix} 0 & -2 & -4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Longrightarrow \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\} \text{ son linealmente dependientes.}$$

b) $$\text{Área}_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{1}{2} \cdot \left| \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} \right| = \frac{1}{2} \cdot \left| \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -2 & -4 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} \cdot |(2,-4,2)| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{24} = \sqrt{6}\, u^2$$

Ejercicio 2B (2.5 *puntos*)

Halla la ecuación de un plano que es perpendicular a la recta dada por los planos $\begin{cases} 2x+y-z=0 \\ x-y+z=-3 \end{cases}$*, y además pasa por el punto $(3,2,1)$.*

(Aragón - Matemáticas II - Modelo 2025 - Opción B)

Solución.

$$r \equiv \begin{cases} 2x+y-z=0 \\ x-y+z=-3 \end{cases} \Longrightarrow r \equiv \begin{cases} R(-1,2,0) \\ \vec{d_r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (0,-3,-3) \approx (0,1,1) \end{cases}$$

$$\pi \equiv \begin{cases} P(3,2,1) \\ \vec{n}_\pi = \vec{d_r} = (0,1,1) \end{cases} \Longrightarrow \pi \equiv y+z+C=0 \xrightarrow{P\in\pi} 2+1+C=0 \Longrightarrow C=-3$$

$$\Longrightarrow \boxed{\pi \equiv y+z-3=0}$$

Ejercicio 3A (2.5 *puntos*)

a) (1 punto) Calcula el valor de la siguiente integral:

$$\int \frac{x^2+5x+5}{x^3+4x^2+5x}\,dx$$

b) (1.5 puntos) Calcula las dimensiones del rectángulo de mayor área inscrito en una circunferencia de radio r.

(Aragón - Matemáticas II - Modelo 2025 - Opción A)

Solución.

a) $$\int \frac{x^2+5x+5}{x^3+4x^2+5x}\,dx \overset{\circledast}{=} \int \frac{1}{x}\,dx + \int \frac{1}{x^2+4x+5}\,dx = \ln|x| + \int \frac{1}{(x+2)^2+1}\,dx$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} u = x+2 \\ du = dx \end{array} \right\} = \ln|x| + \int \frac{1}{u^2+1}\,du = \ln|x| + \arctan u + C$$

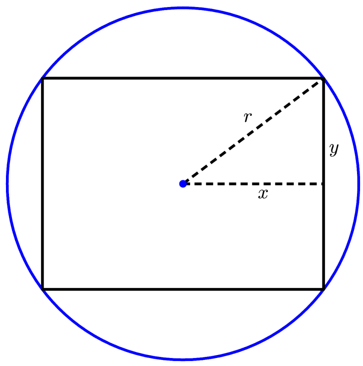
$$= \ln|x| + \arctan(x+2) + C$$

$\circledast$ $x^3+4x^2+5x = x\cdot(x^2+4x+5)$

$$\frac{x^2+5x+5}{\cancel{x^3+4x^2+5x}} = \frac{A}{x} + \frac{Mx+N}{x^2+4x+5} = \frac{A(x^2+4x+5)+(Mx+N)\cdot x}{\cancel{x^3+4x^2+5x}}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} \langle x=0 \rangle & 5 = 5A & \Rightarrow A = 1 \\ \langle x^2 \rangle & 1 = A + M & \Rightarrow M = 0 \\ \langle x \rangle & 5 = 4A + N & \Rightarrow N = 1 \end{cases}$$

b) $$\left. \begin{array}{l} x^2+y^2=r^2 \implies y = \sqrt{r^2-x^2} \\ S(x,y) = 2x\cdot 2y = 4xy = 4x\cdot\sqrt{r^2-x^2} \end{array} \right\}$$



$$\Rightarrow S'(x) = 4\sqrt{r^2-x^2} + 4x\cdot\frac{-2x}{2\sqrt{r^2-x^2}}$$

$$= \frac{4\cdot(r^2-x^2)-4x^2}{\sqrt{r^2-x^2}} = \frac{4r^2-8x^2}{\sqrt{r^2-x^2}} = 0$$

$$\Longrightarrow 4r^2-8x^2 = 0 \Longrightarrow x = \frac{r\sqrt{2}}{2}$$

	$\left(0, \frac{r\sqrt{2}}{2}\right)$	$\left(\frac{r\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$
Signo $S'(x)$	+	-
$S(x)$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$

El área del rectángulo $S(x)$ es *creciente* en $\left(0, \frac{r\sqrt{2}}{2}\right)$ y *decreciente* en $\left(\frac{r\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$, y tiene un *máximo relativo* en $x = y = \frac{r\sqrt{2}}{2}$ u, con un área de $S\left(\frac{r\sqrt{2}}{2}\right) = 2r^2\ u^2$.

Ejercicio 3B (2.5 *puntos*)

a) *(1 punto) Sea* $p(x) = x^3 - 2x^2 + 2x$*. Calcula, utilizando el cambio de variable* $x = 1 + t$*,*

$$\int \frac{dx}{p(x)}$$

b) *(1.5 puntos) Dada la función* $f(x) = \dfrac{e^x}{p(x)}$*, calcula sus asíntotas, cuando existan, y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.*

(Aragón - Matemáticas II - Modelo 2025 - Opción B)

Solución.

a)
$$\int \frac{dx}{p(x)} = \int \frac{dx}{x^3 - 2x^2 + 2x} = \int \frac{dx}{x \cdot (x^2 - 2x + 2)} = \left\{ \begin{array}{l} x = 1 + t \Rightarrow t = x - 1 \\ dx = dt \end{array} \right\}$$

$$= \int \frac{dt}{(t+1) \cdot [(t+1)^2 - 2 \cdot (t+1) + 2]} = \int \frac{dt}{(t+1) \cdot (t^2+1)} \overset{\circledast}{=} \int \frac{1/2}{t+1}\, dt$$

$$+ \int \frac{-1/2\, t + 1/2}{t^2+1}\, dt = \frac{1}{2} \cdot \ln|t+1| + \int \frac{-1/2\, t}{t^2+1}\, dt + \int \frac{1/2}{t^2+1}\, dt$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \ln|t+1| - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \int \frac{2t}{t^2+1}\, dt + \frac{1}{2} \int \frac{1}{t^2+1}\, dt$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \ln|t+1| - \frac{1}{4} \cdot \ln\left|t^2+1\right| + \frac{1}{2} \arctan t + C$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \ln|x| - \frac{1}{4} \cdot \ln\left|(x-1)^2+1\right| + \frac{1}{2} \arctan(x-1) + C$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \ln|x| - \frac{1}{4} \cdot \ln\left|x^2 - 2x + 2\right| + \frac{1}{2} \cdot \arctan(x-1) + C$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \left[\ln\left|\frac{x^2}{x^2 - 2x + 2}\right| + 2 \cdot \arctan(x-1) \right] + C$$

$$\circledast \quad \frac{1}{\cancel{(t+1) \cdot (t^2+1)}} = \frac{A}{t+1} + \frac{Mt+N}{t^2+1} = \frac{A \cdot (t^2+1) + (t+1) \cdot (Mt+N)}{\cancel{(t+1) \cdot (t^2+1)}}$$

$$\Longrightarrow \left\{ \begin{array}{lll} \langle\, t = -1\,\rangle & 1 = 2A & \Rightarrow A = 1/2 \\ \langle\, t = \,\rangle & 0 = A + M & \Rightarrow M = -1/2 \\ \langle\, t.i.\,\rangle & 1 = A + N & \Rightarrow N = 1/2 \end{array} \right.$$

b)
$$f(x) = \frac{e^x}{p(x)} = \frac{e^x}{x^3 - 2x^2 + 2x} = \frac{e^x}{x \cdot (x^2 - 2x + 2)}$$

- `Dominio:` $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$
- `A. Vertical:` $\exists$ A.V. en $x = 0$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} \frac{e^x}{x \cdot (x^2 - 2x + 2)} = \left[\frac{1}{0}\right] = \left\{ \begin{array}{l} \displaystyle\lim_{x \to 0^-} f(x) = \left[\frac{1}{0^-}\right] = -\infty \\ \displaystyle\lim_{x \to 0^+} f(x) = \left[\frac{1}{0^+}\right] = +\infty \end{array} \right.$$

- `A. Horizontal:` $\underset{x\to-\infty}{\exists\, A.H.}$ en $y=0$

  - $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^x}{x^3-2x^2+2x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{-x}}{-x^3-2x^2-2x} = \dfrac{0}{\infty} = 0$
  - $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^3-2x^2+2x} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] \overset{\text{L'Hôp}}{=} \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{3x^2-4x+2}$

    $= \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] \overset{\text{L'Hôp}}{=} \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{6x-4} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] \overset{\text{L'Hôp}}{=} \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{6} = +\infty \Rightarrow \underset{x\to+\infty}{\nexists\, A.H.}$
  - `A. Oblicua:` Cuando $x\to-\infty$ hay asíntota horizontal, por lo que no hay oblicua y cuando $x\to+\infty$ tampoco hay pues $m = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$

- `Monotonía:`

  $$f'(x) = \frac{e^x\cdot(x^3-2x^2+2x) - e^x\cdot(3x^2-4x+2)}{(x^3-2x^2+2x)^2} = \frac{(x^3-5x^2+6x-2)\cdot e^x}{(x^3-2x^2+2x)^2}$$

  $$f'(x)=0 \implies \begin{cases} e^x = 0 \Rightarrow \nexists \text{ Sol.} \\ x^3-5x^2+6x-2=0 \overset{\circledast}{\implies} x = \left\{1, 2\pm\sqrt{2}\right\} \end{cases}$$

$$\circledast \quad \begin{array}{c|cccc} & 1 & -5 & 6 & -2 \\ 1 & & 1 & -4 & 2 \\ \hline & 1 & -4 & 2 & \boxed{0} \end{array} \qquad \& \qquad x^2-4x+2=0 \implies x = 2\pm\sqrt{2}$$

	$(-\infty,0)$	$\left(0,2-\sqrt{2}\right)$	$\left(2-\sqrt{2},1\right)$	$\left(1,2+\sqrt{2}\right)$	$\left(2+\sqrt{2},+\infty\right)$
Signo $f'(x)$	$-$	$-$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	Decreciente $\searrow$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$

La función $f(x)$ es *creciente* en $\left(2-\sqrt{2},1\right)\cup\left(2+\sqrt{2},+\infty\right)$ y *decreciente* en $(-\infty,0)\cup\left(0,2-\sqrt{2}\right)\cup\left(1,2+\sqrt{2}\right)$.

Ejercicio 4A (2.5 *puntos*)

Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

a) (1.3 puntos) Estudia si existe alguna matriz columna no nula B tal que $A \cdot B = B$. En caso afirmativo, calcula dicha matriz B.

b) (1.2 puntos) Sea C una matriz columna no nula tal que $A \cdot C = -C$. Demuestra que también se cumple $A^{-1} \cdot C = -C$.

(Aragón - Matemáticas II - Modelo 2025 - Opción A)

Solución.

a) $\underbrace{A}_{3\times 3} \cdot \underbrace{B}_{3\times 1} = \underbrace{B}_{3\times 1} \Longrightarrow B = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

$$A \cdot B = B \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b \\ b \\ -c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a+b = a \Rightarrow b = 0 \\ b = b \checkmark \\ -c = c \Rightarrow c = 0 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \boxed{B = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \forall a \in \mathbb{R}}$$

b) $A \cdot C = -C \Rightarrow \underbrace{A^{-1} \cdot A}_{I} \cdot C = A^{-1} \cdot (-C) \Rightarrow C = -A^{-1} \cdot C \Rightarrow A^{-1} \cdot C = -C$ q.e.d.

Ejercicio 4B (2.5 *puntos*)

> *Analizamos en un comercio los precios de tres artículos A, B y C. El producto A es de primera necesidad y tiene un tipo superreducido de IVA del 4 %; el producto B es de alimentación y tiene un tipo reducido de IVA del 10 % y el artículo C es un pequeño electrodoméstico cuyo tipo de IVA es del 21 %. El precio total sin IVA de la compra de 1 artículo A de primera necesidad, 2 productos B de alimentación y 5 pequeños electrodomésticos C es de 483 €. Mientras que el total de IVA correspondiente a la compra de 100 artículos de primera necesidad A, 10 productos de alimentación B y 100 pequeños electrodomésticos C, es de 1954 €. Además, se sabe que el precio sin IVA del pequeño electrodoméstico es igual al precio sin IVA de cuatro artículos de primera necesidad más ocho artículos de alimentación. Calcula los precios a la venta de los tres artículos, teniendo en cuenta que el precio a la venta es el precio con IVA incluido.*
>
> *(Aragón - Matemáticas II - Modelo 2025 - Opción B)*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Precio sin IVA del artículo } A\text{”}$$
$$y \equiv \text{“Precio sin IVA del artículo } B\text{”}$$
$$z \equiv \text{“Precio sin IVA del artículo } C\text{”}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x + 2y + 5z = 483 \\ 0.04 \cdot 100x + 0.1 \cdot 10y + 0.21 \cdot 100z = 1954 \\ z = 4x + 8y \end{cases} \implies \begin{cases} x + 2y + 5z = 483 \\ 4x + y + 21z = 1954 \\ 4x + 8y - z = 0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & 483 \\ 4 & 1 & 21 & 1954 \\ 4 & 8 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 4F_1 \\ F_3 - 4F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & 483 \\ 0 & -7 & 1 & 22 \\ 0 & 0 & -21 & -1932 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 92 = 483 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -7y + 92 = 22 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -21z = -1932 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 3 \\ y = 10 \\ z = 92 \end{array}}$$

Por lo tanto los precios *a la venta* (con IVA) de los artículos mencionados serán:

Artículo A: $3 \cdot 1.04 = 3.12$ €

Artículo B: $10 \cdot 1.10 = 11$ €

Artículo C: $92 \cdot 1.21 = 111.32$ €