MATEMATICAS CCSS
EXAMENES RESUELTOS

EVAU MODELO 2025

https://aprendeconmigomelon.com
Iñigo Zunzunegui Monterrubio

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Modelo 2025

Ejercicio 1 (2.5 *puntos*)

Responda a las siguientes cuestiones:

a) *(1.25 puntos) Determine el orden de la matriz X para que la ecuación matricial $AX+3B=C$ esté bien planteada, siendo*

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & -1\end{pmatrix} \quad \& \quad B=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix} \quad \& \quad C=\begin{pmatrix}2 & 0 & 2\\ -1 & -1 & 1\end{pmatrix}$$

Resuelva la ecuación matricial despejando previamente X.

b) *(1.25 puntos) Un pueblo necesita recaudar fondos para combatir una plaga de termitas y han decidido financiar parte del tratamiento mediante la venta de participaciones para el sorteo de Lotería del 22 de diciembre. Ofrecen tres tipos de participaciones: de 10 euros, de 25 euros y de 5 euros. Se sabe que han vendido la mitad de participaciones de 10 euros que de 25 euros; en total, han recaudado 7100 € y han vendido 430 participaciones. Utilizando técnicas matriciales, determine la cantidad de participaciones vendidas de cada tipo. Con una ganancia de 2.50 € por cada participación de 10 €, de 5 € por cada participación de 25 € y de 1 € por cada participación de 5 €, ¿a cuánto asciende la ganancia total?*

(Aragón - Matemáticas CCSS - Modelo 2025)

Solución.

a) $\underbrace{\underbrace{A}_{2\times 2}\cdot\underbrace{X}_{m\times n}}_{2\times n}+3\underbrace{B}_{2\times 3}=\underbrace{C}_{2\times 3}\xrightarrow[n=3]{m=2} X\in\mathcal{M}_{2\times 3}$

$$AX+3B=C \implies AX=C-3B \implies \underbrace{A^{-1}\cdot A}_{I}\cdot X=A^{-1}\cdot(C-3B)$$

$$\implies \boxed{X=A^{-1}\cdot(C-3B)}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{-1}\cdot\begin{pmatrix}-1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & -1\end{pmatrix} \quad \& \quad 3B=\begin{pmatrix}-3 & 3 & 0\\ 3 & 0 & -3\end{pmatrix}$$

$$X=A^{-1}\cdot(C-3B)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & -1\end{pmatrix}\cdot\left[\begin{pmatrix}2 & 0 & 2\\ -1 & -1 & 1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-3 & 3 & 0\\ 3 & 0 & -3\end{pmatrix}\right]$$

$$=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5 & -3 & 2\\ -4 & -1 & 4\end{pmatrix} \implies \boxed{X=\begin{pmatrix}5 & -3 & 2\\ 14 & -5 & 0\end{pmatrix}}$$

b) Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Nº de participaciones de 10 €”}$$
$$y \equiv \text{“Nº de participaciones de 25 €”}$$
$$z \equiv \text{“Nº de participaciones de 5 €”}$$

$$\begin{cases} x=\dfrac{y}{2}\\ 10x+25y+5z=7100\\ x+y+z=430\end{cases} \implies \begin{cases} x+y+z=430\\ 2x-y=0\\ 2x+5y+z=1420\end{cases}$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 430 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 1 & 1420 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 2F_1 \\ F_3 - 2F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 430 \\ 0 & -3 & -2 & -860 \\ 0 & 3 & -1 & 560 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 + F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 430 \\ 0 & -3 & -2 & -860 \\ 0 & 0 & -3 & -300 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x + 220 + 100 = 430 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3y - 200 = -860 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3z = -300 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 110 \\ y = 220 \\ z = 100 \end{array}}$$

La ganancia total obtenida sería: $2.5 \cdot 110 + 5 \cdot 220 + 1 \cdot 100 = 1475$ euros.

———— ◦ ————

Ejercicio 2 (2.5 *puntos*)

La obsolescencia tecnológica implica una disminución del valor de un producto con el tiempo. En cierto dispositivo, el valor $V(t) > 0$, viene dado por $V(t) = 200 - \dfrac{100t}{10+2t}$ €, siendo t los años transcurridos desde la compra del dispositivo.

a) (0.75 puntos) Calcule el valor inicial del producto y su valor en un horizonte infinito de tiempo.

b) (1 punto) Calcule $V'(t)$ y justifique que $V(t)$ es decreciente. Utilice esta conclusión y los resultados obtenidos en a) para argumentar que no será posible que el valor de $V(t)$ sea igual a 125 €.

c) (0.75 puntos) ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para que el dispositivo tenga un valor de 175 €?

(Aragón - Matemáticas CCSS - Modelo 2025)

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Solución.

a) $V(0) = 200$ € es el valor inicial eel dispositivo

$$\lim_{t\to+\infty} V(t) = \lim_{t\to+\infty}\left(200 - \frac{100t}{10+2t}\right) = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = 200 - \frac{100}{2} = 150 \text{ € su valor futuro}$$

b) $V'(t) = -\dfrac{100\cdot(10+2t) - 100t\cdot 2}{(10+2t)^2} = \dfrac{-1000}{(10+2t)^2} < 0 \implies V(t)$ es decreciente.

Esto significa que si el valor inicial del dispositivo es de 200 €, el valor de $V(t)$ es monónonamente decreciente y tiende a 150 € en un horizonte infinito, no es posible que alcance nunca el valor de 125 €.

c) $V(t) = 200 - \dfrac{100t}{10+2t} = 175 \Rightarrow 25 = \dfrac{100t}{10+2t} \Rightarrow 250 + 50t = 100t \implies \boxed{t = 5 \text{ años}}$

———— ◦ ————

Ejercicio 3 (2.5 *puntos*)

En una ciudad se presentan dos personas a la alcaldía: Rupérez y García.

a) (1.25 puntos) Se ha realizado una encuesta sobre la intención de voto, para lo cual se ha tomado una muestra aleatoria simple de 200 votantes, 120 de ellos van a votar a Rupérez, mientras que el resto votará a García. Calcule un intervalo de confianza a nivel. 98 % para la proporción de votantes de la ciudad que votarán a Rupérez.

b) (0.5 puntos) El periódico de la ciudad afirma que Rupérez obtendrá un 75 % de los votos. A la vista de los resultados del apartado a), ¿es razonable tal afirmación?

c) (0.75 puntos) Una vez realizada la votación, Rupérez ha ganado con el 62 % de los votos. Si elegimos a 3 votantes con reemplazamiento, calcule la probabilidad de que al menos 1 de ellos haya votado por Rupérez.

(Aragón - Matemáticas CCSS - Modelo 2025)

Solución.

a) $n = 200 \quad \& \quad \hat{p} = \dfrac{120}{200} = 0.6 \quad \& \quad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 0.4 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.98$

$$1 - \alpha = 0.98 \implies \alpha = 0.02 \implies \alpha/2 = 0.01 \implies 1 - \alpha/2 = 0.99 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.325$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 2.325 \cdot \sqrt{\frac{0.6 \cdot 0.4}{200}} = 0.0805$$

$$I.C._{98\,\%}(p) = (\hat{p} - E; \hat{p} + E) \implies \boxed{I.C._{98\,\%}(p) = (0.5195; 0.6805)}$$

b) La afirmación del periódico no es razonable porque lo que podemos afirmar es que con un nivel de confianza del 98 %, el porcentaje de voto que obtendrá Rupérez estará entre el 51.95 % y el 68.05 %.

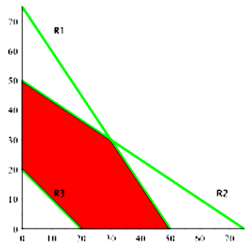
c) $X \equiv$ “Nº de votantes que votaron a Rupérez” $\longrightarrow X : \mathcal{B}(3, 0.62)$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{3}{0} \cdot 0.62^0 \cdot 0.38^3 = 0.9451$$

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Ejercicio 4A (2.5 *puntos*)

Q.1) (1.25 puntos) Considerando la región factible señalada en rojo y una función objetivo dada por máx $f(x, y) = 30x + by$, donde b es un valor desconocido. Razones que $(40, 40)$ no puede ser solución óptima del nuevo problema. Análogo con $(20, 20)$.



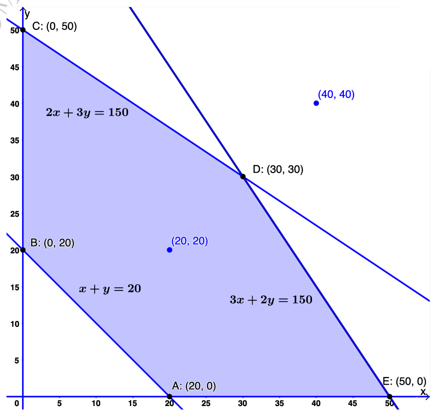
Nota: $R1 \equiv 3x + 2y \leq 150 \quad R2 \equiv 2x + 3y \leq 150 \quad R3 \equiv x + y \geq 20$

Q.2) (1.25 puntos) Juan va a hacer un examen de geografía que tiene 4 preguntas. Él piensa que, en cada pregunta, la probabilidad de responderla correctamente es 0.7 y que cada pregunta es independiente de las demás. Sabemos que la probabilidad de aprobar el examen (contestar correctamente a al menos dos preguntas) es 0.9163. Si Juan ha aprobado el examen ¿cuál es la probabilidad de que Juan haya contestado correctamente todas las preguntas?

(Aragón - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción A)

Solución.

Q.1) El punto $(40, 40)$ se encuentra fuera de la región factible luego no puede ser solución del problema de optimización planteado.
El punto $(20, 20)$ está dentro de la región factible, lo que significa que es solución del problema, pero no será la óptima pues no se encuentra en su frontera.



HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

Q.2) $X \equiv$ "Nº de preguntas concestadas correctamente" $\longrightarrow X : \mathcal{B}(4, 0.7)$

$$P(X = 4 \mid X \geq 2) = \frac{P\big((X = 4) \cap (X \geq 2)\big)}{P(X \geq 2)} = \frac{P(X = 4)}{P(X \geq 2)} = \frac{\binom{4}{4} \cdot 0.7^4 \cdot 0.3^0}{0.9163}$$

$$= \frac{0.2401}{0.9163} = 0.2620$$

Ejercicio 4B (2.5 *puntos*)

Q.1) (1.25 puntos) *Una empresa produce dos productos, A y B, con ganancias de 30 € y 40 € por unidad producida, respectivamente.*

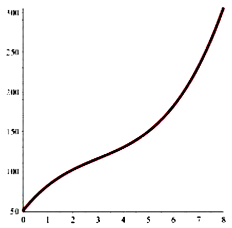
La producción de A requiere 3 horas de mano de obra y 2 unidades de material, mientras que la producción de B requiere 2 horas de mano de obra y 3 unidades de material. Los recursos disponibles son 150 horas de mano de obra y 150 unidades de material.

Además, debido a requisitos de distribución, se establece que la producción total debe ser mayor o igual a 20 unidades entre ambos productos. Plantee un problema que permita determinar el número de unidades de cada tipo, que deben producirse para maximizar la ganancia total.

Q.2) (1.25 puntos) *Para la función $f(x) = x^3 - 9x^2 + 40x + 50, \quad 0 \leq x \leq 8$, cuya gráfica se muestra a la derecha:*

a) (0.5 puntos) *¿$f(x)$ tiene algún punto de inflexión? Analice la concavidad y convexidad de $f(x)$.*

b) (0.75 puntos) *Calcule $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,dx$, e interprete el valor calculado.*



(Aragón - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción B)

Solución.

Q.1) Disponemos los datos del enunciado en una tabla

	Producto A	Producto B	Restricción
Mano de obra (h/ud.)	3	2	≤ 150
Material (ud.)	2	3	≤ 150
Ganancia (€/ud.)	30	40	

- `Incógnitas:` $x \equiv$ "Nº de unidades del producto A"
  $y \equiv$ "Nº de unidades del producto B"

- `Restricciones:` Escribimos las restricciones y los puntos necesarios para su representación

$$\begin{cases} 1 \;\; 3x + 2y \leq 150 & \to (0,75) \quad \& \quad (50,0) \\ 2 \;\; 2x + 3y \leq 150 & \to (0,50) \quad \& \quad (75,0) \\ 3 \;\; x + y \geq 20 & \to (0,20) \quad \& \quad (20,0) \\ x, y \geq 0 & \end{cases}$$

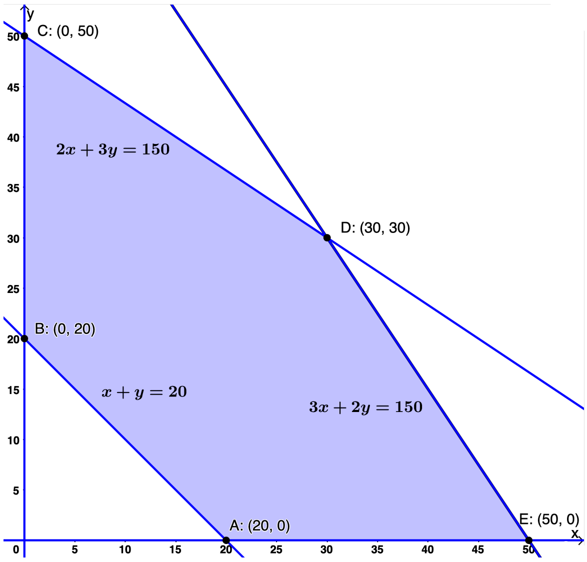
- `Función objetivo` $\quad f(x,y) = 30x + 40y$ (euros)

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM

- `Región factible` Representamos la región y calculamos los vértices.

- `Optimización de F.O.` Evaluamos $f(x,y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x,y)$
A	20	0	600
B	0	20	800
C	0	50	2000
D	30	30	2100
E	50	0	1500



La *máxima ganancia* es de 2100 € y se obtiene con una producción de 30 unidades de cada producto.

Q.2) a) $f'(x) = 3x^2 - 18x + 40$

$f''(x) = 6x - 18 = 0 \implies x = 3$

	$(0,3)$	$(3,8)$
Signo $f''(x)$	-	+
$f(x)$	Cóncava $\cap$	Convexa $\cup$

La función $f(x)$ es *cóncava* ($\cap$) en el intervalo $(0,3)$ y *convexa* ($\cup$) en el intervalo $(3,8)$, y tiene un *punto de inflexión* en $(3,116)$.

b) $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,dx = \int_1^3 \left(x^3 - 9x^2 + 40x + 50\right) dx = \left.\frac{x^4}{4} - 3x^3 + 20x^2 + 50x\right]_1^3$

$$= \left(\frac{81}{4} - 81 + 180 + 150\right) - \left(\frac{1}{4} - 3 + 20 + 50\right) = 202$$

El resultado de la integral representa el área comprendida entre la gráfica de la función $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 1$ y $x = 3$ y daría por resultado $202\ u^2$. Como la integral es positiva, el área se encuentra por encima del eje OX, tal y como se puede ver en la gráfica de la función.

HTTPS://APRENDECONMIGOMELON.COM