MATEMATICAS APLICADAS A LAS CCSS
EXAMENES RESUELTOS

EVAU MODELO 2025

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Modelo 2025

Ejercicio 1A (2.5 *puntos*)

Después de aplicar un descuento del 10 % a cada uno de los precios originales, se ha pagado por un rotulador, un cuaderno y una carpeta 3.96 euros. Se sabe que el precio del cuaderno es la mitad del precio del rotulador y que el precio de la carpeta es igual al precio del cuaderno más el 20 % del precio del rotulador. Determine el precio original de cada objeto.

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción A)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio del rotulador (euros)”} \\ y &\equiv \text{“Precio del cuaderno (euros)”} \\ z &\equiv \text{“Precio de la carpeta (euros)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} 0.9 \cdot (x+y+z) = 3.96 \\ y = \dfrac{x}{2} \\ z = y + 0.2x \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z = 4.4 \\ x - 2y = 0 \\ x + 5y - 5z = 0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4.4 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & -5 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4.4 \\ 0 & -3 & -1 & -4.4 \\ 0 & 4 & -6 & -4.4 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 3F_3 + 4F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4.4 \\ 0 & -3 & -1 & -4.4 \\ 0 & 0 & -22 & -30.8 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x + 1 + 1.4 = 4.4 \\ \Rightarrow -3y - 1.4 = -4.4 \\ \Rightarrow -22z = -30.8 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1.4 \end{array}}$$

Por lo tanto el precio original del rotulador es de 2 €, el del cuaderno de 1 € y el de la carpeta de 1.4 €.

Ejercicio 1B (2.5 *puntos*)

La capacidad máxima de trabajo de un taller que se dedica a la confección de pañuelos y corbatas es de 60 horas semanales. Cada pañuelo que confecciona le supone 2 horas de trabajo y le reporta un beneficio de 4 euros. En el caso de las corbatas son 3 horas y 6 euros respectivamente por unidad. Contrae el compromiso de que el número de corbatas confeccionadas más el doble del número de pañuelos debe ser, como mínimo, 28. Con estas condiciones, ¿cuántas unidades de cada tipo de prenda dabe confeccionar para obtener el máximo beneficio económico?

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción B)

Solución.

	Pañuelos	Corbatas	Restricción
Horas de trabajo (h)	2	3	≤ 60
Beneficio (€/ud.)	4	6	

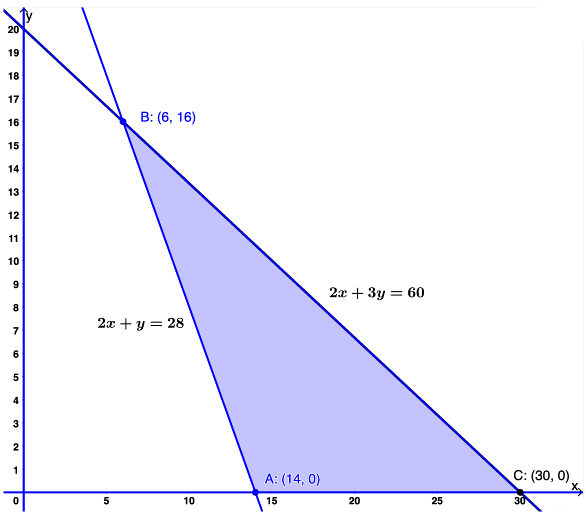
- `Incógnitas:` $x \equiv$ “’Nº de pañuelos’
  $y \equiv$ “Nº de corbatas”
- `Restricciones:` Escribimos las restricciones y los puntos para su representación

$$\begin{cases} (1)\ 2x + 3y \leq 60 & \rightarrow (0,20) \quad \& \quad (30,0) \\ (2)\ 2x + y \geq 28 & \rightarrow (0,28) \quad \& \quad (14,0) \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

- `Función objetivo` $\quad f(x,y) = 4x + 6y \quad$ (euros)

- `Región factible` Representamos la región y calculamos los vértices.
- `Optimización de F.O.` Evaluamos $f(x,y)$ en cada vértice

Punto	x	y	$f(x,y)$
A	14	0	56
B	6	16	120
C	30	0	120



El *máximo beneficio* será de 120 euros, y se produce en cualquier punto (de coordenadas enteras) del segmento que une los puntos $B:(6,16)$ y $C:(30,0)$, siendo la coordenada x el número de pañuelos e y el de corbatas.

Ejercicio 2 (2.5 *puntos*)

La cotización en bolsa de una empresa en un determinado día viene expresada, en euros, por la función $c(t)$, con $t \in [0,24]$, medido en horas. La variación instantánea de esta función es la derivada de c, que viene dada por $c'(t) = 0.03t^2 - 0.9t + 6$, con $t \in (0,24)$.

I) *(1.25 puntos) Estudie los intervalos en los que la función de cotización es creciente.*

II) *(0.5 puntos) Analice los puntos críticos de la función de cotización, indicando en qué horas se alcanzan el máximo y el mínimo relativos.*

III) *(0.75 puntos) Halle la expresión analítica de la función c, sabiendo que la cotización en bolsa de la empresa era de 50 euros en el instante inicial.*

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Modelo 2025)

Solución.

I) $c'(t) = 0.03t^2 - 0.9t + 6 = 0 \implies t = \{10, 20\}$

	$(0,10)$	$(10,20)$	$(20,24)$
Signo $c'(t)$	+	-	+
$c(t)$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$

La cotización de la empresa $c(t)$ es *creciente* en $(0,10) \cup (20,24)$ y *decreciente* en $(10,20)$.

II) La función de cotización tiene un *máximo relativo* en $t = 10$ y un *mínimo relativo* en $t = 20$.

III) $c(t) = \int c'(t)\,dt = \int \left(0.03t^2 - 0.9t + 6\right) dt = 0.01t^3 - 0.45t^2 + 6t + C$

$c(0) = 50 \implies C = 50 \implies \boxed{c(t) = 0.01t^3 - 0.45t^2 + 6t + 50}$

Ejercicio 3A (2.5 *puntos*)

Para tratar cierta enfermedad, en un hospital se utilizan tres fármacos distintos, A, B y C, administrándose a cada enfermo un solo fármaco. El $30\,\%$ de los pacientes es tratado con el fármaco A, el $50\,\%$ es tratado con el B y el resto con el fármaco C. La probabilidad de que la enfermedad se cure con el fármaco A es de 0.6, de que se cure con el fármaco B es de 0.8 y de que se cure con el fármaco C es de 0.7. Se elige al azar un paciente de ese hospital con esa enfermedad.

i) *(1.5 puntos) Calcuele la probabilidad de que el paciente se cure.*

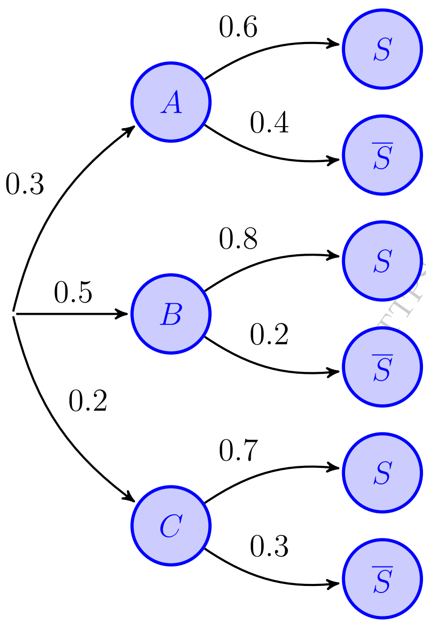
ii) *(1 punto) Sabiendo que el paciente se ha curado, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido tratado con el fármaco A?*

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$A \equiv \text{“El paciente es tratado con el fármaco } A\text{”}$$
$$B \equiv \text{“El paciente es tratado con el fármaco } B\text{”}$$
$$C \equiv \text{“El paciente es tratado con el fármaco } C\text{”}$$
$$S \equiv \text{“La enfermedad se cura”}$$



I) $$P(S) = P\big((A\cap S)\cup(B\cap S)\cup(C\cap S)\big) = P(A\cap S)+P(B\cap S)+P(C\cap S) = P(A)\cdot P(S\mid A)+P(B)\cdot P(S\mid B) + P(C)\cdot P(S\mid C) = 0.3\cdot 0.6 + 0.5\cdot 0.8 + 0.2\cdot 0.7 = 0.72$$

II) $$P(A\mid S) = \frac{P(A\cap S)}{P(S)} = \frac{P(A)\cdot P(S\mid A)}{P(S)} = \frac{0.3\cdot 0.6}{0.72} = 0.25$$

Ejercicio 3B (2.5 *puntos*)

Un jugador de baloncesto tiene una probabilidad de 0.8 de encestar un tiro libre. Si en un partido lanza 6 tiros libres, halle la probabilidad de que enceste:

i) *(0.75 puntos) Exactamente cuatro tiros libres.*

ii) *(0.75 puntos) Al menos cuatro tiros.*

iii) *(0.5 puntos) Ninguno de ellos.*

iv) *(0.5 puntos) Alguno de ellos.*

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción B)

Solución.

$$X \equiv \text{“Nº de tiros libres encestados de 6 lanzamientos”} \longrightarrow X : \mathcal{B}(6, 0.8)$$

i) $P(X = 4) = \binom{6}{4} \cdot 0.8^4 \cdot 0.2^2 = 0.2458$

ii) $P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) = \binom{6}{4} \cdot 0.8^4 \cdot 0.2^2$

$$+ \binom{6}{5} \cdot 0.8^5 \cdot 0.2^1 + \binom{6}{6} \cdot 0.8^6 \cdot 0.2^0 = 0.9011$$

iii) $P(X = 0) = \binom{6}{0} \cdot 0.8^0 \cdot 0.2^6 = 0.000064$

iv) $P(X > 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0.000064 = 0.999936$

Ejercicio 4A (2.5 *puntos*)

El número de días de permanencia de los enfermos en un hospital sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 3 días.

a) *(1.25 puntos) Determine un intervalo de confianza para estimar la media poblacional, a un nivel de confianza del 97 %, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8.1 días.*

b) *(1.25 puntos) ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar la media poblacional con un error inferior a 1 día y un nivel de confianza del 92 %?*

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción A)

Solución.

$$X \equiv \text{“Tiempo de permanencia en hospital (días)”} \longrightarrow X : \mathcal{N}(\mu, 3)$$

I) $X : \mathcal{N}(\mu, 3) \xrightarrow{n=100} \overline{x} = 8.1 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.97$

$1-\alpha = 0.97 \implies \alpha = 0.03 \implies \alpha/2 = 0.015 \implies 1-\alpha/2 = 0.985 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.17$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.17 \cdot \dfrac{3}{\sqrt{100}} = 0.651$

$I.C._{97\,\%}(\mu) = (\overline{x} - E; \overline{x} + E) \implies \boxed{I.C._{97\,\%}(\mu) = (7.449; 8.751)}$

II) $n = ? \qquad \& \qquad E < 1 \qquad \& \qquad 1 - \alpha = 0.92$

$1 - \alpha = 0.92 \implies \alpha = 0.08 \implies \alpha/2 = 0.04 \implies 1 - \alpha/2 = 0.96 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.75$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.75 \cdot \dfrac{3}{\sqrt{n}} < 1 \implies n > \left(1.75 \cdot \dfrac{3}{1}\right)^2 = 27.56 \implies \boxed{n = 28}$

Ejercicio 4B (2.5 *puntos*)

Una tienda de ropa quiere estudiar la aceptación de un nuevo sistema de pago a través del teléfono móvil. Para ello realiza una encuesta entre 200 de sus clientes elegidos al azar, resultando que 150 de ellos sí estarían dispuestos a usar el nuevo sistema de pago.

i) *(1.5 puntos) Determine un intervalo de confianza al 97 % para estimar la proporción de clientes de esa tienda que estarían dispuestos a usar el nuevo sistema de pago.*

ii) *(1 punto) Mediante una nueva encuesta se quiere estimar la proporción de clientes de esa tienda que usarían el nuevo sistema de pago, con un error máximo del 3 % y un nivel de confianza del 94 %. Suponiendo que se mantiene la proporción muestral del apartado anterior, ¿a cuántos clientes como mínimo habría que realizar la encuesta?*

(Andalucía - Matemáticas CCSS - Modelo 2025 - Opción B)

Solución.

I) $n = 200 \quad \& \quad \hat{p} = \dfrac{150}{200} = 0.75 \quad \& \quad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 0.25 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.97$

$$1-\alpha = 0.97 \implies \alpha = 0.03 \implies \alpha/2 = 0.015 \implies 1-\alpha/2 = 0.985 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 2.17$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}} = 2.17 \cdot \sqrt{\frac{0.75 \cdot 0.25}{200}} = 0.0664$$

$$I.C._{97\,\%}(p) = (\hat{p} - E; \hat{p} + E) \implies \boxed{I.C._{97\,\%}(p) = (0.6836; 0.8164)}$$

II) $n = ? \quad \& \quad E < 0.03 \quad \& \quad 1 - \alpha = 0.94$

$$1 - \alpha = 0.94 \implies \alpha = 0.06 \implies \alpha/2 = 0.03 \implies 1 - \alpha/2 = 0.97 \xrightarrow{Tabla} z_{\alpha/2} = 1.88$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}} = 1.88 \cdot \sqrt{\frac{0.75 \cdot 0.25}{n}} < 0.03 \implies n \geq \left(\frac{1.88}{0.03}\right)^2 \cdot 0.75 \cdot 0.25 = 736.33$$

$$\implies \boxed{n = 737}$$