upna
Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Realiza cuatro preguntas de las ocho que se presentan

P1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real m y resuélvelo en los casos en que sea compatible:

$$\begin{cases} (2-a)x - ay + 2z = -4 \\ (a-2)x + (a+1)y = 5 \\ y + (a^2-a)z = 3-a \end{cases}$$

Menciona el resultado teórico empleado y justifica su uso. (2,5 puntos)

P2) Halla el rango de la matriz M según el valor de m, siendo:

$$M = \begin{pmatrix} m-1 & 3 & 0 \\ -1 & m & 1 \\ m & -1 & -1 \\ -2 & m+1 & 2 \end{pmatrix}$$

(2,5 puntos)

P3) Los puntos $A(4,-2,-3)$, $B(2,-1,1)$ y $C(0,-3,-1)$ son vértices de un rombo.

a) Encuentra el cuarto vértice del rombo (1,75 puntos)

b) Calcula el área del rombo. (0,75 puntos)

P4) Queremos construir un tetraedro de volumen $3\,u^3$, siendo tres de los vértices los puntos de corte del plano $\pi \equiv 2x - y - 2z - 2 = 0$ con los ejes de coordenadas.

a) ¿A qué distancia de π tiene que estar el cuarto vértice del tetraedro? (1,5 puntos)

b) Encuentra dos puntos que sirvan como cuarto vértice de tetraedros con la base dada y el volumen señalado.

(1 punto)

P5) Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)^{\cos x}$ (1,25 puntos)

b) $g(x) = \dfrac{x^2+4x+1}{(x+2)^2}$ (1,25 puntos)

P6) Halla los máximos y mínimos (relativos y absolutos), los puntos de inflexión y las asíntotas de la función $f(x) = e^{-x^2}$. Representa, de manera aproximada, la gráfica de f.

(2,5 puntos)

P7) Se considera la función $f(x) = x^2 + e^{\frac{x}{4}}$.

a) Demuestra que la función es continua en el intervalo $[-2, 4]$. (1,25 puntos)

b) Comprueba que existen dos valores reales α y β en $(-2, 4)$ tales que $f(\alpha) = 2 = f(\beta)$. Enuncia el/los resultado(s) teórico(s) utilizado(s), y justifica su uso.

(1,25 puntos)

P8) Calcula los puntos del plano en los que se cortan las gŕaficas de estas dos funciones:

$$f(x) = \frac{9}{x} \quad \text{y} \quad g(x) = 10x - x^3$$

Tomando los dos puntos de corte con $x > 0$, calcula el área de la región del plano encerrada entre ambas gráficas en el semiplano de abcisa positiva.

(2,5 puntos)