



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso 2023-2024

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá responder razonadamente a **cinco** preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se le proponen.

Cada ejercicio se valorará sobre 2 puntos, y si consta de dos apartados, cada apartado se valorará sobre 1 punto.

DURACIÓN: 90 minutos.

1. (2 puntos) Se consideran las matrices A y B dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- a) Calcule $A \cdot B$ y $A^3 \cdot B$.
b) Determine el valor del determinante de la matriz $A - 2I$, donde I denota la matriz identidad de tamaño 3×3 .

2. (2 puntos) La siguiente derivada de una función real de variable real representa la tasa de variación instantánea de una sustancia disuelta en agua:

$$f'(t) = \frac{3}{2} \left(t - \frac{1}{2}t^2 \right),$$

siendo $t \geq 0$ el tiempo en horas desde que se prepara la disolución.

- a) Encuentre la función que proporciona la cantidad de sustancia disuelta en función del tiempo, sabiendo que en $t = 0$ la cantidad disuelta es nula.
b) Determine el instante de tiempo en el que la sustancia disuelta es máxima.

3. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por la siguiente expresión:

$$f(x) = \begin{cases} e^{x-1} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{-x^2}{x-2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) Determine el dominio de $f(x)$ y estudie la continuidad en el punto $x = 1$.
b) Analice los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

4. (2 puntos) Se considera la siguiente función real de variable real:

$$f(x) = \frac{x^5 - 1}{x^4 - 16}.$$

- a) Determine las asíntotas de esta función.
b) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la función en el punto de abscisa $x = 0$.

5. (2 puntos) Se desea vender limonada y naranjada caseras en una verbena popular. Además de agua, de la que disponemos sin limitaciones, cada litro de limonada necesita 4 limones y 80 gramos de azúcar. Cada litro de naranjada necesita 6 naranjas, 1 limón y 50 gramos de azúcar. Se dispone de 80 limones, 72 naranjas y 1720 gramos de azúcar para la elaboración. Cada litro de limonada se venderá a 2 euros y cada litro de naranjada a 2,5 euros. Determine los litros que se deben elaborar de cada una de las dos bebidas para maximizar los ingresos de la venta.

6. (2 puntos) Alba, Benito y Charo son socios de una empresa de reformas. Por un trabajo realizado recibieron 6200 euros que se repartieron en función del tiempo dedicado. La cantidad percibida por Alba excede en 200 euros al total recibido conjuntamente por los otros dos socios. Por otra parte, se sabe que para que Alba y Benito percibieran lo mismo Alba debería entregar a Benito 600 euros. Plantee un sistema de ecuaciones y determine la cantidad percibida por cada socio.

7. (2 puntos) Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + y + az &= 2 \\ x + y + z &= a \\ -2x + 2ay + 8z &= -13 \end{cases}$$

- a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro a .
- b) Resuelva el sistema de ecuaciones para $a = 0$.

8. (2 puntos) Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0,7$ y $P(B) = 0,15$. Además, se sabe que $P(\bar{B} | A) = 0,8$ donde \bar{B} es el suceso complementario de B . Calcule:

- a) $P(A \cup B)$
- b) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$

9. (2 puntos) El tiempo que las películas permanecen en cartelera se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica $\sigma = 2$ semanas.

- a) Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria simple de películas para que el error máximo cometido en la estimación de μ sea menor de una semana con un nivel de confianza del 95 %.
- b) Suponga que $\mu = 5$ semanas. Calcule la probabilidad de que al tomar una muestra aleatoria simple de tamaño $n = 16$ películas el tiempo medio que han permanecido en cartelera, \bar{X} , sea mayor de 6 semanas.

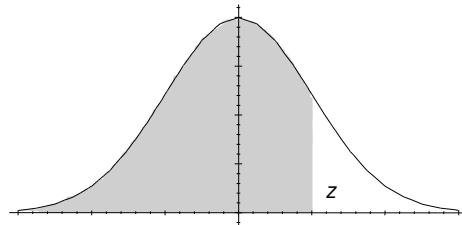
10. (2 puntos) En la base de datos de Spotify el 80 % de las canciones incluidas son de artistas procedentes de EEUU. El 30 % de las canciones de artistas procedentes de EEUU incluidas pueden clasificarse como electrónica, el 20 % como música urbana y el 50 % restante como pertenecientes a otros estilos musicales. Si el artista no procede de EEUU esas probabilidades son de 10 %, 50 % y 40 % respectivamente. Eligiendo al azar una canción de la base de Spotify, calcule la probabilidad de que:

- a) La canción pueda clasificarse como música urbana.
- b) Sabiendo que la canción puede clasificarse como música urbana, sea de un artista no procedente de EEUU.

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z .



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- | | |
|---|--------------|
| Cálculo correcto de $A \cdot B$ | 0,50 puntos. |
| Cálculo correcto de $A^3 \cdot B$ | 0,50 puntos. |

Apartado (b): 1 punto.

- | | |
|--|--------------|
| Obtención correcta de la matriz $A - 2I$ | 0,50 puntos. |
| Cálculo correcto del determinante | 0,50 puntos. |

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- | | |
|--|--------------|
| Cálculo correcto de la integral | 0,50 puntos. |
| Obtención correcta de la constante de integración | 0,25 puntos. |
| Expresión correcta de la función para la cantidad de sustancia | 0,25 puntos. |

Apartado (b): 1 punto.

- | | |
|--|--------------|
| Cálculo correcto de los valores críticos | 0,25 puntos. |
| Exclusión justificada de $t = 0$ | 0,25 puntos. |
| Obtención justificada del máximo | 0,50 puntos. |

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- | | |
|---|--------------|
| Determinación del dominio de la función | 0,25 puntos. |
| Estudio de la existencia de la función en $x = 1$ | 0,25 puntos. |
| Estudio correcto de la continuidad en $x = 1$ | 0,50 puntos. |

Apartado (b): 1 punto.

- | | |
|--|--------------|
| Cálculo de la derivada y de los valores que la anulan | 0,50 puntos. |
| Determinación de los intervalos de crecimiento y decrecimiento | 0,50 puntos. |

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- | | |
|--|--------------|
| Obtención de las asíntotas verticales | 0,25 puntos. |
| Justificación de la no existencia de asíntota horizontal | 0,25 puntos. |
| Cálculo correcto de asíntota oblicua | 0,50 puntos. |

Apartado (b): 1 punto.

- | | |
|--|--------------|
| Planteamiento correcto de la ecuación de la recta tangente | 0,25 puntos. |
| Cálculo correcto de la pendiente de la recta | 0,50 puntos. |
| Obtención de la expresión de la recta tangente | 0,25 puntos. |

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

- | | |
|---|--------------|
| Determinación de las variables y de la función objetivo | 0,25 puntos. |
| Determinación correcta de las restricciones | 0,50 puntos. |
| Representación correcta de la región factible | 0,50 puntos. |
| Cálculo correcto de los vértices de la región factible | 0,50 puntos. |
| Obtención de la solución contextualizada (litros e ingreso de la venta) | 0,25 puntos. |

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.

Ejercicio 6. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Descripción correcta de las tres incógnitas.....	0,25 puntos.
Planteamiento del sistema de ecuaciones	0,75 puntos.
Resolución correcta del sistema	0,75 puntos.
Obtención correcta de la solución contextualizada	0,25 puntos.

Ejercicio 7. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de los valores críticos.....	0,25 puntos.
Discusión correcta del sistema	0,75 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Obtención de la solución del sistema	1 punto.
--	----------

Ejercicio 8. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad	0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.....	0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad	0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.....	0,50 puntos.

Ejercicio 9. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$	0,25 puntos.
Planteamiento correcto de la fórmula del error	0,25 puntos.
Determinación correcta del tamaño de la muestra	0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Determinación de la distribución de la media muestral	0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad solicitada	0,50 puntos.

Ejercicio 10. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad	0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.....	0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad	0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.....	0,50 puntos.

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.