

## MATEMÁTICAS II

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas**.

### 1. Números y Álgebra:

a) Calcule  $A$  si  $(AB)^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

b) Si  $A = \begin{pmatrix} 3 & x \\ y & z \end{pmatrix}$  es invertible, obtenga los valores de  $x, y$  y  $z$  sabiendo que  $\det(A - 3I) = 0$ , que  $y \neq 0$  y que  $(3z)A^{-1} + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ . Entiéndase que  $I$  es la matriz identidad.

### 2. Números y Álgebra:

Discuta, según los valores del parámetro  $m$ , el sistema

$$\begin{cases} (m+1)x + z = 1, \\ (m+1)x + y + z = m+1, \\ (m+1)x + my + (m-1)z = m. \end{cases}$$

### 3. Análisis:

a) Enuncie los teoremas de Rolle y del valor medio del cálculo diferencial.

b) Explique si  $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ , está o no en las hipótesis del teorema del valor medio del cálculo diferencial. En caso de que lo esté, calcule un valor  $c$  para el cual se cumpla la tesis de ese teorema.

### 4. Análisis:

a) Calcule mediante cambio de variable las integrales  $\int (\sin x)^5 \cos x dx$  y  $\int (\ln x)/x dx$ .

b) Calcule  $\int (\ln x)/x dx$  empleando el método de integración por partes. Luego, obtenga algún valor de  $B$  tal que  $\int_e^B (\ln x)/x dx = 3/2$ .

### 5. Geometría:

a) Considérense el plano  $\pi: ax + y + z = 1$ , donde  $a$  es un parámetro real, y la recta  $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{3}$ . Estudie la posición relativa de  $\pi$  y  $r$  en función de  $a$  y obtenga el valor de  $a$  que hace que  $\pi$  y  $r$  sean perpendiculares. Por último, razoné si  $r$  puede estar contenida en  $\pi$  o no.

b) Si  $\pi: -3x + y + z = 1$ , diga qué valor tiene que tomar  $b$  para que  $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-b}{3} = \frac{z+1}{3}$  esté contenida en  $\pi$ .

### 6. Geometría:

Considérese el plano  $\pi: 2x - y + z = 1$ . Se pide:

a) Calcular la distancia de  $\pi$  al punto de corte de las rectas  $r_1: \begin{cases} x = 2 + \lambda, \\ y = 0, \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$  y  $r_2: \begin{cases} x = \mu, \\ y = -1 + \mu, \\ z = 0, \end{cases}$  ( $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ ).

b) Obtener el punto simétrico de  $P(1,0,0)$  con respecto a  $\pi$ .

### 7. Estadística y Probabilidad:

a) Calcule  $P(A|B)$  si  $B \subset A$ . Luego, si  $P(C) = 0.5$  y  $P(D) = 0.6$ , explique si  $C$  y  $D$  pueden ser incompatibles. Por último, obtenga  $P(E \cup F)$  y  $P(E \cap \bar{F})$  si  $E$  y  $F$  son independientes,  $P(E) = 0.3$  y  $P(F) = 0.2$ .

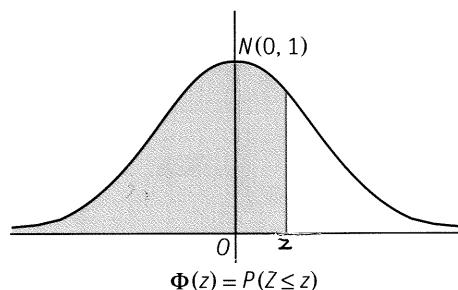
b) Se tira un dado siete veces. Calcule la probabilidad de que salgan exactamente dos seises.

### 8. Estadística y Probabilidad:

Para un determinado grupo de pacientes, la tensión arterial sistólica (medida en mmHg) sigue una distribución normal de media 123.6 y desviación típica 17.8. Calcule la probabilidad de que un paciente elegido al azar tenga una tensión comprendida entre 100 y 120 mmHg. Luego, obtenga el valor de la tensión que es superado por el 67% de los pacientes.

## DISTRIBUCIÓN NORMAL $N(0, 1)$

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad -\infty < z < +\infty$$



$x$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

ABAU 2023  
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA  
**CRITERIOS DE AVALIACIÓN**  
**MATEMÁTICAS II**  
(Cód. 20)

Só puntúan cinco das oito preguntas.

**1. Números e Álgebra** (2 puntos)

- a) **0.75** puntos: **0.25** por despexar  $A$ , **0.25** por calcular  $B^{-1}$ , **0.25** por calcular  $A$ .

Se se pensa en  $A$  como unha matriz incógnita  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ : **0.5** por chegar ao sistema, **0.25** pola solución.

- b) **1.25** puntos: **0.25** polo cálculo de  $\det(A - 3I)$ , **0.25** por deducir que  $x = 0$ , **0.25** por calcular  $A^{-1}$ , **0.25** por chegar a  $(3z)A^{-1} + I = \begin{pmatrix} z+1 & 0 \\ -y & 4 \end{pmatrix}$ , **0.25** pola conclusión.

**2. Números e Álgebra** (2 puntos)

**0.5** por resolver  $\det A = 0$ , **0.5** por cada un dos tres casos.

Se se fai por Gauss, **1.25** por chegar ao sistema triangular equivalente, **0.25** por cada un dos tres casos.

**3. Análise** (2 puntos)

- a) **1** punto: **0.5** polo teorema de Rolle e **0.5** polo teorema do valor medio.  
b) **1** punto: **0.5** por dicir que a función é continua no cerrado e derivable no aberto e **0.5** por obter o valor de  $c$ .

**4. Análise** (2 puntos)

- a) **1** punto: **0.5** por cada unha das dúas integrais, feitas mediante cambio de variable.  
b) **1** punto: **0.5** pola primeira parte (integración por partes); **0.5** pola segunda parte, co seguinte reparto: **0.25** por chegar a  $\int_e^B (\ln x)/x \, dx = (1/2)(\ln B)^2 - 1/2$ , **0.25** polo cálculo de  $B$ .

## 5. Xeometría (2 puntos)

- a) **1.5** puntos: **0.5** pola posición relativa, **0.5** polo valor de  $a$  que fai que  $r \perp \pi$ , **0.5** por razoar que  $r$  non pode estar contida en  $\pi$ .
- b) **0.5** puntos.

## 6. Xeometría (2 puntos)

- a) **1** punto: **0.5** polo punto de corte, **0.5** polo cálculo da distancia.
- b) **1** punto: **0.25** polas ecuacións da recta  $r$  perpendicular a  $\pi$  que pasa por  $P$ , **0.25** pola obtención de  $Q = r \cap \pi$ , **0.5** por determinar o punto simétrico.

## 7. Estatística e Probabilidade (2 puntos)

- a) **1** punto: **0.25** por obter  $P(A|B)$ , **0.25** por razoar que  $C$  e  $D$  non poden ser incompatibles, **0.25** por calcular  $P(E \cup F)$  e **0.25** por calcular  $P(E \cap \bar{F})$ .
- b) **1** punto: **0.25** pola definición da variable e por dicir que é binomial, **0.25** pola fórmula da binomial, **0.5** polo resultado.

## 8. Estatística e Probabilidade (2 puntos)

**1** punto pola primeira parte, repartido do seguinte xeito: **0.25** por tipificar, **0.25** por chegar a  $P(-1.33 \leq Z \leq -0.20)$ , **0.25** por chegar a  $P(Z \leq 1.33) - P(Z \leq 0.20)$ , **0.25** polo cálculo da probabilidade pedida.

**1** punto pola segunda parte, repartido do seguinte xeito: **0.25** pola formulación do problema, **0.5** por chegar a  $P\left(Z < \frac{123.6-t}{17.8}\right) = 0.67$ , **0.25** pola obtención de  $t$ .