Prueba de Evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (EBAU)

Curso 2022-2023

Materia: **Matemáticas II** Tiempo máximo de la prueba: 1h 30 min

INSTRUCCIONES PARA REALIZAR EL EXAMEN. El examen consta de **10 preguntas**, cuyo valor es de **2 puntos**. **El estudiante ha de elegir 5 preguntas**. En ningún caso deberá responder a un número mayor del indicado porque en la corrección sólo se tendrán en cuenta las cinco primeras cuestiones/preguntas respondidas. Si se desea que alguna de ellas no sea tenida en cuenta, el estudiante ha de tacharla y dejarlo claramente indicado. En ese caso, además de las cuatro primeras preguntas sin tachar, se corregiría la que ocupe el sexto lugar.
Se deben justificar todas las respuestas y soluciones.

PREGUNTAS

1. Estudiar el rango de la matriz $A - \lambda \cdot I$ según los valores de $\lambda \in \mathbb{R}$, donde $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ e I es la matriz identidad de orden 3 . (2 puntos)

2. Discutir el sistema para los distintos valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$ (1.5 puntos)

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 2a-1 \\ 2x & + & y & + & az & = & a \\ x & + & ay & + & z & = & 1 \end{array}\right\} .$$

Resolver el sistema en el caso $a = 1$. (0.5 puntos)

3. Sean los vectores $\vec{u} = (0,0,2)$, $\vec{v} = (1,1,0)$ y $\vec{w} = (2,-1,1)$.

a) ¿Son u, v y w linealmente independientes? (0.5 puntos)
b) Calcular el área del triángulo formado por los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$. (0.75 puntos)
c) Calcular un vector de módulo uno perpendicular a los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$. (0.75 puntos)

4. Dados los puntos $A = (0,0,2)$ y $B = (1,1,0)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = z \end{cases}$.

a) Hallar el plano que contiene a r y es paralelo al vector $\overrightarrow{AB}$. (1.25 puntos)
b) Hallar la distancia del punto A a la recta r. (0.75 puntos)

5. Calcular los coeficientes a, b, c y d del polinomio $p(x) = a + bx + cx^2 + dx^3$, sabiendo que cumple todas las condiciones siguientes: (2 puntos)

- $p(x)$ tiene un máximo relativo en $x = -1$, y
- la gráfica de $p(x)$ tiene un punto de inflexión en $(0,0)$, y
- la recta tangente a la gráfica de $p(x)$ en $x = 2$ tiene pendiente 3.

6. Encontrar los valores de a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax + b & \text{si } x \leqslant 1 \\ \ln(x) & \text{si } x > 1 \end{cases}$ sea continua en $x = 1$ y su gráfica pase por el punto $(-1,5)$. (2 puntos)

Prueba de Evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (EBAU)

Curso 2022-2023

Materia: **Matemáticas II** Tiempo máximo de la prueba: 1h 30 min

7. Determinar la primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = (x+1)e^{x+1}$ que cumple $F(0) = -1$.

(2 puntos)

8. Calcular el área de la región encerrada por las gráficas de las funciones $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ y $g(x) = x$.

(2 puntos)

9. Un club de montaña organiza dos tipos de actividades para sus afiliados. El 70 % de ellos se apuntan a escalada, el 60 % a barranquismo y el 45 % de ellos practica las dos. Si se elige al azar un afiliado,

a) Calcular la probabilidad de que practique sólo una de las dos actividades. (0.75 puntos)

b) Calcular la probabilidad de que no practique ninguna. (0.5 puntos)

c) Sabiendo que hace barranquismo, calcular la probabilidad de que no haga escalada.

(0.75 puntos)

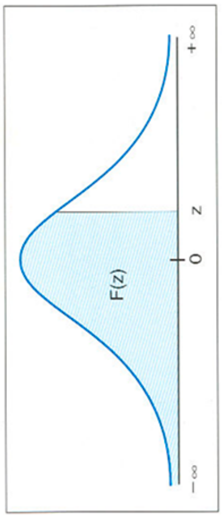
10. Los relojes de cierta marca tienen una vida útil que se ajusta a una distribución normal de media 10 años y desviación típica de 2 años. Si compramos un reloj de esta marca:

a) Calcular la probabilidad de que dure entre 9 y 12 años. (1 punto)

b) ¿Cuánto tiempo tendrá que durar el reloj si queremos que el 90 % de los relojes de esa marca duren menos que el nuestro? (1 punto)

Tabla de distribución normal $N(0,1)$

$F(z) = P(Z \le z)$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000