MATEMATICAS II
EXAMENES RESUELTOS

EVAU MODELO 2024

https://aprendeconmigomelon.com

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

Modelo 2024

Opción A

Ejercicio 1 (2.5 *puntos*)

La primera interpretación en EE.UU. de la octava sinfonía de Mahler tuvo lugar en Filadelfia en 1916 con la participación de una orquesta, dos coros con el mismo número de miembros, un tercer coro infantil y, además, ocho cantantes solistas invitados especialmente y que no pertenecían a ninguno de los coros. La décima parte del número total de intérpretes de los tres coros era menor en 15 unidades al de miembros de la orquesta. Los miembros de cada uno de los dos coros no infantiles superaban en 140 unidades a la suma de componentes del coro infantil y los de la orquesta. El número de miembros de la orquesta excedía en 21 unidades a la doceava parte del total de intérpretes. ¿Cuántos intérpretes tenía la orquesta y cada uno de los coros? ¿Cuántos intérpretes había en total?

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2024 - Opción A)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Nº de integrantes de la orquesta”}$$
$$y \equiv \text{“Nº de integrantes de cada uno de los coros”}$$
$$z \equiv \text{“Nº de integrantes del coro infantil”}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{10} \cdot (2y+z) + 15 = x \\ y - 140 = z + x \\ x - 21 = \dfrac{1}{12} \cdot (x + 2y + z + 8) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x - y + z = -140 \\ 10x - 2y - z = 150 \\ 11x - 2y - z = 260 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & -140 \\ 10 & -2 & -1 & 150 \\ 11 & -2 & -1 & 260 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 10F_1 \\ F_3 - 11F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & -140 \\ 0 & 8 & -11 & 1550 \\ 0 & 9 & -12 & 1800 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 8F_3 - 9F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & -140 \\ 0 & 8 & -11 & 1550 \\ 0 & 0 & 3 & 450 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x - 400 + 150 = -140 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 8y - 11 \cdot 150 = 1550 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 3z = 450 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 110 \\ y = 400 \\ z = 150 \end{array}}$$

Por lo tanto en la interpretación de la sinfonía había 110 miembros de la orquesta, 400 intérpretes en cada uno de los dos coros y 150 intérpretes en el coro infantil, además de los 8 cantantes solistas. Todos sumaban un total de 1068 intérpretes.

Ejercicio 2 (2.5 *puntos*)

Sea la función $f(x) = x \cdot \sqrt[3]{(x^2-1)^2}$

a) *(0.75 puntos) Halle* $\lim_{x\to 1} \dfrac{f(x)}{(x-1)^{2/3}}$.

b) *(1.75 puntos) Halle el área, en el primer cuadrante, comprendida entre la recta* $y = x$ *y la gráfica de la función* $f(x)$.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2024 - Opción A)

Solución.

a) $$\lim_{x\to 1} \frac{f(x)}{(x-1)^{2/3}} = \lim_{x\to 1} \frac{x \cdot \sqrt[3]{(x^2-1)^2}}{(x-1)^{2/3}} = \left[\frac{0}{\prime}\right] = \lim_{x\to 1} x \cdot \sqrt[3]{\frac{\cancel{(x-1)^2} \cdot (x+1)^2}{\cancel{(x-1)^2}}}$$

$$= \lim_{x\to 1} x \cdot \sqrt[3]{(x+1)^2} = \sqrt[3]{4}$$

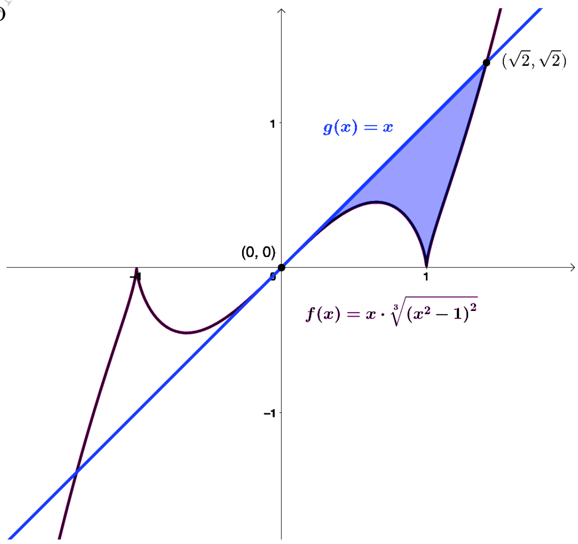
b) $$h(x) = f(x) - g(x) = x \cdot \sqrt[3]{(x^2-1)^2} - x = x \cdot (\sqrt[3]{(x^2-1)^2} - 1) = 0$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sqrt[3]{(x^2-1)^2} - 1 = 0 \Longrightarrow (x^2-1)^2 = 1 \Longrightarrow x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Luego, en el primer cuadrante se define un único recinto de integración $A_1 : (0, \sqrt{2})$

$$A_1 = \int_0^{\sqrt{2}} h(x)\,dx = \int_0^{\sqrt{2}} x \cdot \left(x^2-1\right)^{2/3} dx$$
$$- \int_0^{\sqrt{2}} x\,dx = \frac{1}{2}\int_0^{\sqrt{2}} \underbrace{2x}_{u'} \cdot \underbrace{\left(x^2-1\right)^{2/3}}_{u^{2/3}} dx$$
$$- \int_0^{\sqrt{2}} x\,dx = \left.\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(x^2-1\right)^{5/3} - \frac{x^2}{2}\right]_0^{\sqrt{2}}$$
$$= \left(\frac{3}{10} - 1\right) - \left(\frac{3}{10} \cdot (-1)\right) = -\frac{2}{5}$$

$$\text{Área} = |A_1| = \frac{2}{5} = 0.4\ u^2$$



Ejercicio 3 (2.5 *puntos*)

Sea la recta $r \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ *y el plano* $\pi \equiv z = 0$.

a) *(1 punto) Halle una ecuación de la recta paralela al plano* π *cuya dirección sea perpendicular a* r *y que pase por el punto* $(1,1,1)$.

b) *(1.5 puntos) Halle una ecuación de una recta que forme un ángulo de* $\dfrac{\pi}{4}$ *radianes con la recta* r*, que esté contenida en el plano* π *y pase por el punto* $(0,0,0)$.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2024 - Opción A)

Solución.

a) Como la recta s es paralela a π, su vector director $\vec{d_s}$ será perpendicular al vector normal del plano $\vec{n}_\pi$, mientras que si la recta s es perpendicular a r los vectores $\vec{d_r}$ y $\vec{d_s}$ serán también perpendiculares.

$$s \equiv \begin{cases} S(1,1,1) \\ \left.\begin{array}{l} s \parallel \pi \Rightarrow \vec{d_s} \perp \vec{n}_\pi \\ s \perp r \Rightarrow \vec{d_s} \perp \vec{d_r} \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{d_s} = \vec{n}_\pi \times \vec{d_r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (0,1,0) \end{cases} \Rightarrow s \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + \lambda \\ z = 1 \end{cases}$$

b) $t \in \pi \implies \vec{d_t} = (a,b,c) \perp \vec{n}_\pi = (0,0,1) \implies \vec{d_t} \cdot \vec{n}_\pi = 0 \xRightarrow{c=0} \vec{d_t} = (a,b,0)$. Como pasa por el punto $T(0,0,0)$ su ecuación paramétrica será:

$$t \equiv \begin{cases} T(0,0,0) \\ \vec{d_t} = (a,b,0) \end{cases} \implies t \equiv \begin{cases} x = a\lambda \\ y = b\lambda \\ z = 0 \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

Obligamos a que forme un ángulo de $\dfrac{\pi}{4}$ radianes con la recta r

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\left|\vec{d_r} \cdot \vec{d_t}\right|}{\left|\vec{d_r}\right| \cdot \left|\vec{d_t}\right|} \implies \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|(a,b,0)\cdot(1,0,0)|}{\sqrt{1}\cdot\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2}} \implies \frac{1}{2} = \frac{a^2}{a^2+b^2}$$

$$\implies a^2 + b^2 = 2a^2 \implies a = \pm b \xRightarrow[a=\pm 1]{b=1} t \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = \pm\lambda \\ z = 0 \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

Ejercicio 4 (2.5 *puntos*)

La selección española competirá en la Copa Mundial Femenina de Fútbol 2023. *En los dos primeros partidos de la fase de grupos, que consta de tres partidos, la probabilidad de ganar cada uno de ellos es del* 80 %. *Sin embargo, debido al aumento en la moral de las jugadoras, si ganan los dos primeros partidos la probabilidad de ganar el tercero asciende al* 90 %. *En caso contrario, la probabilidad de ganar el tercer partido se mantendrá en el* 80 %. *Se pide:*

a) (0.5 puntos) Determinar la probabilidad de que la selección española no gane ningún partido durante la fase de grupos.

b) (1 punto) Calcular la probabilidad de que la selección gane el tercer partido de la fase de grupos.

c) (1 punto) Si sabemos que la selección ha ganado el tercer partido, determinar la probabilidad de que no haya ganado alguno de los dos encuentros anteriores.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2024 - Opción A)

Solución.

Sean los sucesos:

$$G_i \equiv \text{“El equipo gana el partido } i\text{”}$$
$$D \equiv \text{“El equipo gana los dos primeros partidos”}$$

Del enunciado tenemos:

$$P(G_1) = 0.8 \quad \& \quad P(G_2) = 0.8 \quad \& \quad P(G_3 \mid D) = 0.9 \quad \& \quad P(G_3 \mid \overline{D}) = 0.8$$

a) $P(\overline{G_1} \cap \overline{G_2} \cap \overline{G_3}) = P(\overline{G_1}) \cdot P(\overline{G_2}) \cdot P(\overline{G_3}) = 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.2 = 0.008$

b) $P(D) = P(G_1 \cap G_2) = P(G_1) \cdot P(G_2) = 0.8 \cdot 0.8 = 0.64$

$$\begin{aligned} P(G_3) &= P\Big((D \cap G_3) \cup (\overline{D} \cap G_3)\Big) = P(D \cap G_3) + P(\overline{D} \cap G_3) \\ &= P(D) \cdot P(G_3 \mid D) + P(\overline{D}) \cdot P(G_3 \mid \overline{D}) = 0.64 \cdot 0.9 + (1 - 0.64) \cdot 0.8 = 0.864 \end{aligned}$$

c) Que no gane alguno de los dos primeros partidos $\equiv \overline{G_1} \cup \overline{G_2} = \overline{G_1 \cap G_2} = \overline{D}$

$$P(\overline{D} \mid G_3) = \frac{P(\overline{D} \cap G_3)}{P(G_3)} = \frac{P(\overline{D}) \cdot P(G_3 \mid \overline{D})}{P(G_3)} = \frac{(1 - 0.64) \cdot 0.8}{0.864} = \frac{1}{3} \simeq 0.3333$$

Modelo 2024
Opción B

Ejercicio 1 (2.5 *puntos*)

Consideremos las matrices reales $A = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 0 & m & 3 \end{pmatrix}$ & $B = \begin{pmatrix} 1 & m \\ 0 & m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. *Se pide:*

a) *(0.75 puntos) Estudiar si existe algún valor de m para el cual la matriz BA tiene inversa.*

b) *(0.75 puntos) Estudiar el rango de la matriz AB en función del parámetro m.*

c) *(1 punto) Para $m = 1$, discutir el sistema* $\left(A^\top \cdot A\right) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ a \\ a^2 \end{pmatrix}$ *según los valores de a.*

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2024 - Opción B)

Solución.

a) $BA = \begin{pmatrix} 1 & m \\ 0 & m \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 0 & m & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & 1+m^2 & 1+3m \\ 0 & m^2 & 3m \\ 0 & m & 3 \end{pmatrix}$

$|BA| = m \cdot (3m^2 - 3m^2) = 0 \implies \nexists \ (BA)^{-1} \ \forall m \in \mathbb{R}$

b) $AB = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 0 & m & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & m \\ 0 & m \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & m^2+m+1 \\ 0 & m^2+3 \end{pmatrix}$

$|AB| = m \cdot (m^2 + 3) = 0 \implies m = 0$

- Si $m \neq 0 \quad |AB| \neq 0 \implies \text{ran}(AB) = 2$
- Si $m = 0 \quad AB = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \implies \text{ran}(AB) = 1$

c) Para $m = 1 \quad A^\top \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 10 \end{pmatrix}$

Escribimos el sistema en forma matricial: $A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & a \\ 1 & 2 & 4 & a \\ 1 & 4 & 10 & a^2 \end{array}\right)$

Hallamos el determinante de la matriz de coeficientes A.

$$|A| = 0 \ \forall a \in \mathbb{R} \implies \text{ran}(A) < 3 \text{ y como } \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{ran}(A) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 2 & a \\ 1 & 4 & a^2 \end{vmatrix} = a^2 - a = a \cdot (a-1) = 0 \implies a = \{0.1\}$$

- Si $a \neq \{0,1\}$ $\quad \text{ran}(A) = 2 \neq \text{ran}(A^*) = 3 \xRightarrow{Rouche}$ Sistema Incompatible ($\nexists$ solución)
- Si $a = \{0,1\}$ $\quad \text{ran}(A) = 2 = \text{ran}(A^*) \neq \text{n}^{\text{o}}$ incógn. $= 3 \xRightarrow{Rouche}$ Sist. Comp. Indeterminado (∞ soluciones)

Ejercicio 2 (2.5 *puntos*)

Dada la función real de variable real $f(x) = x - \dfrac{4}{(x-1)^2}$*, se pide:*

a) *(0.75 puntos) Hallar el dominio de definición de $f(x)$ y determinar, en el caso de que existan, las ecuaciones de las asíntotas de su gráfica.*

b) *(1 punto) Determinar los extremos relativos de la función, así como sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.*

c) *(0.75 puntos) Calcular la ecuación de una recta tangente a la gráfica de $f(x)$ que sea paralela a la recta de ecuación $9x - 8y = 6$.*

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2024 - Opción B)

Solución.

a) $x - 1 = 0 \implies x = 1 \implies \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{1\}$

- `A. Vertical:` $\exists$ A.V. en $x = 1$
  - $\displaystyle\lim_{x\to 1} f(x) = \left[1 - \frac{4}{0}\right] = \begin{cases} \displaystyle\lim_{x\to 1^-} f(x) = 1 - \frac{4}{0^+} = -\infty \\ \displaystyle\lim_{x\to 1^+} f(x) = 1 - \frac{4}{0^+} = -\infty \end{cases}$
- `A. Horizontal:` $\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty - 0^{\pm} = \pm\infty \implies \nexists$ A.H.
- `A. Oblícua:` $\exists \underset{x\to\pm\infty}{A.O.}$ en $y = x$

$$m = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty}\left(1 - \frac{4}{x\cdot(x-1)^2}\right) = 1$$

$$n = \lim_{x\to\pm\infty}[f(x) - mx] = \lim_{x\to\pm\infty}\left[\cancel{x} - \frac{4}{(x-1)^2} - \cancel{x}\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{-4}{(x-1)^2} = 0$$

b) $f'(x) = 1 + \dfrac{8}{(x-1)^3} = \dfrac{(x-1)^3 + 8}{(x-1)^3} = \dfrac{x^3 - 3x^2 + 3x + 7}{(x-1)^3} = 0 \overset{\circledast}{\implies} x = -1$

$$\circledast \quad \begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & 3 & 7 \\ -1 & & -1 & 4 & -7 \\ \hline & 1 & -4 & 7 & 0 \end{array} \qquad \& \qquad x^2 - 4x + 7 = 0 \implies \nexists \text{ Solución}$$

	$(-\infty,-1)$	$(-1,1)$	$(1,+\infty)$
Signo $f'(x)$	$+$	-	$+$
$f(x)$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$

La función $f(x)$ es *creciente* en $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ y *decreciente* en $(-1,1)$, y tiene un *máximo relativo* en $(-1,-2)$.

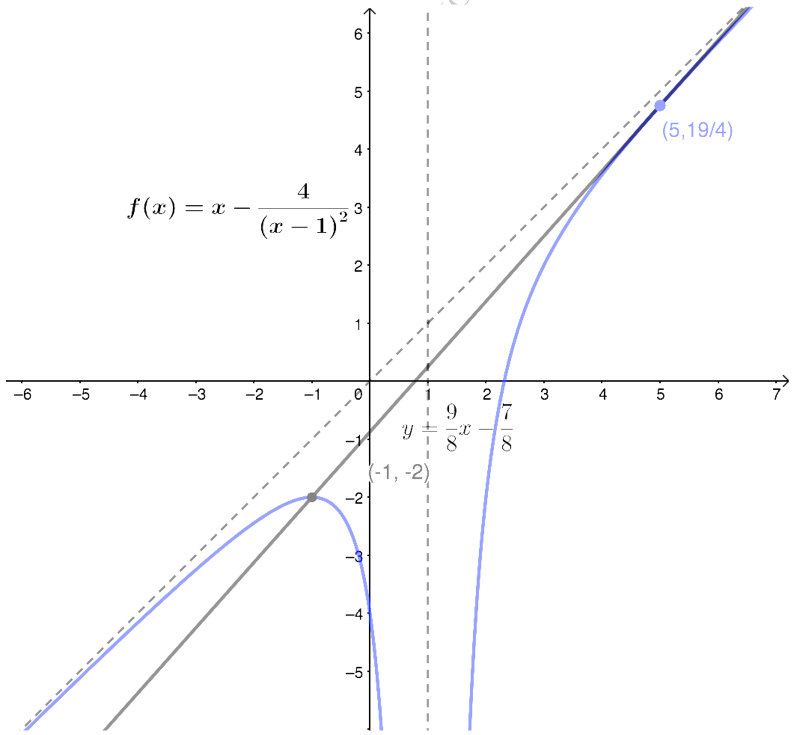
c) Sea $s \equiv 9x-8y=6 \implies y=\dfrac{9}{8}x-\dfrac{3}{4} \implies m_s=\dfrac{9}{8}$

$$m_r=m_s=f'(x_0) \implies \frac{9}{8}=1+\frac{8}{(x_0-1)^3} \implies \frac{1}{8}=\frac{8}{(x_0-1)^3}$$

$$\implies x_0^3-3x^2+3x-65=0 \overset{\odot}{\implies} x_0=5 \xrightarrow{y_0=f(5)=\frac{19}{4}} (x_0,y_0)=(5,{}^{19}/_{4})$$

$$r \equiv y-y_0=m_r\cdot(x-x_0) \implies y-\frac{19}{4}=\frac{9}{8}\cdot(x-5) \implies \boxed{r \equiv y=\frac{9}{8}x-\frac{7}{8}}$$

$$\odot \quad \begin{array}{c|cccc} & 1 & -3 & 3 & -65 \\ 5 & & 5 & 10 & 65 \\ \hline & 1 & 2 & 13 & 0 \end{array} \qquad \& \qquad x^2+2x+13=0 \implies \nexists \text{ Solución}$$



Ejercicio 3 (2.5 *puntos*)

Dados los puntos $A(0,0,1)$, $B(1,1,0)$, $C(1,0,-1)$, $D(1,1,2)$, se pide:

a) (0.75 puntos) Comprobar que los puntos A, B, C y D no son coplanarios y hallar el volumen del tetraedro que forman.

b) (0.75 puntos) Hallar el área del triángulo que forman los puntos B, C y D y el ángulo $\widehat{B}$ del mismo.

c) (1 punto) Hallar uno de los puntos E del plano determinado por A, B y C tales que el cuadrilátero $ABCE$ sea un paralelogramo. Hallar el área de dicho paralelogramo.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2024 - Opción B)

Solución.

a) $\overrightarrow{AB} = (1,1,-1) \quad \& \quad \overrightarrow{AC} = (1,0,-2) \quad \& \quad \overrightarrow{AD} = (1,1,1)$

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right] = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \implies A, B, C \text{ y } D \text{ no son coplanarios}$$

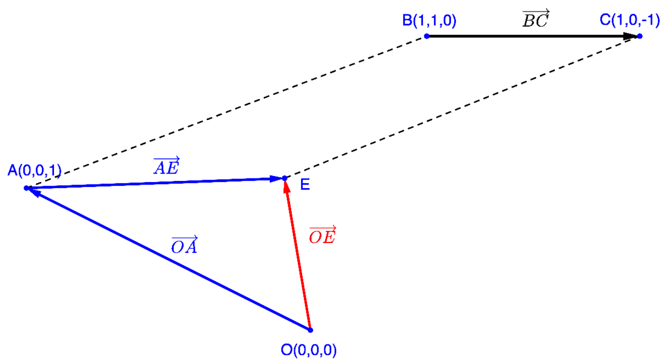
$$Vol_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right]\right| = \frac{1}{6} \cdot |-2| = \frac{1}{3}\ u^3$$

b) $\overrightarrow{BC} = (0,-1,-1) \quad \& \quad \overrightarrow{BD} = (0,0,2)$

$$Area_{\underset{BCD}{\triangle}} = \frac{1}{2} \cdot \left|\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BD}\right| = \frac{1}{2} \cdot \left| \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} \cdot |(-2,0,0)| = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1\ u^2$$

$$\cos\widehat{B} = \frac{\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}}{\left|\overrightarrow{BC}\right| \cdot \left|\overrightarrow{BD}\right|} = \frac{0+0-2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \implies \widehat{B} = 135^\circ$$

c) Como definen el paralelogramo $ABCE$, se entiende que es como el de la figura:



$$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} = (0,0,1) + (0,-1,-1) \implies \boxed{E(0,-1,0)}$$

$$\text{Área}_{ABCE} = \left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AE}\right| = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = |(-2,1,-1)| = \sqrt{6}\ u^2$$

Ejercicio 4 (2.5 *puntos*)

En un espacio muestral se tienen dos sucesos incompatibles, A_1 de probabilidad 0.5 y A_2 de probabilidad 0.3 y se considera $A_3 = \overline{A_1 \cup A_2}$. De cierto suceso B de probabilidad 0.4 se sabe que es independiente de A_1 y que la probabilidad del suceso $A_3 \cap B$ es 0.1. Con estos datos se pide:

a) (1 punto) Calcular la probabilidad de A_3.

b) (1.5 puntos) Decidir si B y A_2 son independientes.

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2024 - Opción B)

Solución.

Del enunciado tenemos:

$$P(A_1) = 0.5 \qquad P(A_2) = 0.3 \qquad P(A_1 \cap A_2) \underset{Incomp.}{\overset{A_1 \text{ y } A_2}{=}} 0$$

$$P(B) = 0.4 \qquad P(A_3 \cap B) = 0.1 \qquad P(A_1 \cap B) \underset{Indep.}{\overset{A_1 \text{ y } B}{=}} P(A_1) \cdot P(B)$$

a) $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - \cancelto{0}{P(A_1 \cap A_2)} = 0.5 + 0.3 = 0.8$

$P(A_3) = P(\overline{A_1 \cup A_2}) = 1 - 0.8 \implies \boxed{P(A_3) = 0.2}$

b) Como los sucesos A_1, A_2 y A_3 son una partición disjunta del espacio muestral (sucesos incompatibles entre sí cuya suma es el total del espacio muestral), se cumple que:

$$P(B) = P\Big(B \cap (A_1 \cup A_2 \cup A_3)\Big) = P\Big((B \cap A_1) \cup (B \cap A_2) \cup (B \cap A_3)\Big) \underset{disjuntos}{\overset{\text{Sucesos}}{=}}$$

$$= P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) + P(B \cap A_3) = P(B) \cdot P(A_1) + P(B \cap A_2) + P(B \cap A_3)$$

$$\implies 0.4 = 0.4 \cdot 0.5 + P(B \cap A_2) + 0.1 \implies P(B \cap A_2) = 0.1$$

$P(A_2) \cdot P(B) = 0.3 \cdot 0.4 = 0.12$

Como $P(B \cap A_2) \neq P(A_2) \cdot P(B) \implies$ los sucesos A_2 y B no son independientes.