Conteste de manera clara y razonada cuatro cuestiones cualesquiera, escogidas de entre las ocho propuestas. Dispone de 90 minutos. Cada cuestión se puntúa sobre 10 puntos. La calificación final se obtiene de dividir el total de puntos obtenidos entre 4.

Solo se tendrán en cuenta las respuestas claramente justificadas y razonadas usando lenguaje matemático, o no matemático, según corresponda. Se valorarán negativamente los errores de cálculo.

Se permite utilizar calculadora científica básica. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables, ni de dispositivos con acceso a Internet o aparatos que puedan transmitir o almacenar información.

P1. — Queremos medir el consumo de un coche eléctrico que tiene una batería de 50 kWh, y que tiene un consumo diferente si conducimos por autopista, por ciudad o por carretera de montaña. Hicimos tres salidas, cada una empezando con la carga completa de la batería, y pudimos recorrer las siguientes distancias hasta que se acabó la batería:

- Primer día: 180 km por autopista y 60 km por ciudad.
- Segundo día: 200 km por ciudad y 80 km por carretera de montaña.
- Tercer día: 150 km por autopista y 80 km por carretera de montaña.

a) Calcula el consumo del coche en cada uno de los tipos de carreteras. **(7 pt)**

b) Si únicamente lo utilizamos para conducir por ciudad, ¿cuál sería la cantidad total de km que podríamos recorrer con una carga completa de la batería? **(3 pt)**

P2. — Un camión necesita transportar una carga de exactamente 12 metros cúbicos de volumen, y de exactamente 18 toneladas de peso. Puede transportar:

- Arena, que pesa 1.6 toneladas por metro cúbico.
- Gravilla, que pesa 1.8 toneladas por metro cúbico.
- Ceniza, que pesa 0.5 toneladas por metro cúbico.

a) Si queremos llenar el camión solo con arena y ceniza, calcula qué cantidad de cada material nos permite alcanzar simultáneamente la máxima capacidad de volumen y la máxima capacidad de peso. **(5 pt)**

b) Si queremos llenar el camión solo con arena y gravilla, no podemos alcanzar simultáneamente la máxima capacidad de volumen y la máxima capacidad de peso. Justifica por qué no. **(5 pt)**

P3. — En una pastelería quieren promocionar sus productos ofreciendo dos ofertas:

- Oferta A: 2 ensaimadas, 2 cocas de patata, 4 barras de chocolate, que se venderá a 4 €.
- Oferta B: 6 ensaimadas, 3 cocas de patata, 3 barras de chocolate, que se venderá a 8 €.

Disponen de 120 ensaimadas, 60 cocas de patata y 72 barras de chocolate. Suponiendo que todas las ofertas se venderán por completo, nos interesa calcular cuántas ofertas A y cuántas ofertas B deberían de ofrecer para maximizar el beneficio.

a) Plantea la maximización de este beneficio como un problema de programación lineal en dos variables. **(3 pt)**

b) Dibuja la región factible, indicando las rectas y vértices que la delimitan. **(5 pt)**

c) ¿Cuántas ofertas A y cuántas ofertas B deberían ofrecer para maximizar el beneficio? ¿Cuál sería el beneficio en este caso? **(2 pt)**

P4. — La temperatura de un objecto, t (en grados centígrados), cambia a medida que pasa el tiempo, s (en segundos), según el siguiente modelo:

$$\begin{aligned} t(s) &= 45 \cdot e^{-0.08s} + 25 \\ &= 45 \cdot 0.923^s + 25, \qquad \text{para } s \geq 0. \end{aligned}$$

(Te proporcionamos dos expresiones algebraicas válidas y equivalentes, puedes utilizar la que prefieras.)

a) Haz un gráfico esquemático de la función $t(s)$. Calcula o justifica, e indica sobre la gráfica: el dominio, el comportamiento en los extremos del dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos locales y globales. **(7 pt)**

b) ¿A qué tenderá la temperatura del objeto cuando haya pasado mucho tiempo? **(3 pt)**

P5. — Una maleta rectangular tiene tres medidas (anchura, altura y profundidad), y su volumen es el producto de las tres medidas. Queremos diseñar una maleta rectangular de 30 cm de profundidad, y de manera que la suma de la anchura, la altura y la profundidad sea de exactamente 110 cm. ¿Cuál es el volumen máximo que puede tener esta maleta? **(10 pt)**

P6. — Tiramos dos dados no trucados. Considera los siguientes sucesos:

A: En el primer dado ha salido un 1.
B: En el segundo dado ha salido un 1.
C: La suma de los valores de los dos dados es 3.

a) Calcula $P(A)$. **(3 pt)**

b) Calcula $P(A \cup B)$. **(3 pt)**

c) ¿Son C y $A \cup B$ sucesos independientes? **(4 pt)**

P7. — En una población:

- las alturas de los hombres siguen una distribución normal de media 1.76 metros y desviación típica 0.12 metros; y
- las alturas de las mujeres siguen una distribución normal de media 1.62 metros y deviación típica 0.11 metros.

Se pide:

a) Escogemos un **hombre** al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que su altura sea mayor o igual a 1.76 metros? **(3 pt)**

b) Escogemos una **mujer** al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que su altura sea mayor o igual a 1.76 metros? **(4 pt)**

c) ¿Qué es más probable, que un hombre tenga una altura **inferior** a 1.76 metros, o que una mujer tenga una altura **inferior** a 1.76 metros? **(3 pt)**

P8. — Tiramos una moneda al aire 100 veces, y ha salido 46 veces cara y 54 veces cruz. Un estudiante cree ~~que~~ la moneda no está trucada, y propone aproximar el número de caras que salen en 100 tiradas como una variable aleatoria con distribución normal $\mathcal{N}(\mu = 50,\ \sigma = 5)$.

a) Según la distribución propuesta, ¿cuál hubiese sido la probabilidad de obtener 60 caras o más? **(3 pt)**

b) Calcula el intervalo de confianza que contenga el 90% de los valores más probables que aparecen en la distribución propuesta. ¿Es razonable la hipótesis de que la moneda no está trucada? **(4 pt)**

Ahora, tiraremos otra moneda al aire 100 veces, y el número de caras que obtendremos también seguirá una distribución normal $\mathcal{N}(\mu = 50,\ \sigma = 5)$. Sospecharemos que la moneda está trucada si el número de caras **no** está contenido en el intervalo calculado en el apartado anterior.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que sospechemos que la moneda está trucada? **(3 pt)**