



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso 2022-2023

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente **cuatro** preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se calificará sobre 2.5 puntos.

TIEMPO: 90 minutos.

A.1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ b+c & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} c & 2a+4 \\ 4b+4c+2 & 11 \end{pmatrix}$. Determine los valores de a , b y c sabiendo que dichas matrices verifican simultáneamente estas tres condiciones:

- la matriz AB es simétrica, es decir, coincide con su traspuesta.
- la matriz $A + B$ no tiene inversa.
- la matriz $AB - C$ es igual a la matriz identidad.

A.2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Se quiere construir un depósito de barro cilíndrico de volumen $432\pi \text{ dm}^3$ para elaborar un vino artesanal usando técnicas antiguas. El depósito se sitúa verticalmente, apoyado sobre su base circular. Se sabe que al utilizar ese material poroso se produce, con el tiempo, una pérdida de líquido a través de la superficie que está en contacto con el vino. Dicha pérdida a través de la pared lateral es de 10 cl por dm^2 y a través del suelo de 20 cl por dm^2 . Calcular las dimensiones que debe tener el depósito para que la filtración de vino sea mínima.

A.3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Consideremos las rectas

$$r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}, \quad s \equiv \begin{cases} x+2z=1 \\ y-z=1 \end{cases}.$$

- (1 punto) Determine la posición relativa de las rectas r y s , y calcule su intersección si existe.
- (1 punto) Calcule una ecuación del plano que contiene a r y s .
- (0.5 puntos) Indique el ángulo que forman las rectas r y s .

A.4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Se tiene un dado de nueve caras numeradas con los números del 2 al 10, cada uno con igual probabilidad de salir al lanzar el dado.

- (0.5 puntos) Si se lanza una vez el dado, calcule la probabilidad del suceso “el resultado es un número primo”.
- (1 punto) Se lanza el dado dos veces consecutivas y se suman los resultados. Calcule la probabilidad de que la suma sea par.
- (1 punto) Se lanza el dado dos veces consecutivas y la suma de los dos resultados es impar. Calcule la probabilidad de que el resultado del primer lanzamiento haya sido primo.

B.1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Una empresa conservera fabrica latas de macedonia de frutas (melocotón, pera y piña) de 1 kg. Las latas contienen 750 gramos de fruta y el resto es agua y azúcar. Si la empresa utiliza la misma cantidad de todas las frutas, el coste en fruta por lata para la conservera es de 1.8 euros y, si utiliza 0.25 kg de melocotón y 100 gramos más de piña que de pera, el coste en fruta por lata es de 1.9 euros. Si la empresa paga 18000 euros por un lote compuesto de 3000 kg de melocotón, 3000 kg de pera y 2000 kg de piña, calcule el coste para la empresa de cada kg de melocotón, de pera y de piña.

B.2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Sea la función $f(x) = x^4 - 4x - 1$.

- (0.5 puntos) Estudie los máximos y los mínimos relativos de f .
- (0.5 puntos) Justifique que la función f se anula en un punto del intervalo $[0, 2]$.
- (0.75 puntos) Justifique que la ecuación $x^4 - 4x - 1 = 0$ solo tiene dos raíces reales.
- (0.75 puntos) Halle el área comprendida entre la gráfica de la función f y la recta $y = -4x$.

B.3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dados la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - z = 4 \end{cases}$ y el punto $A(4, -3, 4)$, se pide:

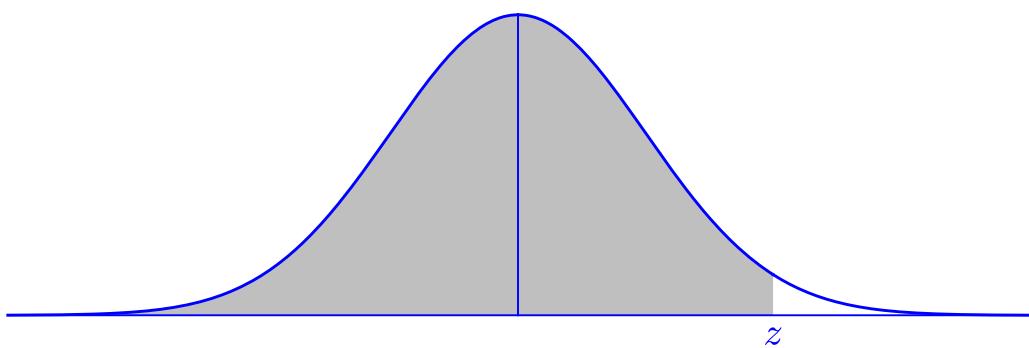
- (1.25 puntos) Calcular la distancia del punto A a la recta r . ¿En qué punto de la recta se alcanza?
- (1.25 puntos) Calcular el volumen del tetraedro determinado por los planos $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ y el plano perpendicular a r que pasa por el punto A .

B.4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Un determinado jugador de baloncesto tiene un porcentaje de éxito del 85 % en tiros libres y del 20 % en tiros desde el centro del campo.

- (1.5 puntos) Para finalizar el calentamiento antes de cada partido el citado jugador lanza cuatro tiros libres y cuatro tiros desde el centro del campo. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte tres de los cuatro tiros libres? ¿Cuál es la probabilidad de que acierte tres de los cuatro tiros desde el centro del campo? ¿Y la de que acierte tres tiros libres y tres desde el centro del campo de los ocho lanzados?
- (1 punto) Calcule, mediante la aproximación por una normal, la probabilidad de que el citado jugador falle al menos el 20 % de los tiros libres de una serie de 200 tiros libres.

DISTRIBUCIÓN NORMAL



Ejemplo: si Z tiene distribución $N(0, 1)$, $P(Z < 0,45) = 0,6736$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y ESTÁNDARES EVALUADOS EN CADA PREGUNTA

En cada pregunta, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en el documento soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada.

Los estándares de aprendizaje del bloque 1 se evaluarán transversalmente en todos los ejercicios, penalizando en la calificación de cada respuesta la falta de justificación razonada o de precisión y valorando las estrategias, razonamientos y toma adecuada de decisiones.

A.1.

Realización de las operaciones previas a las ecuaciones: 0.5 puntos. Planteamiento del sistema: 1.5 puntos (se darán 0.5 puntos por cada ecuación bien planteada). Resolución del sistema planteado: 0.5 puntos. En caso de resolución correcta de un sistema con alguna ecuación mal planteada, se valorará con hasta 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente. Determina las condiciones para que una matriz tenga inversa y la calcula empleando el método más adecuado. Resuelve problemas susceptibles de ser representados matricialmente e interpreta los resultados obtenidos.

A.2.

Planteamiento: 1 punto (0.5 puntos por escribir la función que determina la pérdida de vino, 0.5 puntos por expresar la función dependiendo de una sola variable y derivar igualando a cero).

Resolución: 1.5 puntos (1 punto por el cálculo justificado del valor que optimiza la función y 0.5 puntos por obtener las dimensiones pedidas). Si no justifica que el único extremo es un mínimo, se penalizará con 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Aplica los conceptos de límite y de derivada, así como los teoremas relacionados, a la resolución de problemas. Plantea problemas de optimización relacionados con la geometría o con las ciencias experimentales y sociales, los resuelve e interpreta el resultado obtenido dentro del contexto.

A.3.

a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos (0.25 puntos por la posición relativa y 0.25 puntos por el punto de intersección).

b) Planteamiento: 0.75 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

c) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Expresa la ecuación de la recta de sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente, identificando en cada caso sus elementos característicos, y resolviendo los problemas afines entre rectas. Obtiene las ecuaciones de rectas y planos en diferentes situaciones. Determina ángulos, distancias, áreas y volúmenes utilizando los productos escalar, vectorial y mixto, aplicándolos en cada caso a la resolución de problemas geométricos.

A.4.

a) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

No se penalizará dos veces la obtención de un resultado incorrecto en el apartado b). Es decir, si en el apartado c) se razona correctamente pero se obtiene una solución incorrecta por haber partido de un resultado incorrecto del apartado anterior, se considerará dicho apartado c) como correcto.

Estándares de aprendizaje evaluados: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes. Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar.

B.1.

Planteamiento del sistema: 1.5 puntos (se darán 0.5 puntos por cada ecuación bien planteada). Resolución del sistema planteado: 1 punto. En caso de resolución correcta de un sistema con alguna ecuación mal planteada, se valorará con hasta 0.5 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Utiliza el lenguaje matricial para representar datos facilitados mediante tablas o grafos y para representar sistemas de ecuaciones lineales. Formula algebraicamente las restricciones indicadas en una situación de la vida real, estudia y clasifica el sistema de ecuaciones lineales planteado, lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas.

B.2.

- a) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- b) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- c) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- d) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Conoce las propiedades de las funciones continuas, y representa la función en un entorno de los puntos de discontinuidad. Aplica los conceptos de límite y de derivada, así como los teoremas relacionados, a la resolución de problemas. Aplica los métodos básicos para el cálculo de primitivas de funciones. Calcula el área de recintos limitados por rectas y curvas sencillas o por dos curvas.

B.3.

- a) Planteamiento: 0.75 puntos. Solución: 0.25 puntos por la distancia y 0.25 puntos por el punto donde se alcanza.
- b) Planteamiento: 0.75 puntos. Solución: 0.5 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Expresa la ecuación de la recta de sus diferentes formas, pasando de una a otra correctamente, identificando en cada caso sus elementos característicos, y resolviendo los problemas afines. Obtiene las ecuaciones de rectas y planos en diferentes situaciones. Maneja el producto escalar y vectorial de dos vectores, significado geométrico, expresión analítica y propiedades.

B.4.

- a) Planteamiento: 0.75 puntos (0.25 puntos por cada probabilidad pedida). Solución: 0.75 puntos (0.25 puntos por cada probabilidad pedida).
- b) Cálculo de los parámetros de la normal: 0.25 puntos. Cálculo de la probabilidad: 0.75 puntos (planteamiento: 0.25 puntos; resolución: 0.5 puntos). En el caso de no aplicar la corrección por continuidad, o de aplicarla incorrectamente, se restarán 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Identifica fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución binomial, obtiene sus parámetros y calcula su media y desviación típica. Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución binomial a partir de su aproximación por la normal valorando si se dan las condiciones necesarias para que sea válida.